Universidad de Málaga

Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación





TESIS DOCTORAL

Análisis y diseño de dispositivos fotónicos integrados usando series de Fourier

Autor: Luis Francisco Zavargo Peche

Directores: Alejandro Ortega Moñux Juan Gonzalo Wangüemert Pérez

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN

Reunido el tribunal examinador en el día de la fecha, constituido por:

para juzgar la Tesis Doctoral titulada **Análisis y diseño de dispositivos fotónicos integrados usando series de Fourier** realizada por D. Luis Francisco Zavargo Peche y dirigida por el Dr. D. Alejandro Ortega Moñux y el Dr. D. Juan Gonzalo Wangüemert Pérez, acordó por

otorgar la calificación de

y para que conste, se extiende firmada por los componentes del tribunal la presente diligencia.

Málaga, a _____ de _____

El Presidente:

El Vocal:

El Secretario:

Fdo.: _____

El Vocal:

El Vocal:

Fdo.: _____

Fdo.: _____

Fdo.: _____

Fdo.: _____

A Paula y Yoli

Agradecimientos

En primer lugar agradezco el arduo e incansable trabajo de mis directores de Tesis, Alejandro y Gonzalo. Es normal que los doctorandos reconozcan la ayuda de sus directores, y quisiera destacar que dicho reconocimiento es, en este caso, absolutamente merecido. La disponibilidad y comprensión que han mostrado en todo momento y, especialmente, durante la culminación de este trabajo les ha hecho expresos merecedores de mi más profundo agradecimiento.

También deseo agradecer la amabilidad, conocimiento y acogida que el profesor Jiří Čtyroký me prestó durante la estancia realizada en el Instituto de Fotónica y Electrónica de Praga. Gracias a él, el tiempo que pasé en la República Checa fue muy fructífero y agradable.

En lo personal deseo agradecer el apoyo que Yoli me ha dado para culminar esta Tesis. No hay palabras que puedan expresar lo que ella ha significado en este tiempo. También debo agradecer la comprensión que nuestras familias han tenido ante la falta de dedicación que hacia ellas he tenido, especialmente en la etapa final de la redacción de esta Tesis.

Y, cómo no, agradecer la ayuda que mis compañeros de equipo de investigación han aportado en estos más de cuatro años. Tanto en lo científico como en lo personal, siempre han estado ahí. Gracias Íñigo, Pepe, Robert, Fali, Benito, Álvaro, Juanma, Elena, Laureano, Alejandro, Diego, Sebas, Carlos, David, Víctor y Álvaro.

Por último, agradecer a la Consejería de Economía, Innovación y Ciencia de la Junta de Andalucía por el apoyo económico prestado a través del proyecto de excelencia TIC-02946.

Resumen

En 1969, S. E. Miller emplea por primera vez el término *óptica integrada*. Este se refiere a la implementación de diversos dispositivos ópticos en un único sustrato. Su utilidad ha sido contrastada con múltiples aplicaciones, especialmente en el campo de las comunicaciones, los sensores y la interconexión de circuitos electrónicos con componentes ópticos u *optical interconnects*. Dado que los procesos de prototipado de esta tecnología son muy costosos en tiempo y dinero, es imprescindible el uso de herramientas de simulación precisas y eficientes. Con éstas, los diseñadores son capaces de predecir tanto el funcionamiento de las estructuras nominales como la degradación de sus prestaciones cuando se producen los inevitables errores de fabricación.

La principal aportación de esta Tesis es la implementación de una herramienta de diseño asistida por ordenador para dispositivos ópticos integrados. El objetivo es mejorar la relación precisión/tiempo de cómputo respecto a la que ofrecen los simuladores comerciales. El simulador es capaz de analizar dispositivos 2D vectoriales. Por tanto, permite calcular los modos TE y TM de estructuras que presentan un índice de refracción invariante en una de las coordenadas transversales. La herramienta ha sido diseñada para abordar eficientemente el problema de estructuras periódicas. El hecho de emplear análisis de estructuras 2D aparentemente puede ser una limitación. Sin embargo, como se demuestra en esta Tesis, la precisión de los resultados obtenidos con la estructura 2D equivalente es suficiente en la mayoría de los casos. Además, el empleo de métodos 2D es mucho menos costoso computacionalmente que las técnicas 3D vectoriales. Por este motivo, el simulador aquí presentado resulta especialmente útil en las primeras etapas de diseño de estructuras novedosas, en las que se requieren múltiples simulaciones. Con la herramienta de diseño desarrollada en esta Tesis, estas pruebas pueden hacerse de manera rápida y obteniéndose resultados muy fiables. Una vez obtenido el dispositivo final, su funcionamiento se comprobaría con un simulador más potente (esto es, 3D-vectorial) para confirmar la validez del diseño. Así, la herramienta que aquí se presenta puede ser el complemento ideal para otros simuladores comerciales más precisos pero no tan eficientes.

Para la implementación del núcleo electromagnético del simulador se ha empleado el método de expansión modal de Fourier (Fourier-EEM) por su eficiencia, robustez y precisión. Se han aplicado las reglas de factorización correctas basadas en la regla inversa para mejorar la mala convergencia de las series de Fourier al emplearse en la aproximación de funciones discontinuas (esto es, modos TM). De manera adicional, se han usado condiciones de contorno absorbentes perfectamente adaptadas (PML) para el análisis preciso y eficiente de los problemas con radiación saliente. A partir del Fourier-EEM se ha implementado un simulador eficiente de estructuras periódicas basado en la teoría de modos Floquet. Estos modos son la solución de las ecuaciones de Maxwell en estructuras periódicas y, por tanto, la forma más conveniente de analizar y comprender su funcionamiento.

La herramienta desarrollada en esta Tesis implementa numerosas funcionalidades. Entre las más básicas están la representación de campos y el cálculo de potencias en cualquier plano de la estructura. También permite la definición de puertos y el cálculo de las matrices de *scattering* generalizadas (parámetros S multimodo y multipuerto). Para asistir al diseño de estructuras periódicas, la herramienta proporciona las constantes de propagación y distribuciones de campo de los modos Floquet. Soporta barridos simultáneos de múltiples parámetros de diseño para facilitar la optimización de la estructura diseñada. También permite la definición de *scripts* MATLAB para la ejecución personalizada e implementa un interfaz gráfico de usuario que facilita su uso.

Para validar la herramienta se han analizado dispositivos en el estado del arte como acopladores direccionales de gran ancho de banda en Si-Wire, *gratings* de radiación o híbridos a 90°. Esto permite cubrir diversos aspectos de la validación de manera simultánea. En primer lugar, se ha demostrado que los resultados ofrecidos por la herramienta son precisos comparándolos con otros simuladores comerciales. Además, algunos de estos diseños se han fabricado y medido, obteniéndose una coincidencia muy razonable entre dichas medidas y los resultados del simulador. Hay que destacar que esta validación se ha realizado en colaboración con investigadores pertenecientes al equipo de investigación en el que se ha desarrollado esta Tesis, aunque ajenos al desarrollo de la herramienta. La utilización del simulador por parte de estos investigadores para realizar sus propios diseños confirma la facilidad de manejo del programa y su capacidad para cubrir las necesidades de los diseñadores de dispositivos ópticos integrados.

La segunda aportación relevante de esta Tesis es el diseño, utilizando la herramienta definida anteriormente, de un dispositivo de interferencia multimodal (MMI) 4x4 en tecnología *Silicon-On-Insulator* (SOI), que incluye una estructura periódica sublongitud de onda (SWG). Este dispositivo funciona como un híbrido a 90° de altas prestaciones (cubre completamente la banda C: 1530-1570nm), por lo que puede ser utilizado como el núcleo de un receptor óptico coherente integrado. Este dispositivo es muy interesante como ejemplo de aplicación de la herramienta desarrollada, ya que se trata de una estructura multipuerto, que presenta discontinuidades abruptas en la dirección de propagación y que requiere hacer uso del análisis Floquet.

Abstract

The term *integrated photonics* was coined by S. E. Miller in 1969 to decribe the implementation of many different photonic devices in a single substrate. Since then, integrated photonics have been used in several applications such as communications, sensors and the promising optical interconnects. However, prototyping devices in this technology is economically expensive and quite time consuming. Consequently, the use of simulation tools in the design process of these circuits becomes practically mandatory. Using these programs, designers can predict both the behaviour of the nominal design and its deviation because of unavoidable fabrication errors.

The main contribution of this Thesis is the implementation of a computer aided design tool for integrated photonic devices. It is aimed at improving the ratio *precision/computing time* of commercial simulators. The implemented program performs a 2D analysis of devices. Therefore, it calculates TE and TM modes of structures whose refractive index is invariant in one of the transversal coordinates. Using 2D structures might be a limitation. But, as shown in this Thesis, the precision achieved with the equivalent 2D structure is good enough in most cases. Besides, using 2D methods yields much shorter simulation times than 3D vectorial techniques. So, the tool presented in this Thesis is specially useful in first design steps of novel structures, which require many simulations. Taking advantage of this tool, these simulations can be realized fast with reliable results. Once the final design is obtained, its behaviour can be checked with a 3D vectorial simulator to confirm the validity of that design. Hence, the presented tool is an appropriate complement to more accurate but less efficient commercial simulators.

The simulator's electromagnetic core has been implemented using the Fourier Eigenmode Expansion Method (Fourier-EEM). The main reasons for this choice are its efficiency, reliability and accuracy. Proper factorization rules based on the inverse rule have been used to improve the convergence problem of Fourier series when used to approximate discontinuous functions (i.e., TM modes). In addition, we have used perfectly matched layer absorbent boundary conditions (PML) to analyse radiating problems efficiently and accurately. Based on the Fourier-EEM, we have implemented an efficient simulator for periodic structures based on Floquet modes theory. These modes are Maxwell equations' solution for periodic devices and, therefore, they are the most convenient way to analyse and understand the behaviour of these structures.

The tool presented in this Thesis implements many functionalities. The most basic ones are field representation and power calculation on any plane in the structure. Besides, it allows the definition of ports and the calculation of generalized scattering matrices (multimode and multiport S parameters). The tool aids the design of periodic structures as it provides propagation constants and field distribution of Floquet modes. Simultaneous multivariable sweeps are supported, which helps the designer to optimise the designed structure. In addition, MATLAB scripts for customized simulations are supported and a graphical user interface facilitates the control of the tool.

Validation has been accomplished by analysing state of the art devices such as colorless directional couplers in Si-Wire, radiation gratings and 90° hybrids for coherent reception of optical signals. These circuits let us validate several characteristics simultaneously. First, we have shown that the tool's results are accurate as they are similar to the ones offered by commercial simulators. Besides, some of the simulated devices have been fabricated and measured, and these measurements were in very good agreement with the simulation results. Note also that the validation has been done in collaboration with people not involved in the tool development. These people work in the research team where this Thesis has been carried out and they have used the simulator to design their own novel devices. This comfirms that the program can be used easily and that it suits the requirements of integrated photonic device designers.

The second contribution of this Thesis is the design of a 4x4 multimodal interference coupler (MMI) on SOI. It has been designed using our tool and it includes subwavelength grating (SWG) structures. The device acts as a high performance 90° hybrid (covering the whole C band: 1530-1570nm), so it can be used as the core of an integrated photonic coherent receiver. It is a very interesing device to validate the tool, as it is a multiport structure, that shows abrupt disontinuities in the propagation direction and that requires Floquet mode analysis.

Índice general

No	Notación 1					
Al	orevi	aturas y símbolos	17			
1.	Intr	oducción	19			
	1.1.	Contextualización	19			
	1.2.	Modelado y simulación de dispositivos ópticos integrados	21			
	1.3.	Dispositivos periódicos	26			
	1.4.	Objetivos	28			
	1.5.	Aportaciones	28			
	1.6.	Organización de esta Tesis	31			
2.	El r	nétodo de expansión modal de Fourier	33			
	2.1.	Análisis modal	33			
		2.1.1. Ecuación de ondas de un slab fotónico	34			
		2.1.2. Tipos de soluciones de la ecuación de ondas	37			
		2.1.3. El método de descomposición de Fourier	40			
		2.1.4. Discretización de campos discontinuos usando series de Fourier .	43			
		2.1.5. Condiciones de contorno	44			
	2.2.	Expansión modal y análisis de discontinuidades	47			
		2.2.1. Expansión modal	47			
		2.2.2. Parámetros S y puertos de un dispositivo	50			
		2.2.3. Análisis de una discontinuidad simple	52			
		2.2.4. Múltiples discontinuidades	53			
	2.3.	Resultados	58			
3.	Aná	ilisis de estructuras periódicas	61			
	3.1.	Modos Floquet y el teorema de Floquet	61			
	3.2.	Estructuras periódicas 1D: el medio estratificado	64			
	3.3.	Estructuras 2D con periodicidad en la dirección de propagación	65			
		3.3.1. Redes de difracción sub-longitud de onda (SWG)	66			
		3.3.2. Redes de Bragg	69			
		3.3.3. <i>Gratings</i> de radiación	70			
	3.4.	Cálculo de modos Floquet	73			
		3.4.1. Cálculo de modos Floquet basado en el Fourier-EEM	73			
		3.4.2. Otras técnicas de cálculo de modos Floquet	76			
	3.5.	Análisis de dispositivos con partes periódicas	77			

4.	. Validación de la herramienta			
	4.1. Ingeniería del índice con estructuras SWG	82		
	4.2. MMI de altas prestaciones utilizando estructuras SWG	86		
	4.2.1. Principio de funcionamiento de un MMI	87		
	4.2.2. Diseño de híbridos $2x4$ a 90° basados en MMI $\ldots \ldots \ldots \ldots$	89		
	4.3. Otros dispositivos diseñados con FEXEN	97		
5.	Consideraciones finales	105		
	5.1. Conclusiones y principales aportaciones	105		
	5.1.1. Herramienta de diseño para dispositivos ópticos integrados	105		
	5.1.2. Dispositivo MMI 2x4 de altas prestaciones	108		
	5.2. Líneas futuras de investigación	108		
	5.2.1. Extensión al caso 3D vectorial	108		
	5.2.2. Mallado adaptativo	109		
	5.2.3. Optimización	109		
	5.2.4. Computación distribuida	109		
	5.2.5. Análisis eficiente de guías curvas y anillos resonantes	110		
Δ	Operadores matriciales en el espacio de Fourier	111		
11.	A 1 Resolución de la ecuación de análisis modal empleando el Método de	111		
	Colorkin	111		
	A 2 Operadores matriciales	112		
	A 2.1 Operador derivada y derivada segunda	11/		
	A 2.2. Operador producto	114		
		114		
в.	Reglas de factorización para funciones discontinuas	117		
C. El método del índice efectivo 12				
D.	Publicaciones	125		
	D 1 Artículos en revistas			
	D.2. Congresos internacionales	126		
		_ 5		
\mathbf{M}	anual de usuario	127		

Notación

- La letra j se emplea como unidad imaginaria, esto es $j = \sqrt{-1}$.
- Los símbolos \Re y \Im indican la función parte real y parte imaginaria respectivamente.
- Las matrices se han representado con letras mayúsculas y una doble barra horizontal sobre la misma, por ejemplo $\overline{\overline{S}}$. Los elementos de la matriz se representan con la misma letra y con subíndices indicando la fila y la columna, por ejemplo S_{12} .
- Los vectores se han representado, en general, con letras mayúsculas y en negrita, por ejemplo Φ . Sus elementos se representan con la misma letra en minúscula y con un índice indicando su posición en el vector, por ejemplo ϕ_k . Si el nombre del vector tiene subíndices, la posición del elemento se indica con un superíndice entre paréntesis, por ejemplo, $\phi_e^{(k)}$. Si el nombre del vector tiene subíndices y superíndices, la posición del elemento se indica entre corchetes a la derecha, por ejemplo, $\phi_{e_y}^{(m)}[k]$. Como excepción, en el vector de coeficientes de modos Floquet, representado como $\overline{\zeta}$, se ha empleado una barra horizontal sobre el nombre pues ζ en negrita es apenas distinguible de la fuente normal.
- Los vectores unitarios se presentan en negrita y con un acento circunflejo, por ejemplo $\hat{\mathbf{x}}$.
- Se considera $\hat{\mathbf{z}}$ la dirección de propagación del campo y las direcciones $\hat{\mathbf{x}} \in \hat{\mathbf{y}}$ las transversales a la propagación. Si no se especifica lo contrario, las estructuras 2D son invariantes en la dirección y.
- Las magnitudes físicas vectoriales se representan con una flecha, por ejemplo \vec{E} .
- Los campos eléctricos y magnéticos totales se representan con las letras E y H mayúsculas (con flecha si se considera más de una componente del campo vectorial y sin ella si sólo se considera una de las componentes).
- Los modos 2D se expresan como $E^{(m)}(x,z) = e^{(m)}(x)e^{-\gamma_m z}$ y como $H^{(m)}(x,z) = h^{(m)}(x)e^{-\gamma_m z}$, donde *m* es el número del modo, $e^{(m)}(x)$ y $h^{(m)}(x)$ los perfiles transversales de campo y γ_m la constante de propagación compleja.
- Las constantes de propagación complejas de los modos se separan en parte real e imaginaria como $\gamma = \alpha + j\beta$, donde α es la constante de atenuación y β la constante de fase. Igualmente, se define el índice efectivo complejo $n_{eff,c} = -j\gamma/k_0 = n_{eff} + jn_{eff,i}$, de forma que $n_{eff} = \beta/k_0$ y $n_{eff,i} = -\alpha/k_0$, donde

 $k_0=2\pi/\lambda_0$ es el número de onda en el vacío siendo λ_0 la longitud de onda en el vacío.

- En los modos Floquet, la constante de propagación γ_F y el índice efectivo $n_{eff,F}$ se identifican con un subíndice F. Igualmente, el *perfil* del modo Floquet, que depende de las coordenadas x y z en los problemas 2D, se representa con la letra E_F o H_F .
- El índice *i*, en general, se utiliza para identificar cada una de las *N* secciones de una estructura formada por secciones *z*-invariantes.
- El conjunto de coeficientes de la expansión en series de Fourier de una componente de campo eléctrico o magnético f(x) se representa con el vector Φ_f , que, en general, tiene longitud N + 1 y cuyo elemento k-ésimo se representa como $\phi_f^{(k)}$.
- El conjunto de coeficientes de la expansión en modos forward(+) o backward(-) de un campo electromagnético se representa con el vector Ψ^{\pm} , que, en general, tiene longitud M + 1 y cuyo elemento *m*-ésimo se representa como ψ_m^{\pm} .
- El conjunto de coeficientes de la expansión en modos Floquet forward(+) o backward(-) de un campo electromagnético se representa con el vector ζ[±], que, en general, tiene longitud M + 1 y cuyo elemento m-ésimo se representa como ζ[±]_m.
- La letra n minúscula se emplea con los índices de refracción e índices efectivos, utilizándose un subíndice para distinguir distintos índices dentro del problema. Los índices de refracción se relacionan con las constantes dieléctricas relativas con la expresión $n^2 = \epsilon$, donde ϵ es la constante dieléctrica relativa del medio considerado.
- El índice l, en general, se utiliza para identificar los distintos periodos de Bragg en una estructura periódica.
- En las estructuras periódicas, Λ es la longitud del periodo y G es la longitud de la sección de menor índice de refracción o gap. Se denomina ciclo de trabajo o duty cycle a la relación $DC = (\Lambda G)/\Lambda$.

Abreviaturas y símbolos

ABC	Condición de contorno absorbente (Absorbent Boundary Condition).
BEP	Método de propagación modal bidireccional (Bidirectional Eigen-
	mode Propagation).
CAD	Diseño asistido por computador (<i>Computer Aided Design</i>).
CMRR	Relación de rechazo del modo común (<i>Common Mode Rejection Ra-</i> <i>tio</i>).
DFT	Transformada de Fourier discreta (Discrete Fourier Transform).
DUV	Ultravioleta profundo o Deep Ultraviolet.
EEM	Método de expansión modal (<i>Eigenmode Expansion Method</i>).
\mathbf{EFM}	Error de Fase Modal.
EIM	Método del índice efectivo (<i>Effective Index Method</i>).
FDM	Método de descomposición de Fourier (Fourier Decomposition Met-
	hod).
FDTD	Método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo (<i>Finite</i>
	Differences Time Domain).
FEXEN	Nombre del simulador implementado, siglas de <i>Fourier EXpansion</i> simulation ENvironment.
\mathbf{FFT}	Transformada rápida de Fourier (Fast Fourier Transform).
Fourier-EEM	Método de descomposición modal de Fourier (Fourier Éigenmode
	Expansion Method).
GUI	Interfaz gráfico de usuario (Graphical User Interface).
IDFT	Transformada de Fourier discreta inversa (Inverse Discrete Fourier
	Transform).
MMI	Dispositivo de interferencia multimodal (Multi-Modal Interference
	device).
MoL	Método de las líneas ($Method of Lines$).
PML	Capa perfectamente adaptada (<i>Perfectly Matched Layer</i>).
SOI	Silicio sobre aislante (Silicon On Insulator).
SWG	Estructura periódica sub-longitud de onda (Sub-Wavelength Gra- ting).
TE	Transversal eléctrico.
TM	Transversal magnético.
$\overline{\overline{\mathbb{D}}}_x$	Operador derivada primera respecto a x .
$\overline{\overline{\mathrm{DD}}}_x$	Operador derivada segunda respecto a x .
ϵ_0	Constante dieléctrica del vacío.
η_0	Impedancia característica del vacío.
L_{π}	Longitud de acoplo en acopladores direccionales y en MMIs.

μ_0	Permeabilidad magnética del vacío.
$\overline{\overline{\mathrm{M}}}_{e,h}$	Matriz del sistema para los modos TE (subíndice e) y TM (subíndice h).
$\overline{\overline{\overline{P}}}(\epsilon)$	Operador producto por la función $\epsilon(x)$.
$\overline{\mathrm{Q}}_{e,h}$	Matriz de autovectores del problema para los modos TE (subíndice e) y TM (subíndice h).
$\overline{\overline{R}}$	Matriz de coeficientes de reflexión de los modos de secciones z -invariantes.
$\overline{\overline{\mathbb{R}}}_F$	Matriz de coeficientes de reflexión de modos Floquet.
$\overline{\overline{\mathbf{S}}}$	Matriz de parámetros S o de dispersión ($Scattering$).
$\overline{\overline{\mathrm{T}}}$	Matriz de parámetros de transmisión.
$\overline{\overline{\Theta}}_{e,h}$	Operador lineal del sistema para los modos TE (subíndice e) y TM (subíndice h).
$ heta_{k,i}$	Ángulo que forma la dirección de propagación en el medio i del orden de radiación k de un modo Floquet con el eje x .
$\overline{\overline{\mathrm{U}}}_f$	Matriz de cambio de base entre el espacio de los modos y el de los coeficientes de Fourier del campo f .
$\overline{\overline{\mathbf{X}}}$	Matriz de cambio de base entre el espacio de los modos Floquet y el de los modos de la sección z -invariante.
X_0	Tamaño de la ventana de discretización.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Contextualización

Es apasionante echar la vista atrás y observar cómo situaciones que nos resultan hoy día cotidianas, como mantener una videoconferencia o dar instrucciones a un ordenador verbalmente, formaban, sin embargo, parte de la ciencia ficción de un pasado relativamente reciente. Estos son sólo dos ejemplos que personalmente han llamado la atención del autor de esta Tesis, y, seguramente, cada lector podría proponer otros muchos y diversos casos según sus propias aficiones e intereses. Acertar a determinar todos los factores que han provocado esta revolución tecnológica puede ser complicado, pero es razonable afirmar que la capacidad de transferencia de información que permiten las actuales redes de comunicación, léase Internet, es una de las *causantes* de estos sustanciales cambios en el mundo que conocíamos. Prueba de su importancia es el crecimiento exponencial que presenta la suma del ancho de banda de todas las conexiones a Internet existentes, que se muestran en la figura 1.1 [Hilbert 2011]. Las principales redes de datos se componen de equipos terminales que se conectan a enrutadores o routers que, a su vez, están conectados unos con otros para dirigir la información de un equipo origen a otro destino. Y, aunque los equipos terminales individualmente puedan generar un tráfico relativamente bajo, el tráfico total soportado por el núcleo de la red es enorme cuando existen muchos usuarios. Por tanto, las conexiones entre estos *routers* troncales deben ser de gran capacidad, y esto, a día de hoy, se consigue con las comunicaciones ópticas.

Las comunicaciones ópticas guiadas, tal y como se conocen en la actualidad, no podrían comprenderse sin la fibra óptica. Tal es la relevancia de ésta que el premio Nobel de Física de 2009 se otorgó a Charles Kao, padre de las fibras ópticas. Este tipo de medios de transmisión supera a los conductores metálicos en numerosos aspectos. La fibra presenta menor atenuación, lo que permite distanciar los repetidores, además de admitir un mayor ancho de banda. En efecto, mientras la mayoría de las aplicaciones basadas en conductores metálicos rara vez alcanzan los 10 GHz con atenuaciones que se miden, en el mejor de los casos, en centésimas de dB por metro, las fibras actuales, bajo la multiplexación DWDM (*Dense Wavelength-Division Multiplexing*) [ITU-T 2012], soportan más de un centenar de canales de 50 GHz cada uno, con atenuaciones de décimas de dB por kilómetro. Además, la fibra óptica es muy interesante en ciertas aplicaciones, como en la aeronáutica, por su reducido peso en comparación con los conductores metálicos, o en ambientes inflamables, por no existir riesgo de arcos



Figura 1.1: Evolución mundial de la capacidad de las conexiones a Internet [Hilbert 2011].

voltaicos que puedan provocar explosiones. Pero las comunicaciones ópticas también tienen inconvenientes en comparación con las basadas en conductores metálicos. Uno de los más importantes es la baja capacidad de procesado de la señal a las frecuencias ópticas. Esto implica la necesidad de pasar del dominio óptico al eléctrico para realizar ciertas operaciones sobre la señal. Como, en general, el ancho de banda en el dominio eléctrico es mucho menor que el que se consigue a frecuencias ópticas, la electrónica se convierte en el cuello de botella del sistema completo, degradando sus prestaciones generales considerablemente. Y aunque los avances actuales ya resuelven problemas como la amplificación de la señal en el dominio óptico, el procesado de la señal óptica sigue evolucionando para satisfacer las demandas de ancho de banda cada vez más exigentes. Uno de los últimos desafíos a los que se enfrenta este procesado son las comunicaciones ópticas coherentes con diversidad de polarización. Estas técnicas permiten, por ejemplo, reutilizar los canales de 50 GHz de trayectos ultra-largos o ULH (*ultra* long haul), que convencionalmente transportan 10 Gbps, para que soporten tasas de bit de 100 Gbps. Esto es, consiguen aumentar en un orden de magnitud la capacidad de la red sin necesidad de desplegar ninguna fibra óptica nueva [Forum 2010a]. Una de las tecnologías que más capacidad de procesado está demostrando para las frecuencias ópticas y que puede permitir alcanzar estos objetivos es la *óptica integrada*.

El término *óptica integrada*, que apareció por primera vez en 1969 [Miller 1969], se refiere a la implementación, en un único sustrato, de distintos dispositivos fotónicos que interactúan entre ellos para ofrecer una funcionalidad determinada. A diferencia de lo que ocurre en la electrónica integrada, en la que la tecnología del silicio es indiscutiblemente predominante, aún no existe una preferencia clara por las distintas opciones de integración de dispositivos fotónicos. Históricamente, las tecnologías pioneras fueron las de bajo contraste, llamadas así porque la diferencia entre el índice de refracción del núcleo de las guías que se implementaban y de la cubierta era muy pequeña ($\Delta n/n \approx 10^{-2}$). Estas soluciones presentan guiado débil de la luz, lo que obliga a emplear radios de curvatura en las guías de interconexión a veces mayores que los dispositivos en sí, reduciendo las posibilidades de alcanzar altas densidades de integración. Con la aparición de las tecnologías de alto contraste, como las de fosfuro de indio o InP [Shibata 1984, Nagarajan 2010] o de silicio sobre aislante o SOI (*Silicon On Insulator*) [Soref 1985, Soref 2006], se alcanzan saltos de índice más altos ($\Delta n/n \approx 1$). Esto implica un guiado fuerte de la luz, posibilitando radios de curvatura de centenas de micras en InP o menores a 10 micras en SOI, lo que permite una mayor densidad de integración. Ambas tecnologías presentan ventajas e inconvenientes. Mientras el SOI es muy interesante por su compatibilidad con la tecnología CMOS y su alta capacidad de integración, el InP permite la implementación de fuentes de luz así como la implementación de detectores ultrarápidos en el mismo sustrato [Bach 2007].

Además de su uso en las comunicaciones ópticas guiadas, la *óptica integrada* se utiliza en otras aplicaciones muy interesantes. Por ejemplo, se emplea en la implementación de biosensores [Densmore 2009] que permiten detectar proteínas, ADN, sustancias tóxicas, etc. Otro ejemplo de aplicación muy prometedora es la interconexión óptica de circuitos electrónicos (*optical interconnects*). En un futuro, este concepto puede ser la alternativa a las interconexiones eléctricas que no sean capaces de satisfacer las demandas de flujo de datos de los procesadores [Miller 2010]. A modo de ejemplo, la empresa Kotura, en colaboración con Oracle [Levy 2012] proponen estructuras periódicas en circuitos ópticos integrados que permitan la comunicación entre distintos circuitos electrónicos. En relación con este último ejemplo, hay que destacar que las estructuras periódicas, estudiadas en detalle en esta Tesis, se utilizan de muy diversas formas en los circuitos ópticos integrados. Entre otros dispositivos, éstas se emplean en multiplexores [Bilodeau 1995], receptores coherentes [Ortega Moñux 2011], entrada/salida del chip [Taillaert 2004, Halir 2009] y cruces de guías [Bock 2010b].

Con independencia de la aplicación o de la tecnología empleada, bien sea de alto o bajo contraste, la fabricación de prototipos de circuitos ópticos integrados requiere una considerable cantidad de tiempo y dinero. Esto hace imprescindible el uso de herramientas de simulación electromagnética que permitan determinar, con la mayor precisión posible y en un tiempo de cómputo abordable, el comportamiento que va a tener el dispositivo. Estos programas deben además ser capaces de predecir las desviaciones que, respecto al comportamiento esperado, puedan provocar los inevitables errores del proceso de fabricación. Esto último puede llegar a ser más importante que conocer el comportamiento del dispositivo nominal. Aunque las herramientas comerciales disponibles ofrecen resultados muy precisos, los tiempos de cómputo que requieren para, por ejemplo, la determinación de las dimensiones óptimas de un dispositivo, o un simple estudio de tolerancias, pueden ser excesivos. Esto hace que el diseño de estos dispositivos con dichos programas no siempre sea la mejor opción.

1.2. Modelado y simulación de dispositivos ópticos integrados

Existen muy diversas técnicas para el análisis de dispositivos ópticos integrados. En la literatura se encuentran diversos trabajos de recopilación de las mismas [Itoh 1989, Scarmozzino 2000, Besbes 2007]. Una manera de determinar la eficiencia de éstas es mediante la relación *precisión/tiempo de cómputo*, de manera que las técnicas más eficientes serán las que maximicen dicha relación. Muchos de los simuladores comerciales, como Fullwave [RSoft] o FimmProp [Photon Design], se implementan para que puedan analizar muy diversas estructuras. Esto, a veces, afecta negativamente a la eficiencia, ya que impide aplicar ciertas aproximaciones que, para determinadas geometrías y sin apenas afectar a la *precisión*, reducen sustancialmente el *tiempo de cómputo*, mejorando mucho la eficiencia del simulador.

En este epígrafe se hace un repaso de las principales estategias de modelado y simulación de dispositivos ópticos integrados. Por modelado se entiende la particularización de las ecuaciones de Maxwell a un determinado tipo de situaciones. Dichas particularizaciones serán válidas en la medida en que los dispositivos a analizar satisfagan las situaciones consideradas en el modelo. En cambio, la simulación consiste en resolver las ecuaciones planteadas por los distintos modelos.

El problema electromagnético original es una estructura tridimensional junto a un conjunto de fuentes y unas condiciones de contorno. Su solución, de acuerdo con las ecuaciones de Maxwell, está compuesta por seis componentes de campo. En coordenadas cartesianas, estas soluciones se representan como $\vec{E}(x, y, z, t)$ para las tres componentes de campo eléctrico y $\vec{H}(x, y, z, t)$ para las de campo magnético. Las técnicas de simulación que resuelven directamente las ecuaciones de Maxwell sin realizar ninguna aproximación se denominan técnicas de análisis 3D vectorial en el dominio del tiempo. No obstante, bajo determinadas condiciones y atendiendo a las características concretas del problema que se desea resolver, es posible realizar ciertas simplificaciones que reducen la complejidad del problema y que se detallan a continuación:

- 1. Dominio de resolución. El problema original, como se ha indicado en el párrafo anterior, se plantea en el dominio del tiempo. Sin embargo, es muy frecuente que, en este tipo de dispositivos, sólo interese el comportamiento en régimen permanente sinusoidal de la estructura. En estos casos se pueden emplear las ecuaciones de Maxwell definidas en el dominio de la frecuencia, que son más sencillas que las originales en el dominio del tiempo. El inconveniente de esta simplificación es que se pierde la posibilidad de analizar el régimen transitorio del circuito. En esta Tesis se trabaja en el dominio de la frecuencia.
- 2. Dimensionalidad del problema. En la figura 1.2(a) se muestra la geometría de una guíaonda fotónica típica. Las coordenadas $x \in y$ se denominan coordenadas transversales mientras que z es la coordenada longitudinal e indica la dirección preferente de propagación de la potencia óptica. Obviamente se trata de una estructura tridimensional, pero existen dos aproximaciones que permiten eliminar una de las coordenadas transversales en un considerable número de circuitos ópticos integrados. Esto reduce el problema original 3D a uno bidimensional (2D), de resolución mucho más sencilla.

La primera aproximación se aplica principalmente cuando una de las dimensiones transversales de la guía de onda es muy grande en comparación con la longitud de onda, como ocurre con la coordenada x en los gratings de radiación [figura 1.2(b)]. En éstos, es posible considerar que el campo y la estructura son prácticamente invariantes en x, lo que permite prescindir de dicha coordenada y reducir el problema al plano yz [figura 1.2(d)].

La segunda aproximación se basa en el conocido *método del índice efectivo* o EIM (*Effective Index Method*) [Chen 2007]. Esta simplificación puede aplicarse a muchos tipos de estructuras de interés en óptica integrada como acopladores direccionales [Ikeda 2008] o dispositivos de interferencia multimodal o MMI (*Multi-Modal Interference*) [Najjar 2011]. Por ejemplo, al aplicarlo a la guía onda



Figura 1.2: (a) Representación tridimensional de una guía fotónica típica. (b) Representación tridimensional de un *grating*. (c) Aproximación 2D de la guía por el método del índice efectivo. (d) Aproximación del *grating* por una estructura 2D.

de la figura 1.2(a) para eliminar la coordenada y se obtiene la estructura bidimensional de la figura 1.2(c). Si se aplica adecuadamente, el método determina un índice de refracción n_{eq} tal que las soluciones de la estructura 2D permiten obtener con gran precisión las de la estructura 3D original.

En esta Tesis se ha empleado el modelo bidimensional que se obtiene con cualquiera de estas dos aproximaciones.

3. Carácter vectorial de las soluciones. Como se ha indicado, el problema original implica trabajar con seis componentes de campo. Sin embargo, en numerosas ocasiones se comprueba que algunas de estas componentes son mucho menores que el resto [Chen 2007]. En la nomenclatura habitual, se denomina solución In-Plane a aquella en la que la componente x del campo eléctrico (E_x) es mucho mayor que el resto de componentes del campo eléctrico. Del mismo modo, la solución Out-of-Plane se caracteriza porque E_y es la componente predominante del campo eléctrico¹. Si se desprecian las componentes minoritarias se obtiene un modelo simplificado que se denomina aproximación semi-vectorial. El problema se puede simplificar aún más en condiciones de guiado débil ($\Delta n/n \ll 1$) ya que, en este caso, las soluciones son prácticamente degeneradas. La aplicación de esta condición, esto es, que las soluciones In-Plane y Out-of-Plane sean idénticas, se denomina aproximación escalar.

En problemas 2D es estrictamente cierto que las soluciones son transversal eléctri-

¹También es frecuente denominar a las soluciones In-Plane y Out-of-Plane como soluciones Quasi-TE y Quasi-TM respectivamente.

co (TE) o transversal magnético (TM). Por tanto, en el ejemplo de la figura 1.2(c), esto implica que $\vec{E} = E_y \hat{\mathbf{y}}$ para los modos TE y $\vec{H} = H_y \hat{\mathbf{y}}$ para los modos TM.

En esta Tesis se realiza análisis 2D vectorial.

- 4. Condiciones de contorno. En la mayoría de las situaciones, las estructuras en óptica integrada se deben modelar como un problema abierto, esto es, con soluciones de campo que se extienden hasta infinito [Itoh 1989]. Sin embargo, este tipo de problemas es difícil de resolver en la práctica, por lo que es habitual incluir en el modelo unas condiciones de contorno que faciliten la resolución sin afectar a los resultados. Las condiciones de contorno duras, esto es, condiciones de conductor eléctrico o magnético perfecto, condiciones periódicas, etc., no son capaces de modelar correctamente la radiación saliente. Por tanto, es necesario recurrir a otras condiciones de contorno que, aplicadas a las ecuaciones de Maxwell, consiguan emular de forma muy eficiente el problema abierto original infinito, manteniendo acotado el espacio de resolución. Entre estas condiciones de contorno, las más relevantes son las condiciones de contorno absorbentes y especialmente las perfectamente adaptadas o PML (*Perfectly Matched Layer*) [Berenger 1994, Chew 1994, Wangüemert Pérez 1999]. En esta Tesis se han empleado estas condiciones de contorno.
- 5. Modelado de la propagación. De forma general, el índice de refracción depende de la coordenada z. Sin embargo, es común que esta dependencia presente ciertas características bajo las cuales es posible reducir la complejidad del problema a analizar.

Cuando la estructura es z-invariante, como la de la figura 1.2(a), el problema se puede definir considerando únicamente el plano transversal xy. Las ecuaciones de Maxwell resultantes de esta simplificación reciben el nombre de *ecuaciones de análisis modal* y las soluciones de las mismas se llaman modos, que se caracterizan con un *perfil de campo* transversal y una *constante de propagación* [Chen 2007].

En aquellas estructuras en las que la geometría varía lentamente en la dirección de propagación, como la de las figuras 1.3(a) y (b), es posible aplicar ciertas aproximaciones que reducen el orden de la ecuación diferencial en la coordenada z de dos (problema hiperbólico) a uno (problema parabólico). Esta simplificación reduce significativamente la complejidad del problema y da lugar a la familia de métodos de propagación del haz o BPM (*Beam Propagation Method*). Su versión original [Feit 1978] es de naturaleza unidireccional y paraxial, por lo que no modela el campo reflejado ni caracteriza correctamente la potencia óptica que se propaga en direcciones poco paraxiales.

Hay que destacar que en los dispositivos complejos habitualmente existen transiciones abruptas, como en la estructura representada en las figuras 1.3(c) y (d), y que no existen aproximaciones precisas capaces de modelar dichas transiciones. En tales casos, es necesario resolver el problema original directamente para poder caracterizar tanto las reflexiones como la potencia óptica que se radia en direcciones no paraxiales.



Figura 1.3: (a) Estructura lentamente z-variante y (b) su modelo 2D al aplicar el EIM. (c) Estructura con discontinuidades abruptas en z y (d) su modelo 2D al aplicar el EIM.

En esta Tesis se ha empleado un método que trata de manera rigurosa la dependencia con z de la estructura analizada.

Incluso con las simplificaciones descritas anteriormente, en la mayoría de los casos las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento electromagnético del dispositivo carecen de solución analítica. Por este motivo, además del modelado, es necesario desarrollar métodos numéricos de simulación eficientes que permitan diseñar dispositivos ópticos integrados de forma precisa y en tiempos razonables.

Atendiendo al esquema de discretización transversal y sin ánimo de ser exhaustivos, se pueden distinguir dos familias de métodos: los métodos locales y los métodos globales.

- Los métodos locales se caracterizan por mallar la estructura original y resolver el problema teniendo en cuenta, para cada punto del mallado, el valor del campo en dicho punto y en algunos a su alrededor. Sus representantes más conocidos son los métodos de las diferencias finitas o FD (*Finite Differences*) [Bierwirth 1986] y de los elementos finitos o FE (*Finite Elements*) [Ikeuchi 1981].
- Los métodos globales discretizan el problema empleando sumas ponderadas de funciones que se definen en todo el espacio simulado. Por tanto, cada coeficiente de estas funciones estará determinado por el comportamiento en toda la región considerada, de ahí el calificativo de globales. Entre las series de funciones más empleadas en esta discretización se encuentran las de Fourier [Marcuse 1992] y las de Hermite-Gauss [Gallawa 1991].

En cuanto a la discretización longitudinal (z), el esquema más inmediato consiste en aplicar FD a dicha coordenada. Cuando las FD se aplican en todas las dimensiones del problema (x, y, z, t), se obtienen los conocidos métodos de las diferencias finitas en el dominio del tiempo o FDTD (*Finite Differences Time Domain*) [Mur 1974]. Éstos se caracterizan por su versatilidad pero presentan el inconveniente de su baja eficiencia computacional, ya que requieren mucha memoria y tiempo de cálculo para obtener resultados precisos.

Una alternativa interesante a los métodos FDTD es la familia de técnicas de expansión modal, cuyo representante más conocido es el método de las líneas o MoL (Method Of Lines) [Pregla 1989]. Estas técnicas se caracterizan por su elevada eficiencia en problemas que pueden descomponerse fácilmente en una concatenación de secciones z-invariantes como la que se mostraba en la figura 1.3(c). En las técnicas de expansión modal, el campo en las secciones z-invariantes es desarrollado en una suma ponderada de los modos soportados por dicha sección, mientras que en las discontinuidades se aplica la denominada técnica de ajuste modal o mode matching [Shih 1989]. Para la obtención de los modos se puede emplear cualquiera de las opciones de discretización transversal descritas anteriormente, dando lugar al MoL si se utiliza FD, o al método de expansión modal de Fourier o Fourier-EEM (Fourier Eigenmode Expansion Method) [Ortega Moñux 2005] si se usa el espacio funcional de Fourier. La principal ventaja de los métodos de expansión modal respecto a los FDTD es que, una vez resuelto el análisis modal, la propagación de cada modo es analítica en las secciones zinvariantes, lo que reduce drásticamente los requerimientos computacionales. Además, los métodos de expansión modal se pueden adaptar fácilmente para el análisis eficiente de estructuras periódicas [Helfert 2002], cuya resolución usando métodos FDTD es extremadamente costosa desde el punto de vista computacional.

En esta Tesis se ha desarrollado una técnica de simulación 2D vectorial en el dominio de la frecuencia que implementa el Fourier-EEM. La herramienta incorpora condiciones de contorno absorbentes perfectamente adaptadas o PML (*Perfectly Matched Layer*) para resolver el problema de la radiación saliente y está optimizada para el análisis de estructuras periódicas.

1.3. Dispositivos periódicos

El uso de estructuras periódicas es algo frecuente en la óptica. Una de las más comunes es la red de Bragg en fibra o FBG (*Fiber Bragg Grating*) [Hill 1978]. Ésta consiste en una variación periódica del índice de refracción del núcleo de la fibra de manera que, a ciertas longitudes de onda, la práctica totalidad del campo incidente se refleja. Estas redes de Bragg también se emplean en la óptica integrada con muy diversas aplicaciones. Por ejemplo, en comunicaciones, su selectiva banda de rechazo le permite funcionar como filtro para multiplexores en longitud de onda [Bilodeau 1995]. También se emplea en sensores, ya que la variación de la frecuencia de resonancia por cambios en la geometría o el entorno del dispositivo permite detectar el valor de diversas magnitudes físicas asociadas al circuito [James 2003]. Incluso este comportamiento de *banda prohibida* se emplea para guiar la luz, como ocurre en los cristales fotónicos [Joannopoulos 2008].

Otro ejemplo de estructura periódica son las redes de difracción de acoplo o grating couplers [Tamir 1977, Taillaert 2004]. Como su propio nombre indica, éstas permiten acoplar la luz desde o hacia un circuito fotónico integrado. En la figura 1.4(a) se

muestra esquemáticamente el funcionamiento de un interfaz chip-fibra basado en esta estructura periódica. Si bien no es la única forma de realizar dicho acoplo, esta estrategia presenta algunas ventajas respecto a las principales alternativas basadas en el acoplo por el borde o *facet* del chip. Por ejemplo, no necesita un tratamiento especial de los *facets* y permite extraer e introducir la luz en cualquier parte del chip. Esto último posibilita, incluso, comprobar los circuitos on waffer, es decir, directamente sobre la oblea completa. Además de la aplicación tradicional del acoplo entre la fibra óptica y el circuito fotónico, existen otras aplicaciones como la interconexión óptica de chips u optical interconnects [Levy 2012] así como el de detección de luz no guiada [Scott 2011]. Desafortunadamente no existen modelos analíticos que permitan el diseño sistemático de estos gratings de radiación en tecnologías de alto contraste, lo que requiere un considerable número de simulaciones para obtener los parámetros que determinan el dispositivo óptimo.

Un último ejemplo es el de las denominadas redes sub-longitud de onda o SWG (Sub-Wavelength Gratings) [Cheben 2010]. Éstas consisten en estructuras periódicas cuyo periodo es mucho más pequeño que la longitud de onda. El concepto, que ya se estudió en la óptica a mediados del siglo pasado [Rytov 1956], permite la implementación de medios artificiales, es decir, que la estructura SWG sea equivalente a un medio homogéneo de índice de refracción n_{SWG} , lo cual se ha representado esquemáticamente en la figura 1.4(b). Lo interesante de esta equivalencia es que, controlando la geometría de la SWG ($\Lambda \neq G$), es posible sintetizar, arbitrariamente y dentro de ciertos límites, el índice de refracción y la dispersión cromática (dependencia con la longitud de onda) de dicho material artificial. Este concepto recibe el nombre de ingeniería del *índice* o *ingeniería de la dispersión*, dependiendo de si la estructura tiene como objetivo la síntesis de un determinado n_{SWG} o de una determinada dispersión del mismo. Dicho control sobre la función $n_{SWG}(\lambda)$ proporciona nuevos grados de libertad para el diseño, posibilitando, con un único proceso de grabado, la obtención de un amplio abanico de materiales para la elaboración de circuitos ópticos integrados. Esto ofrece un camino muy interesante para la investigación: mejorar las prestaciones y simplificar la



Figura 1.4: (a) Esquema de funcionamiento de una red de difracción de acoplo. (b) Concepto de material *artificial* implementado con estructuras SWG.

fabricación de dispositivos existentes [Cheben 2006, Halir 2009, Ortega Moñux 2011].

Queda patente, por tanto, que las estructuras periódicas disponen de muy diversas e interesantes aplicaciones. Sin embargo, debido a las numerosas discontinuidades que presentan en la dirección de propagación, su diseño con las herramientas comerciales actuales es, en muchos casos, inabordable dados los elevados recursos computacionales que pueden requerir. La posibilidad de mejorar esta falta de eficiencia en las herramientas comerciales para diseñar estructuras periódicas complejas en tiempos razonables es una de las principales motivaciones de esta Tesis.

1.4. Objetivos

El principal objetivo de esta Tesis es desarrollar una herramienta de simulación para dispositivos ópticos integrados. Esta herramienta deberá mejorar la relación *precisión/tiempo de cómputo* que proporcionan los simuladores comerciales para dispositivos ópticos integrados en general y, especialmente, para las estructuras periódicas. Debido a su alta eficiencia, precisión y robustez, se ha elegido como núcleo electromagnético de la herramienta una versión 2D vectorial del método de expansión modal de Fourier con condiciones de contorno PML. La optimización en la simulación de los dispositivos periódicos se basará en la teoría de modos Floquet, la cual ha demostrado su utilidad con otros métodos de la misma familia [Helfert 2002, Čtyroký 2007, Lalanne 2000]. Con esto, se pretende obtener una herramienta de diseño competitiva especialmente orientada a cubrir las carencias que presentan las soluciones comerciales cuando se emplean para diseñar estructuras periódicas.

1.5. Aportaciones

La principal aportación de esta Tesis ha sido una herramienta de simulación de dispositivos ópticos integrados a la que se ha denominado FEXEN (*Fourier EXpansion simulation ENvironment*). En [Zavargo Peche 2012b] ésta se describe exhaustiva y pormenorizadamente. Tal y como se propuso en los objetivos, el simulador se basa en el Fourier-EEM con condiciones de contorno PML e implementa análisis de modos Floquet para el tratamiento eficiente de estructuras periódicas. Adicionalmente, se ha dotado a la herramienta de múltiples características complementarias que ayudan a explotar mejor las prestaciones de la misma. Estas funcionalidades, además de útiles, permiten que investigadores ajenos a la implementación de la herramienta puedan emplearla. Además, se ha elaborado un manual de usuario, el cual se adjunta al final de esta Tesis y que incluye un tutorial para facilitar el uso del simulador y conocer sus propiedades.

A modo de resumen, se indican las características más importantes de la herramienta:

- Análisis electromagnético riguroso de estructuras en bajo y alto contraste.
 - Análisis modal y propagación bidireccional de campo con método semianalítico muy eficiente.
 - Representación de distribuciones de campo resultantes del análisis modal y de la propagación.

- Monitores de potencia para controlar su flujo en cualquier lugar del dispositivo.
- Permite definir la dispersión cromática del índice de refracción de los materiales empleados y soporta constantes dieléctricas complejas, posibilitando esto último el análisis de medios con pérdidas como los metales.
- Soporte de condiciones de contorno periódicas y absorbentes PML en la dirección transversal.
- Cálculo de parámetros S generalizados (multipuerto y multimodo).
- Análisis de modos Floquet para estructuras periódicas.
 - Cálculo de constantes de propagación de modos Floquet y sus distribuciones de campo.
 - Cálculo eficiente de matrices de parámetros S en estructuras periódicas.
 - Simulación de dispositivos terminados con estructuras periódicas semi-infinitas.
- Soporte de barridos automáticos de múltiples parámetros de diseño y posibilidad de automatización con *scripts* MATLAB.
- Interfaz gráfico para facilitar la ejecución de las simulaciones.

El entorno completo ha sido comprobado, mostrando gran robustez, y forma parte del actual conjunto de herramientas de diseño que utilizan los investigadores del equipo en que se ha realizado esta Tesis. De hecho, varios miembros de este equipo ya han aplicado el simulador al diseño de diversos circuitos novedosos. Los dispositivos finales han sido validados utilizando herramientas comerciales como FullWave [RSoft] y FimmProp [Photon Design], demostrando que la precisión de FEXEN es la apropiada para el diseño de estas estructuras. Además, algunos de los dispositivos diseñados con FEXEN han sido fabricados y medidos, coincidiendo, muy razonablemente, el comportamiento del prototipo con el calculado por el simulador, contribuyendo a la validación de la herramienta. Principalmente, los circuitos en los que el simulador se ha empleado han sido dispositivos nanofotónicos en SOI con estructuras periódicas, entre los que se encuentran dispositivos MMI de altas prestaciones [figura 1.5], gratings de acoplo [figura 1.6], tapers para guías SWG [figura 1.7(a)], separadores de polarización [figura 1.7(b) y acopladores directionales [figura 1.7(c)]. Son estructuras en el estado del arte, muchas de las cuales han dado lugar a publicaciones en revistas de alto índice de impacto e incluso a premios. Ejemplo de esto último es el acoplador direccional de la figura 1.7(c), el cual fue galardonado con el premio al mejor diseño innovador de la conferencia Group IV Photonics 2012, patrocinado por Photon Design, desarrollador de la herramienta comercial FimmProp. Además, dicha empresa utiliza este circuito para destacar la capacidad de su programa [Photon Design], lo que pone en valor a FEXEN pues fue la herramienta empleada en el diseño original del acoplador.

Como aportación secundaria, se han realizado tareas de diseño en colaboración con el resto del equipo de investigación en que se ha realizado esta Tesis. La más relevante ha sido la relacionada con el MMI de altas prestaciones de la figura 1.5(a), en la que se



Figura 1.5: Dispositivos MMI de altas prestaciones: (a) híbrido a 90°[Ortega Moñux 2011], (b) acoplador 3dB de longitud reducida [Ortega Moñux 2012] y (c) acoplador 3dB de gran ancho de banda [Maese Novo 2012].



Figura 1.6: Redes de difracción de acoplo: (a) guías rib en SOI, polarización *Inplane* [Alonso Ramos 2010], (b) guías rib en SOI, independiente de la polarización [Alonso Ramos 2012] y (c) Si-Wire con un solo paso de grabado [Halir 2012a].



Figura 1.7: Varios dispositivos diseñados con FEXEN: (a) Taper adiabático para guías SWG [Pérez Galacho 2012], (b) separador de polarización basado en MMI con SWG [Maese Novo 2011] y (c) acoplador direccional de gran ancho de banda [Halir 2012b].

ha realizado el diseño de la parte periódica, la optimización del dispositivo, el análisis de tolerancias a errores de fabricación y la máscara para su fabricación. Otras tareas realizadas han sido el estudio de tolerancias sobre el *grating* de acoplo de la figura 1.6(c) o las rutinas para la obtención de las figuras de mérito de los *gratings* de acoplo de las figuras 1.6(a) y (b).

1.6. Organización de esta Tesis

Esta Tesis se ha estructurado en cinco capítulos y cuatro apéndices. Además, tras los apéndices se ha adjuntado el manual de usuario de la herramienta implementada, el cual es muy interesante para conocer las capacidades del simulador. El primer capítulo es la introducción así como una descripción de los objetivos y aportaciones de esta Tesis. En el segundo capítulo se detalla el método de expansión modal de Fourier: la técnica de análisis de dispositivos fotónicos en la que se basa el simulador implementado. El tercer capítulo está dedicado a las estructuras periódicas fotónicas y a cómo analizarlas de manera eficiente. El cuarto capítulo está dedicado a los circuitos ópticos más relevantes que se han diseñado empleando la herramienta presentada. El quinto capítulo se dedica a las conclusiones y líneas futuras. El apéndice A explica los operadores matriciales que se han empleado en el capítulo dos. El apéndice B detalla las reglas de factorización para funciones discontinuas que se emplean también en el capítulo dos. El apéndice C describe el método del índice efectivo. El apéndice D contiene los artículos y conferencias internacionales del autor de esta Tesis.

Capítulo 2

El método de expansión modal de Fourier

En este capítulo se detalla el método de expansión modal de Fourier o Fourier-EEM (Fourier Eigenmode Expansion Method) [Ortega Moñux 2005]. Pertenece al grupo de los métodos de expansión modal [Bienstman 2001], los cuales se basan en dividir el dispositivo a analizar en una concatenación de estructuras longitudinalmente invariantes y en describir los campos como una combinación lineal de los modos incidentes y reflejados en cada una de dichas estructuras. Otros métodos de esta familia son el MoL [Pregla 1989], el método de propagación bidireccional de modos o BEP (Bidirectional Eigenmode Propagation) [Ctyroký 2007] o el implementado por la herramienta comercial FIMMPROP [Photon Design]. Estos métodos están especialmente indicados para el análisis de dispositivos fotónicos formados por la concatenación de secciones invariantes en la dirección de propagación unidas entre sí por discontinuidades abruptas. Dependiendo de la estrategia seguida para el análisis modal de cada una de las estructuras longitudinalmente invariantes se definen distintos métodos dentro de esta misma familia. En esta Tesis se ha considerado el método de descomposición de Fourier para discretizar la dimensión transversal del problema y realizar el análisis modal, de ahí la denominación método de expansión modal de Fourier.

El primer apartado de este capítulo aborda el análisis modal de estructuras longitudinalmente invariantes utilizando el método de descomposición modal de Fourier. El segundo apartado trata la expansión modal, incluyendo la propagación en las secciones longitudinalmente invariantes y el ajuste modal entre las mismas. En el tercer y último apartado se muestra una comprobación de la implementación analizando dos dispositivos sencillos.

2.1. Análisis modal

Se denomina *modo* a la solución de campo de una estructura invariante en la dirección de propagación. El análisis modal consiste, por tanto, en obtener las soluciones de campo de una estructura de este tipo. En esta sección se resuelven las ecuaciones de Maxwell para el caso concreto del slab fotónico multicapa representado en la figura 2.1. Como puede verse, un slab fotónico es una estructura formada por una pila de capas de distinto grosor y distinto material dieléctrico. Por convención, la dirección en la que se apilan las capas será x y se considerará que el campo se propaga en di-



Figura 2.1: Slab fotónico de L capas.

rección z. Tanto la geometría de la estructura como los campos no van a depender de y. Tras plantear las ecuaciones que permitirán calcular el comportamiento del campo electromagnético en estas estructuras, se muestra el método empleado para obtener numéricamente sus modos. Como podrá observarse, la formulación no se restringirá a índices de refracción reales, lo que permitirá considerar pérdidas en los materiales e incluso simular estructuras con metales. Al final de esta sección se abordan dos temas que permiten mejorar los resultados del método: la representación de funciones discontinuas con series de Fourier y las condiciones de contorno.

2.1.1. Ecuación de ondas de un slab fotónico

A lo largo de este apartado se obtendrán las ecuaciones que determinan el campo electromagnético de un slab fotónico. En primer lugar se obtienen las expresiones para un problema 3D genérico, que se particularizarán para el caso de un problema invariante en la dirección de propagación y que, a su vez, se simplificarán para el caso de las estructuras 2D y el slab fotónico.

Las ecuaciones que rigen el comportamiento macroscópico de un campo electromagnético son las ecuaciones de Maxwell. En un medio no magnético, lineal, isótropo, en ausencia de cargas libres y asumiendo régimen permanente sinusoidal, estas ecuaciones son [Chen 2007]

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \tag{2.1}$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon_0 \epsilon \vec{E} \tag{2.2}$$

$$\nabla \cdot \epsilon \vec{E} = 0 \tag{2.3}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \tag{2.4}$$

siendo \vec{E} el vector fasor de campo eléctrico, \vec{H} el del campo magnético, ω la frecuencia angular del campo electromagnético, ϵ_0 la constante dielectrica del vacío, μ_0 la permeabilidad magnética del vacío y ϵ la constante dieléctrica relativa del medio que, en general, depende de la posición y de la frecuencia. Si ϵ es real, se dice que el medio es sin pérdidas mientras que constantes dieléctricas complejas implican materiales con pérdidas. Además, se define el índice de refracción n tal que $\epsilon = n^2$. Manipulando dichas ecuaciones se obtienen las ecuaciones de Helmholtz vectoriales [Tamir 1988]

$$\nabla^2 \vec{E} + k_0^2 \epsilon \vec{E} = -\nabla (\nabla (\ln \epsilon) \cdot \vec{E})$$
(2.5)

$$\nabla^2 \vec{H} + k_0^2 \epsilon \vec{H} = -\nabla(\ln \epsilon) \times \nabla \times \vec{H}$$
(2.6)

donde $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ es la constante de propagación en el vacío.

Ahora se obtendrán las ecuaciones del análisis modal. Para ello se considerará la no dependencia de la geometría del problema con la dirección z. Para estudiar el comportamiento del campo electromagnético en este caso, se han separado los campos eléctrico y magnético según sus componentes longitudinales (E_z, H_z) y transversales (\vec{E}_t, \vec{H}_t) , esto es

$$\vec{E} = \vec{E}_t + E_z \hat{\mathbf{z}} \tag{2.7}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_t + H_z \hat{\mathbf{z}}.$$
(2.8)

Al aplicar las ecuaciones de Helmholtz a problemas de este tipo, se puede demostrar que las componentes longitudinales y transversales de campo quedan desacopladas [Tamir 1988] por lo que el problema se puede plantear en función de las componentes transversales

$$\nabla^2 \vec{E}_t + k_0^2 \epsilon \vec{E}_t = -\nabla_t (\nabla_t (\ln \epsilon) \cdot \vec{E}_t)$$
(2.9)

$$\nabla^2 \vec{H}_t + k_0^2 \epsilon \vec{H}_t = -\nabla_t (\ln \epsilon) \times \nabla_t \times \vec{H}_t$$
(2.10)

donde el operador ∇_t es

$$\nabla_t = \frac{\partial}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{\mathbf{y}}$$
(2.11)

Las ecuaciones (2.9) y (2.10) reciben el nombre de *ecuaciones de ondas* y plantean dos formas distintas de resolver el mismo problema. La primera de las ecuaciones es la *formulación* E y permite calcular las componentes transversales del campo eléctrico. La segunda ecuación es la *formulación* H, que calcula las componentes transversales del campo magnético. Se puede demostrar que ambas ecuaciones soportan un conjunto de soluciones del tipo

$$\vec{E}_t^{(m)}(x, y, z) = \vec{e}_t^{(m)}(x, y) \cdot e^{\mp \gamma_m z}$$
(2.12)

$$\vec{H}_t^{(m)}(x, y, z) = \pm \vec{h}_t^{(m)}(x, y) \cdot e^{\mp \gamma_m z}$$
(2.13)

donde *m* identifica las distintas soluciones del problema. Cada una de éstas recibe el nombre de *modo* y se caracteriza por su distribución de campo $(\vec{e}_t^{(m)}(x, y) \neq \vec{h}_t^{(m)}(x, y))$ y su constante de propagación compleja $\gamma_m = \alpha_m + j\beta_m$. A lo largo de esta Tesis será frecuente expresar la constante de propagación de un modo como el índice efectivo del mismo. Éste se define como $n_{eff,c}^{(m)} = -j\gamma_m/k_0$, de manera que la parte real del índice efectivo es $n_{eff}^{(m)} = \beta_m/k_0$ y la parte imaginaria del mismo es $n_{eff,i}^{(m)} = -\alpha_m/k_0$. Nótese que, si no se indica lo contrario con los subíndices *c* o *i*, se asume que se está considerando la parte real del índice efectivo.

Sustituyendo las soluciones (2.12) y (2.13) en las ecuaciones (2.9) y (2.10) se obtienen las ecuaciones de análisis modal

$$\left[\nabla_t^2 + k_0^2 \epsilon + \nabla_t (\nabla_t (\ln \epsilon) \cdot)\right] \vec{e}_t = \vec{\Theta}_e \vec{e}_t = -\gamma^2 \vec{e}_t$$
(2.14)

$$\left[\nabla_t^2 + k_0^2 \epsilon + \nabla_t (\ln \epsilon) \times \nabla_t \times\right] \vec{h}_t = \vec{\Theta}_h \vec{h}_t = -\gamma^2 \vec{h}_t$$
(2.15)

donde el índice m no es necesario porque sólo se usa para indicar cada solución individual. Además, identificando la parte izquierda de las ecuaciones con los operadores lineales $\vec{\Theta}_e \ y \vec{\Theta}_h$, puede verse claramente que las expresiones (2.14) y (2.15) constituyen dos problemas de autovalores siendo las autofunciones de los operadores lineales $\vec{\Theta}_e$ y $\vec{\Theta}_h$ las distribuciones transversales de campo eléctrico y magnético de la estructura respectivamente. Los autovalores se corresponden con las constantes de propagación de los modos de la estructura, que son las mismas en los dos formulaciones por tratarse del mismo problema físico.

A continuación, se particularizan estas ecuaciones de análisis modal para el caso del slab fotónico. En dicho caso, la dependencia espacial de la constante dieléctrica relativa se restringe a la dimensión x, por lo que $\epsilon = \epsilon(x, \omega)$. Además, el campo será constante en la dimensión y, por lo que se simplificarán los operadores $\nabla_t = \frac{\partial}{\partial x} \hat{\mathbf{x}}$. Un último detalle a tener en cuenta es que esta estructura soporta dos tipos de modos según la orientación en que se polariza la luz. Los modos transversal-eléctrico o TE se caracterizan por presentar una única componente del campo eléctrico en la dirección y, esto es, $\vec{E}(x, z) =$ $E_y(x, z)\hat{\mathbf{y}}$. Por su parte, los modos transversal-magnético o TM se caracterizan por un campo magnético polarizado en la dirección y: $\vec{H}(x, z) = H_y(x, z)\hat{\mathbf{y}}$. En esta Tesis se ha decidido emplear la formulación E para resolver los modos TE y la formulación Hpara resolver los modos TM. Este criterio busca seguir un proceso análogo en ambas polarizaciones, que permite incluso la reutilización de las mismas expresiones en los dos casos [Čtyroký 2007].

Teniendo en cuenta estas consideraciones, la ecuación de análisis modal para la polarización TE es

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} e_y^{TE} + k_0^2 \epsilon e_y^{TE} = \Theta_e^{TE} e_y^{TE} = -\gamma_{TE}^2 e_y^{TE}$$
(2.16)

mientras que la de TM es

$$\epsilon \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial x} h_y^{TM} + k_0^2 \epsilon h_y^{TM} = \Theta_h^{TM} h_y^{TM} = -\gamma_{TM}^2 h_y^{TM}$$
(2.17)

que, por supuesto, siguen pudiéndose expresar como problemas de autovalores con los operadores lineales Θ_e^{TE} y Θ_h^{TM} .

Una vez conocida la componente de campo transversal, el resto de componentes se obtiene fácilmente. Así, las componentes del campo magnético de los modos TE se calculan como

$$h_x^{(m)} = j \frac{\gamma_m}{k_0 \eta_0} e_y^{(m)}$$
(2.18)

$$h_z^{(m)} = j \frac{1}{k_0 \eta_0} \frac{\partial}{\partial x} e_y^{(m)}$$
(2.19)
mientras que las componentes del campo eléctrico de los modos TM son

$$e_x^{(m)} = -j\frac{\gamma_m\eta_0}{k_0\epsilon}h_y^{(m)} \tag{2.20}$$

$$e_z^{(m)} = -j \frac{\eta_0}{k_0 \epsilon} \frac{\partial}{\partial x} h_y^{(m)}$$
(2.21)

donde $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi\Omega$ es la impedancia característica del vacío. En estas expresiones, los subíndices y superíndices TE y TM se han omitido para no complicar la notación.

En principio, existe solución analítica para el análisis modal del slab [Chen 2007]. No obstante, y como se comenta más adelante, en esta Tesis dicho problema se resuelve de manera numérica.

Por último, antes de concluir este estudio teórico del slab fotónico, se hace una pequeña reflexión sobre la potencia. Dado que la estructura es infinita en la dirección y y que el campo es constante en dicha dirección, la potencia que transporta el campo es infinita, por lo que tendrá más sentido hablar de densidad de potencia o de potencia por unidad de longitud en y. No obstante, a lo largo de esta Tesis, para facilitar su lectura, cada vez que se menciona la potencia en una estructura 2D en realidad se refiere a la densidad de potencia de la misma. Así, la potencia media que el campo transporta en dirección z se calcula como

$$Pot = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \Re \left(\vec{E} \times \vec{H}^* \right) \cdot \hat{\mathbf{z}} dx$$
(2.22)

donde \vec{H}^* es el complejo conjugado del vector campo magnético. Particularizando para el modo m de las dos polarizaciones consideradas y sustituyendo los respectivos campos de las expresiones (2.18) y (2.20) se tiene

$$Pot_{TE}^{(m)} = -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \Re \left[e_y^{(m)} \left(h_x^{(m)} \right)^* \right] dx = \frac{\beta_m}{2k_0\eta_0} \int_{-\infty}^{\infty} \left| e_y^{(m)} \right|^2 dx$$
(2.23)

para los modos TE y

$$Pot_{TM}^{(m)} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \Re \left[e_x^{(m)} \left(h_y^{(m)} \right)^* \right] dx = \frac{\beta_m \eta_0}{2k_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\epsilon(x)} \left| h_y^{(m)} \right|^2 dx$$
(2.24)

para los modos TM.

2.1.2. Tipos de soluciones de la ecuación de ondas

En este apartado se explican los tipos de modos más comunes que se encuentran en los slabs fotónicos. La intención no es profundizar en ellos sino conocer las soluciones típicas que se obtendrán al resolver las ecuaciones (2.16) y (2.17) en los problemas que se han tratado en esta Tesis. Para saber más, existen en la literatura diversos trabajos que dan una visión más detallada de los mismos [Bienstman 2001, Ortega Moñux 2008].

Se van a considerar las soluciones de dos problemas distintos: el de las estructuras abiertas, que se corresponden con el problema original; y el de las estructuras cerradas, empleadas en el problema discretizado. Se consideran estructuras abiertas aquellas en las que las soluciones de campo se extienden hasta infinito, mientras que las cerradas presentan condiciones de contorno para ciertos valores de x finitos que permiten resolver el problema considerando únicamente el espacio comprendido entre dichos valores. Es necesario estudiar ambos problemas porque el primero es típicamente el caso real mientras que el segundo es el que se implementa en la herramienta numérica presentada en esta Tesis.

Problema abierto

Para estudiar los modos del slab en el problema abierto, se ha considerado una guía slab con un núcleo de índice de refracción n_n rodeado por una cubierta de índice $n_c < n_n$ siendo ambos valores reales, o, lo que es lo mismo, considerando materiales sin pérdidas. La representación en el plano complejo de los índices efectivos complejos de estos modos se muestra en la figura 2.2. Lo primero que puede observarse es la simetría respecto al origen pues, si existe un modo con índice efectivo $n_{eff,c}$, también existe otro modo con índice efectivo $-n_{eff,c}$. Los modos con $n_{eff} > 0$ reciben el nombre de modos hacia adelante o modos forward mientras que los otros son modos hacia atrás o backward. Por otra parte, los modos se pueden clasificar en:

- Modos guiados. Son modos cuyos índices efectivos complejos están ubicados en el eje real. Forman un conjunto discreto de modos y su índice efectivo se encuentra entre el del núcleo y el de la cubierta $n_c < n_{eff}^{(guiados)} < n_n$. Su perfil de campo se encuentra concentrado en el núcleo de la guía y decrece exponencialmente en la cubierta. Estos modos se propagan sin atenuarse a lo largo de la dirección z en medios sin pérdidas, por lo que son capaces de transportar potencia por el núcleo de la guía en la dirección de propagación. De ahí el nombre de guiados.
- Modos radiados. Forman un conjunto continuo de modos cuyos índices efectivos



Figura 2.2: Distribución de los modos en el plano complejo del problema abierto de una guía slab con una capa central de índice de refracción n_n rodeada por una cubierta de índice n_c . Los modos guiados se han marcado con círculos, el continuo de modos radiados se identifica con la línea de grosor doble en los ejes y las aspas marcan los modos *leaky*.

complejos están distribuidos sobre los ejes real e imaginario. Su perfil de campo oscila en la cubierta y así se extiende hasta infinito. Al considerarlos en conjunto, éstos son capaces de modelar la potencia que se pierde, en forma de radiación, de ahí el nombre de radiados. Los modos radiados se dividen en dos grupos según el índice efectivo sea real o imaginario. Los modos radiados de índice real se llaman *propagativos* porque su amplitud no decrece en la dirección de propagación. Los modos de índice imaginario se llaman *evanescentes* porque se atenúan a medida que se avanza en la dirección z, ya que están al corte.

 Modos leaky. Es un conjunto discreto de modos cuyos índices efectivos están ubicados en el plano complejo. Su perfil de campo, en el caso del slab mono-capa, es exponencialmente creciente en la cubierta. Debido a que la parte imaginaria del índice efectivo es menor que cero, son modos que se atenúan al propagarse. De ahí la denominación leaky (con pérdidas en inglés). Es más fácil entender este tipo de modos en estructuras distintas al slab fotónico mono-capa, como por ejemplo, el slab representado en la figura 2.3. Ésta representa el perfil de un circuito SOI en que la capa de óxido es demasiado delgada, haciendo que parte del modo fundamental se pierda en el substrato, lo que se modela con un modo con pérdidas o leaky.

El conjunto de modos guiados y radiados puede demostrarse que es un conjunto completo en estructuras sin pérdidas [Sagan 1989]. En estructuras con pérdidas, no existe una demostración rigurosa de la completitud pero en la práctica siguen siendo válidos para representar cualquier distribución de campo. Respecto a los modos *leaky*, es sabido que el conjunto de modos guiados y *leaky* es incompleto [Snyder 1983].

Problema cerrado

Los modos del problema cerrado se explican aplicando las condiciones de contorno al problema abierto. En general, las condiciones de contorno más comunes son las de conductor eléctrico perfecto, conductor magnético perfecto y condiciones periódicas. Así, los modos, bajo condiciones de contorno de conductor perfecto, cambian de la siguiente forma:

 Si la ventana de cómputo es suficientemente grande como para que el campo de los modos guiados sea despreciable en los límites del problema, estos modos



Figura 2.3: Capas de un slab SOI, siendo $n_{Si} > n_{SiO_2} > n_c$, y representación esquemática del campo de un modo con pérdidas hacia el sustrato.

son prácticamente idénticos a los de la estructura abierta. Recuérdese que los modos guiados presentaban un perfil de campo exponencialmente decreciente en la cubierta de la guía.

- Todos los modos radiados del problema abierto que no satisfacen las nuevas condiciones de contorno dejan de existir en el problema cerrado. Por tanto, el nuevo conjunto de modos radiados en el problema cerrado será un conjunto discreto de modos, como se muestra en la figura 2.4. En realidad, estos modos son modos guiados por la ventana de cómputo, pero se denominan modos guiados sólo a los que tienen un índice efectivo real por encima del índice de refracción de la cubierta y modos radiados al resto de modos guiados por la ventana.
- Los modos *leaky*, por su crecimiento exponencial en la cubierta, no pueden satisfacer estas condiciones de contorno y desaparecen para el problema cerrado.

De nuevo, el conjunto de modos guiados y radiados también es un conjunto completo de modos en estructuras cerradas sin pérdidas.



Figura 2.4: Distribución de los modos en el plano complejo del problema cerrado de una guía slab.

2.1.3. El método de descomposición de Fourier

Una vez conocidas las ecuaciones de onda de la guía slab y los tipos de soluciones que aparecen, se muestra en este apartado un método numérico que permitirá resolver las ecuaciones (2.16) y (2.17). Se trata del *método de descomposición de Fourier* o FDM (*Fourier Decomposition Method*) [Wangüemert Pérez 1999], que se basa en discretizar el problema empleando series de exponenciales complejas. Los motivos por los que se emplea un método numérico para resolver el problema del análisis modal del slab, que tiene solución analítica, se explicarán en el apartado 2.2. Para discretizar las ecuaciones modales del slab utilizando N+1 armónicos de Fourier, los campos eléctrico y magnético se van a expresar como

$$e(x) = \sum_{k=-N/2}^{N/2} \phi_e^{(k)} \cdot e^{jk2\pi/X_0} x = \sum_{k=-N/2}^{N/2} \phi_e^{(k)} \cdot e^{jkK_{X_0}x}$$
(2.25)

$$h(x) = \sum_{k=-N/2}^{N/2} \phi_h^{(k)} \cdot e^{jkK_{X_0}x}$$
(2.26)

donde X_0 es el ancho de la ventana de cómputo, $K_{X_0} = 2\pi/X_0$ es la pulsación del armónico fundamental y $\phi_{e,h}^{(k)}$ es el armónico k-ésimo del campo eléctrico o magnético. Sustituyendo estos campos en las ecuaciones (2.16) y (2.17) y aplicando el conocido método de Galerkin [Boyd 1989] se obtienen las ecuaciones matriciales

$$\overline{\overline{\mathrm{DD}}}_{x} \boldsymbol{\Phi}_{e_{y}}^{TE} + k_{0}^{2} \overline{\overline{\mathrm{P}}}(\epsilon) \boldsymbol{\Phi}_{e_{y}}^{TE} = -\gamma_{TE}^{2} \boldsymbol{\Phi}_{e_{y}}^{TE}$$
(2.27)

$$\overline{\overline{P}}(\epsilon)\overline{\overline{D}}_{x}\overline{\overline{P}}(1/\epsilon)\overline{\overline{D}}_{x}\boldsymbol{\Phi}_{h_{y}}^{TM} + k_{0}^{2}\overline{\overline{P}}(\epsilon)\boldsymbol{\Phi}_{h_{y}}^{TM} = -\gamma_{TM}^{2}\boldsymbol{\Phi}_{h_{y}}^{TM}$$
(2.28)

donde los vectores columna $\Phi_{e_y}^{TE}$ y $\Phi_{h_y}^{TM}$ son los coeficientes de Fourier de los campos eléctrico y magnético de los modos TE y TM respectivamente y las matrices $\overline{\overline{D}}_x$, $\overline{\overline{DD}}_x$ y $\overline{\overline{P}}(\epsilon)$ son, respectivamente, los operadores derivada primera, derivada segunda y producto por la constante dieléctrica en el dominio de Fourier, cuya definición puede encontrarse en el apéndice A.

Como ya se indicó, las ecuaciones (2.27) y (2.28) son problemas de autovalores. Basta agrupar términos para llegar a

$$\overline{\overline{\mathbf{M}}}_{e}^{TE} \boldsymbol{\Phi}_{e_{y}}^{TE} = -\gamma_{TE}^{2} \boldsymbol{\Phi}_{e_{y}}^{TE}$$
(2.29)

$$\overline{\overline{\mathbf{M}}}_{h}^{TM} \boldsymbol{\Phi}_{h_{y}}^{TM} = -\gamma_{TM}^{2} \boldsymbol{\Phi}_{h_{y}}^{TM}$$
(2.30)

donde las matrices $\overline{\overline{\mathbf{M}}}_{e}^{TE}$ y $\overline{\overline{\mathbf{M}}}_{h}^{TM}$ también reciben el nombre de *matrices del sistema* y están directamente relacionadas con los operadores lineales Θ_{e}^{TE} y Θ_{h}^{TM} de las ecuaciones (2.16) y (2.17). Para los modos TE, la diagonalización de la matriz $\overline{\overline{\mathbf{M}}}_{e}^{TE}$ se puede expresar como

$$\overline{\overline{\mathbf{M}}}_{e}^{TE} = \overline{\overline{\mathbf{Q}}}_{e} \left(-\overline{\overline{\Gamma}}_{TE}^{2} \right) \left(\overline{\overline{\mathbf{Q}}}_{e} \right)^{-1}$$
(2.31)

donde la matriz $\overline{\overline{\Gamma}}_{TE}$ es diagonal, siendo el elemento *m*-ésimo de la diagonal la constante de propagación *hacia adelante* del modo *m*; y donde la matriz $\overline{\overline{\mathbb{Q}}}_e$ está formada por los armónicos de Fourier, agrupados en columnas, del perfil del campo eléctrico del modo *m*. Por ejemplo, considerando N + 1 armónicos de Fourier, la matriz $\overline{\overline{\mathbb{Q}}}_e$ es

$$\overline{\overline{Q}}_{e} = \begin{bmatrix} \phi_{e_{y}}^{(0)}[-N/2] & \phi_{e_{y}}^{(1)}[-N/2] & \cdots & \phi_{e_{y}}^{(N)}[-N/2] \\ \phi_{e_{y}}^{(0)}[-N/2+1] & \phi_{e_{y}}^{(1)}[-N/2+1] & \cdots & \phi_{e_{y}}^{(N)}[-N/2+1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{e_{y}}^{(0)}[N/2] & \phi_{e_{y}}^{(1)}[N/2] & \cdots & \phi_{e_{y}}^{(N)}[N/2] \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \Phi_{e_{y}}^{(0)} & \Phi_{e_{y}}^{(1)} & \cdots & \Phi_{e_{y}}^{(N)} \end{bmatrix}$$

$$(2.32)$$

donde $\phi_{e_y}^{(m)}[k]$ es el armónico de Fourier k-ésimo del campo eléctrico del modo m-ésimo. Además, como se ve en el término derecho de (2.32), los armónicos del modo m-ésimo se pueden agrupar en el vector columna $\Phi_{e_y}^{(m)}$. Del mismo modo, la diagonalización de la matriz $\overline{\overline{M}}_h^{TM}$ permite definir las matrices $\overline{\overline{\Gamma}}_{TM}$ y $\overline{\overline{Q}}_h$ de características similares a las obtenidas para los modos TE. Más adelante, en el apartado 2.2.1, se mostrará que estas matrices son fundamentales para la expansión modal.

Los problemas de autovalores (2.29) y (2.30) permiten calcular el campo eléctrico de los modos TE y el magnético de los modos TM. Para obtener la componente transversal del campo h_x de los modos TE y campo e_x de los modos TM, sería posible plantear un nuevo problema de autovalores empleando la formulación contraria (formulación H para los modos TE y formulación E para los modos TM), pero es más eficiente obtenerlas discretizando las ecuaciones (2.18)-(2.21) las cuales, además, permiten obtener la componente longitudinal de campo de cada polarización. Para el campo magnético de cada uno de los modos TE, las expresiones resultantes son

$$\Phi_{h_x}^{(m)} = j \frac{\gamma_m}{k_0 \eta_0} \Phi_{e_y}^{(m)}$$
(2.33)

$$\mathbf{\Phi}_{h_z}^{(m)} = j \frac{1}{k_0 \eta_0} \overline{\overline{\mathbf{D}}}_x \mathbf{\Phi}_{e_y}^{(m)} \tag{2.34}$$

mientras que las componentes del campo eléctrico de los modos TM son

$$\Phi_{e_x}^{(m)} = -j \frac{\gamma_m \eta_0}{k_0} \overline{\overline{P}}(1/\epsilon) \Phi_{h_y}^{(m)}$$
(2.35)

$$\mathbf{\Phi}_{e_z}^{(m)} = -j \frac{\eta_0}{k_0} \overline{\overline{\mathbf{P}}}(1/\epsilon) \overline{\overline{\mathbf{D}}}_x \mathbf{\Phi}_{h_y}^{(m)}$$
(2.36)

donde, de nuevo, se han omitido los subíndices y superíndices TE y TM para no complicar la notación.

Respecto al cálculo de potencia, basta expandir en series de Fourier los campos en la expresión (2.23) para obtener

$$Pot_{TE}^{(m)} = \frac{\beta_m}{2k_0\eta_0} \int_{X_0} \left| \sum_{k=-N/2}^{N/2} \phi_{e_y}^{(k,m)} e^{jkK_{X_0}x} \right|^2 dx$$
$$= \frac{\beta_m}{2k_0\eta_0} X_0 \sum_{k=-N/2}^{N/2} \left| \phi_{e_y}^{(k,m)} \right|^2$$
$$= \frac{\beta_m}{2k_0\eta_0} X_0 \left(\Phi_{e_y}^{(m)} \right)^* \Phi_{e_y}^{(m)}$$
(2.37)

donde $Pot_{TE}^{(m)}$ es la potencia que transporta, en dirección z, el modo *m*-ésimo de la polarización TE y donde $\left(\Phi_{e_y}^{(m)}\right)^*$ es la transpuesta conjugada de $\Phi_{e_y}^{(m)}$. Del mismo modo, para la polarización TM se obtiene

$$Pot_{TM}^{(m)} = \frac{\beta_m \eta_0}{2k_0} X_0 \overline{\overline{P}}(1/\epsilon) \left(\Phi_{h_y}^{(m)} \right)^* \Phi_{h_y}^{(m)}.$$
(2.38)

Estos últimos resultados son especialmente interesantes para realizar un pequeño procesado sobre las matrices $\overline{\overline{\mathbb{Q}}}_{e,h}$. Para explicarlo, nótese que, en general, los métodos de resolución de problemas de autovalores no emplean criterios para normalizar los autovectores obtenidos que puedan aportar sentido físico a los mismos. En concreto, la potencia que transporta el modo m en dirección z es, en principio, distinta para cada m. Dado que el producto de un autovector por un escalar sigue siendo un autovector del problema, podría ser interesante dividir cada vector $\Phi_{e_y,h_y}^{(m)}$ por la raiz cuadrada de su potencia, de modo que la potencia transportada en dirección z por cada uno de los autovectores calculados sea la unidad. Esta normalización puede expresarse como

$$\hat{\overline{\mathbf{Q}}}_{e,h} = \overline{\overline{\mathbf{Q}}}_{e,h} \left(\overline{\overline{\operatorname{Pot}}}_{TE,TM}\right)^{-1}$$
(2.39)

donde $\overline{\overline{\mathbb{Q}}}_{e,h}$ son las matrices $\overline{\overline{\mathbb{Q}}}_{e,h}$ normalizadas y donde $\overline{\operatorname{Pot}}_{TE,TM}$ son matrices diagonales cuyo *m*-ésimo elemento es $Pot_{TE,TM}^{(m)}$, esto es, la potencia que transporta el modo *m* de la polarización TE o TM respectivamente. En adelante, se considerará que las matrices $\overline{\overline{\mathbb{Q}}}_{e,h}$ están normalizadas a no ser que se indique lo contrario. Esto equivale a decir que los modos estarán normalizados a la potencia unidad.

2.1.4. Discretización de campos discontinuos usando series de Fourier

Como bien es sabido, el desarrollo de una función discontinua en series de funciones continuas presenta, en las proximidades de la discontinuidad, un error punto a punto que no converge uniformemente a cero con el número de armónicos. Este comportamiento recibe el nombre de *fenómeno de Gibbs* cuando las series son de Fourier [Oppenheim 1997]. Evidentemente, esto afecta negativamente al análisis del slab fotónico empleando el FDM, aunque existen ciertas reglas de factorización [Sauvan 2004] basadas en la denomidada *regla inversa* [Li 1996] que solucionan parcialmente este problema. Si bien ésta ha sido la estrategia utilizada en esta Tesis, existen otras técnicas con la misma finalidad como la de la *partición del espectro* o *spectrum splitting* [Wangüemert Pérez 2007], especialmente orientada a la técnica de resolución de modos basado en la FFT (FFT-MS) [Ortega-Monux 2007].

En el problema del slab fotónico, el fenómeno de Gibbs afecta a la polarización TM. En primer lugar, para calcular la componente h_y se resuelve la ecuación

$$\left[\overline{\overline{P}}(1/\epsilon)\right]^{-1}\overline{\overline{D}}_x \left[\overline{\overline{P}}(\epsilon)\right]^{-1}\overline{\overline{D}}_x \Phi_{h_y}^{TM} + k_0^2 \left[\overline{\overline{P}}(1/\epsilon)\right]^{-1} \Phi_{h_y}^{TM} = -\gamma_{TM}^2 \Phi_{h_y}^{TM}$$
(2.40)

la cual se deduce en el apéndice B y sustituye a la ecuación (2.28). Por tanto, la matriz del sistema para los modos TM con *formulación* H pasa a ser

$$\overline{\overline{\mathbf{M}}}_{h}^{TM} = \left[\overline{\overline{\mathbf{P}}}(1/\epsilon)\right]^{-1} \overline{\overline{\mathbf{D}}}_{x} \left[\overline{\overline{\mathbf{P}}}(\epsilon)\right]^{-1} \overline{\overline{\mathbf{D}}}_{x} + k_{0}^{2} \left[\overline{\overline{\mathbf{P}}}(1/\epsilon)\right]^{-1}.$$
(2.41)

El mismo concepto es aplicable al cálculo de los coeficientes del campo $e_z(x)$. Así, la expresión (2.36) se sustituye por

$$\mathbf{\Phi}_{e_z}^{(m)} = -j \frac{\eta_0}{k_0} \left[\overline{\overline{\mathbf{P}}}(\epsilon) \right]^{-1} \overline{\overline{\mathbf{D}}}_x \mathbf{\Phi}_{h_y}^{(m)}.$$
(2.42)

El segundo aspecto a tratar de los modos TM es la obtención del campo $e_x(x)$. Hallar Φ_{e_x} con la expresión (2.35) y después calcular su transformada inversa para para obtener $e_x(x)$ provoca, debido al fenómeno de Gibbs, un error punto a punto mucho mayor que el generado al hacer lo mismo con el campo $h_y(x)$. La mejor manera de evitar este incremento en el error es no emplear la transformada de Fourier ni su inversa sobre campos discontinuos. En este caso concreto, una buena solución es el uso del desplazamiento eléctrico definido como

$$d_x^{TM}(x) = \epsilon(x)e_x^{TM}(x).$$
(2.43)

En dicha definición, tanto $\epsilon(x)$ como $e_x^{TM}(x)$ son funciones discontinuas en x, al contrario de $d_x^{TM}(x)$, que es continua. A partir de (2.20), es fácil comprobar que

$$d_x^{(m)} = -j \frac{\gamma_m \eta_0}{k_0} h_y^{(m)}$$
(2.44)

y que, con el uso de los operadores matriciales, los armónicos del desplazamiento eléctrico son

$$\mathbf{\Phi}_{d_x}^{(m)} = -j \frac{\gamma_m \eta_0}{k_0} \mathbf{\Phi}_{h_y}^{(m)} \tag{2.45}$$

que permiten obtener el desplazamiento eléctrico en el espacio con la transformada inversa de Fourier sin fenómeno de Gibbs, al ser $d_x^{TM}(x)$ una función continua. Conocido $d_x^{TM}(x)$, basta dividir por la constante dieléctrica $\epsilon(x)$ para obtener el campo eléctrico transversal, como se deduce de la propia definición del desplazamiento eléctrico (2.43).

Es importante destacar que el fenómeno de Gibbs afecta al error punto a punto de un campo discontinuo. Sin embargo, este error no afecta a las integrales sobre un periodo completo sobre el que se ha definido el espacio de Fourier (en este caso, X_0) ya que las oscilaciones debidas al fenómeno de Gibbs se cancelan entre ellas al realizar la integración. Por tanto, operaciones como el cálculo de potencias o la técnica de ajuste modal, que se detallará en el apartado 2.2.3, no requerirán de un trato especial según la continuidad de los campos involucrados.

2.1.5. Condiciones de contorno

Como se introducía al principio del apartado 2.1.2, la mayoría de los circuitos de óptica integrada son problemas abiertos en las que las únicas condiciones de contorno que deben satisfacerse son las impuestas por las propias discontinuidades de las estructuras. No obstante, al emplear una ventana de cómputo finita con funciones de Fourier para representar los campos, se añaden unas nuevas condiciones de contorno de periodicidad en los extremos de dicha ventana, esto es, se fuerza que el problema se repita periódicamente a ambos lados de la región espacial estudiada. Esta periodicidad es especialmente adversa en problemas que presentan radiación, ya que se produce un *aliasing* por la interferencia de las réplicas periódicas del problema original, como se muestra en la figura 2.5(a).

La técnica más común para resolver este problema, y la que se ha empleado en la implementación de la herramienta presentada en esta Tesis, consiste en forzar *condiciones de contorno absorbentes* o ABC *(absorbent boundary conditions)*, de manera que el campo que se acerca a la ventana se atenúe para que no afecte a la réplica del problema. Las condiciones de contorno absorbentes se obtienen con la simulación



Figura 2.5: Comportamiento de un campo radiado (a) con condiciones de contorno periódicas y (b) con condiciones de contorno absorbentes.

de unas capas de material absorbente situadas en las proximidades del límite de la ventana, como se muestra esquemáticamente en la figura 2.5(b). No obstante, este nuevo material virtual presente en la simulación crea una nueva discontinuidad entre el problema original y la propia capa, lo cual puede provocar reflexiones que no están presentes en el problema original. Para evitar este inconveniente, se utilizan las condiciones de contorno absorbentes perfectamente adaptadas o PML (Perfectly Matched Layers) [Berenger 1994], que fuerzan la anulación de estas reflexiones espúrias.

Las dos formulaciones más empleadas para implementar las condiciones de contorno PML son:

- Versión anisótropa [Sacks 1995]. Esta técnica simula materiales absorbentes cuyas características satisfacen la condición de no reflexión. Se trata de un material anisótropo porque el objetivo es atenuar en la dirección transversal y no hacerlo en la dirección de propagación. La condición de no reflexión se consigue para cualquier frecuencia, polarización o ángulo de incidencia.
- Versión Coordenada Compleja [Chew 1994]. Esta técnica utiliza una transformación de variable de manera que, en la zona de la PML, la coordenada espacial se transforma en una coordenada compleja que provoca la atenuación. Eligiendo los parámetros de la transformación apropiadamente también es posible obtener la condición de no reflexión para cualquier frecuencia, polarización o ángulo de incidencia.

La formulación empleada en la implementación del simulador aquí presentado es la versión coordenada compleja porque permite la reutilización de la formulación detallada en los apartados anteriores. Su implementación, que se desarrolló en el equipo de investigación bajo el que se ha realizado esta Tesis [Wangüemert Pérez 1999, Ortega Moñux 2008], se describe a continuación.

Considérese la siguiente transformación de variable

$$\tilde{x} = \int_0^x s_x(x')dx' \tag{2.46}$$

donde

$$s_x(x) = \begin{cases} 1 + iA_x \left(-\frac{x + x_{\text{PML}}}{X_0/2 - x_{\text{PML}}} \right)^a, & -\frac{X_0}{2} < x < -x_{\text{PML}} \\ 1, & -x_{\text{PML}} < x < x_{\text{PML}} \\ 1 + iA_x \left(\frac{x - x_{\text{PML}}}{X_0/2 - x_{\text{PML}}} \right)^a, & x_{\text{PML}} < x < \frac{X_0}{2} \end{cases}$$
(2.47)

siendo A_x la atenuación máxima de la PML, llamada amplitud de la PML; y *a* el orden de la misma, que determina el ritmo al que crece la atenuación en la capa absorbente. Además, $x_{\rm PML} = X_0/2 - \Delta$, siendo Δ el ancho de la PML. Puede demostrarse que este cambio de variable implementa condiciones de contorno PML [Chew 1997], es decir, condiciones de contorno absorbentes que no provocan reflexiones.

Para introducir esta transformación de variables en las ecuaciones de Maxwell, basta sustitir el operador ∇ por

$$\tilde{\nabla}_x = \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{\mathbf{z}} = \frac{1}{s_x} \frac{\partial}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}, \qquad (2.48)$$

de modo que las ecuaciones del slab pasan a ser

$$\frac{1}{s_x}\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{s_x}\frac{\partial}{\partial x}e_y^{TE} + k_0^2\epsilon e_y^{TE} = -\gamma_{TE}^2 e_y^{TE}$$
(2.49)

para los modos TE y

$$\epsilon \frac{1}{s_x} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\epsilon} \frac{1}{s_x} \frac{\partial}{\partial x} h_y^{TM} + k_0^2 \epsilon h_y^{TM} = -\gamma_{TM}^2 h_y^{TM}.$$
(2.50)

para los modos TM.

Así, los problemas de autovalores (2.27) y (2.40) pasan a ser

$$\boxed{\overline{\overline{P}}(s_x^{-1})\overline{\overline{D}}_x\overline{\overline{P}}(s_x^{-1})\overline{\overline{D}}_x\boldsymbol{\Phi}_{e_y}^{TE} + k_0^2\overline{\overline{P}}(\epsilon)\boldsymbol{\Phi}_{e_y}^{TE} = -\gamma_{TE}^2\boldsymbol{\Phi}_{e_y}^{TE}}$$
(2.51)

para los modos TE y

$$\overline{\overline{\overline{P}}}(1/\epsilon)^{-1} \left[\overline{\overline{\overline{P}}}(s_x^{-1})\overline{\overline{\overline{D}}}_x\overline{\overline{\overline{P}}}(\epsilon)^{-1}\overline{\overline{\overline{P}}}(s_x^{-1})\overline{\overline{\overline{D}}}_x + k_0^2\overline{\overline{I}}\right] \mathbf{\Phi}_{h_y}^{TM} = -\gamma_{TM}^2 \mathbf{\Phi}_{h_y}^{TM}.$$
(2.52)

para los modos TM. Dichas ecuaciones se han encuadrado pues han sido las finalmente empleadas en la implementación del simulador. Como puede observarse, las expresiones se han obtenido simplemente añadiendo un operador producto $\overline{\overline{P}}(s_x^{-1})$ a la izquierda de cada operador derivada $\overline{\overline{D}}_x$. Este operador producto será también necesario en las expresiones (2.34) y (2.42) ya que en ellas aparece el operador derivada, quedando

$$\mathbf{\Phi}_{h_z}^{(m)} = j \frac{1}{k_0 \eta_0} \overline{\overline{\mathbf{P}}}(s_x^{-1}) \overline{\overline{\mathbf{D}}}_x \mathbf{\Phi}_{e_y}^{(m)}$$
(2.53)

у

$$\boldsymbol{\Phi}_{e_{z}}^{(m)} = -j\frac{\eta_{0}}{k_{0}} \left[\overline{\overline{\mathbf{P}}}(\epsilon)\right]^{-1} \overline{\overline{\mathbf{P}}}(s_{x}^{-1})\overline{\overline{\mathbf{D}}}_{x} \boldsymbol{\Phi}_{h_{y}}^{(m)}$$
(2.54)

respectivamente. Además, dado que la función s_x es una función continua, no es necesario estudiar el uso de la regla inversa para el operador $\overline{\overline{P}}(s_x^{-1})$.

El nuevo espacio de modos que se obtiene al utilizar las condiciones de contorno PML deja de ser completo. No obstante, si la absorción de la PML no es excesiva, el conjunto de modos puede considerarse completo [Bienstman 2001].

2.2. Expansión modal y análisis de discontinuidades

En los apartados anteriores se ha tratado el análisis modal de estructuras invariantes en la dirección de propagación, centrando la atención en la discretización transversal del problema empleando series de Fourier. En este apartado se cambia el enfoque y se trata la dirección longitudinal. Para ello se explica el *método de expansión modal*, que permite representar cualquier campo de una estructura longitudinalmente invariante como una suma ponderada de los modos de ésta, lo que permitirá calcular la propagación del campo en secciones z-invariantes de manera muy eficiente. Además, mediante la *técnica del ajuste modal* o *mode matching* será posible resolver el problema de las discontinuidades en la dirección de propagación que aparecen al unir dos estructuras z-invariantes. Al final de este apartado se detallan algunos algoritmos que permitirán el análisis de dispositivos formados por múltiples estructuras z-invariantes separadas por discontinuidades abruptas en la dirección de propagación.

Antes de abordar en detalle este método, recuérdese que el método de expansión modal es independiente de la técnica empleada en la discretización transversal. Así, otros métodos que emplean la expansión modal son el método de las líneas o MoL (Method Of Lines) [Pregla 1989], que utiliza el método de las diferencias finitas para la discretización transversal; o el BEP [Ctyroký 2007], que discretiza el plano transversal con series de senos y cosenos. En el caso del slab fotónico abordado en esta Tesis, es posible incluso emplear la solución analítica del mismo. No obstante, esta opción presenta complicaciones al analizar la radiación de una estructura. En concreto, los modos radiados del slab forman un continuo de modos. Por tanto, en lugar de emplearse una suma ponderada de modos para representar un campo, se necesitaría una integración de los mismos con el fin de tener en cuenta dicho conjunto continuo. Además, el empleo de técnicas numéricas para el análisis del slab facilita la extensión del método a estructuras más complejas en las que no existe solución analítica, como guías de índice gradual. Por tanto, aunque en esta Tesis se han empleado series de exponenciales complejas en la resolución de modos, la mayoría de los conceptos que se detallan en este apartado pueden encontrarse en la descripción de otros métodos de su misma familia. Esto se debe a la flexibilidad que el método presenta en la elección de la técnica de discretización transversal.

2.2.1. Expansión modal

Como acaba de indicarse, el método de expansión modal representa el campo de una estructura z-invariante mediante la suma ponderada de los modos de dicha estructura. Para que esta representación sea precisa, es necesario que el espacio de los modos de la estructura sea *completo*. Como se apuntaba en el apartado 2.1.2, se puede demostrar que el conjunto de modos guiados y radiados en un medio sin pérdidas forma un conjunto completo de soluciones. También se ha indicado en el apartado 2.1.5 que, en la práctica, es posible introducir pérdidas con capas PML sin apenas romper la completitud del conjunto de modos.

Por tanto, asumiendo la completitud y teniendo en cuenta las expresiones (2.12) y (2.13), la mencionada suma ponderada de modos permite expresar cualquiera de las

componentes del campo como

$$E(x,z) = \sum_{m=0}^{\infty} \psi_m^+(z) e^{(m)}(x) + \sum_{m=0}^{\infty} \psi_m^-(z) e^{(m)}(x)$$
(2.55)

$$H(x,z) = \sum_{m=0}^{\infty} \psi_m^+(z) h^{(m)}(x) - \sum_{m=0}^{\infty} \psi_m^-(z) h^{(m)}(x)$$
(2.56)

donde las funciones $e^{(m)}(x)$ y $h^{(m)}(x)$ representan, respectivamente, el perfil transversal de campo eléctrico y magnético del modo m y donde $\psi_m^{\pm}(z)$ es el coeficiente de expansión modal del modo m en sentido forward (+z) y backward (-z) respectivamente, y que viene dado por las expresiones

$$\psi_m^{\pm}(z) = \psi_m^{\pm}(z_0) e^{\mp \gamma_m(z-z_0)}.$$
(2.57)

Estas expresiones permiten calcular la propagación del campo de manera analítica y, por tanto, muy eficientemente como ya se había adelantado. En la práctica, la implementación requiere truncar la suma a los M + 1 primeros modos. No obstante, si M es suficientemente elevado, el error de truncamiento puede ser todo lo pequeño que se desee.

Ahora se muestra cómo se ha implementado la expansión modal en la herramienta presentada en esta Tesis. Así, agrupando en vectores columna los coeficientes de la suma ponderada de modos, el campo en cualquier punto de la estructura queda definido por un vector de coeficientes forward $\Psi^+(z)$ y otro de coeficientes backward $\Psi^-(z)$. Además, la propagación de dicho campo se calcula de manera analítica empleando la matriz $\overline{\overline{\Gamma}}$, que es una matriz diagonal con las constantes de propagación complejas de los modos. Dicha propagación se calcula como

$$\Psi^{\pm}(z) = e^{\mp \overline{\Gamma}(z-z_0)} \Psi^{\pm}(z_0)$$
(2.58)

donde vuelve a observarse el tratamiento analítico del problema en la dimensión z. Por otra parte, los vectores $\Psi^{\pm}(z)$ se van a entender como elementos de un espacio cuyo núcleo está formado por los modos de la sección y que recibe el nombre de *espacio de modos de la sección*. Las matrices $\overline{\overline{Q}}_e$ y $\overline{\overline{Q}}_h$ definidas en el apartado 2.1.3 relacionan estos elementos del espacio de modos con los armónicos de Fourier de un campo con la expresión

$$\Phi_{e_y}(z) = \overline{\mathbf{Q}}_e \left(\Psi^+(z) + \Psi^-(z) \right)$$
(2.59)

$$\Phi_{h_y}(z) = \overline{\overline{\mathbb{Q}}}_h \left(\Psi^+(z) - \Psi^-(z) \right).$$
(2.60)

Para comprender estas expresiones, recuérdese que las matrices $\overline{\overline{Q}}_e$ y $\overline{\overline{Q}}_h$ estaban formadas por vectores columna de modo que, como se observaba en la ecuación (2.32), los elementos de la columna *m* contenían los armónicos de Fourier del modo *m*. Así, el resultado de esas multiplicaciones de matrices no son más que sumas, ponderadas por los vectores $\Psi^{\pm}(z)$, de los coeficientes de Fourier de cada modo. Si los vectores columna de las matrices $\overline{\overline{Q}}_{e,h}$ se normalizaron en potencia, según se indicaba al final del apartado 2.1.3, los coeficientes de los vectores Ψ^{\pm} adquieren, además, un sentido especial. En efecto, como los modos están normalizados a la potencia unidad, el módulo al cuadrado de los coeficientes de Ψ^{\pm} representa la potencia que transporta cada modo de la estructura. En problemas sin pérdidas, la potencia que transporta el campo es la suma de los cuadrados de estos coeficientes de los modos normalizados.

Por otra parte, las matrices $\overline{\overline{\mathbb{Q}}}_e$ y $\overline{\overline{\mathbb{Q}}}_h$ actúan como matrices de cambio de base entre el espacio de los coeficientes de los modos y el espacio de los coeficientes de Fourier de los campos e_y y h_y respectivamente. Dado que, en el slab fotónico, un mismo modo presenta tres componentes de campo diferentes, se definirán distintas matrices $\overline{\overline{\mathbb{U}}}$ de cambio de base según la componente de campo de la que se deseen obtener los coeficientes de Fourier. En la tabla 2.1 se indican las expresiones para dichas matrices. Así, los coeficientes de Fourier de un campo definido en una sección z-invariante se calcula, a partir de los coeficientes de los modos de dicha sección, como

$$\Phi_{e_{y,z}}(z) = \overline{\overline{U}}_{e_{x,z}} \left(\Psi^+(z) + \Psi^-(z) \right)$$
(2.61)

$$\Phi_{h_{x,y,z}}(z) = \overline{U}_{h_{x,y,z}} \left(\Psi^+(z) - \Psi^-(z) \right)$$
(2.62)

$$\Phi_{d_x}(z) = \overline{U}_{d_x} \left(\Psi^+(z) - \Psi^-(z) \right)$$
(2.63)

Nótese que la componente e_x de los modos TM es discontinua, por lo que es más apropiado calcular los coeficientes de Fourier del desplazamiento eléctrico d_x (continuo), como se detallaba en el apartado 2.1.4.

Es interesante observar que, como la diagonalización de la matriz del sistema (2.31) ofrecía el mismo número de autovectores y autovalores que el orden de la matriz, las matrices $\overline{\mathbb{Q}}_{e,h}$ son matrices cuadradas de orden N + 1, donde N + 1 es el número de armónicos de Fourier empleados en la discretización. Sin embargo, dado que la expansión modal y la discretización transversal son dos procesos separados, el número de modos empleado en la expansión modal (M + 1) no tiene por qué coincidir con el número de armónicos de la discretización transversal. En esta Tesis se contempló la posibilidad de elegir un número de modos menor que el número de armónicos, esto es M < N, con la intención de reducir el esfuerzo computacional de la propagación y del ajuste modal de los campos. Sin embargo, se llegó a la conclusión de que, por problemas en la completitud del espacio de los modos, era conveniente mantener la relación M = N.

Hágase ahora una reflexión sobre la pérdida de precisión debida al uso de los diferentes espacios que se han tratado hasta ahora. En primer lugar, se han utilizado series de Fourier para discretizar la sección transversal del problema. Si se emplean infinitos armónicos, estas series permiten representar el problema sin pérdida de información. Después, se ha empleado el método de expansión modal para representar

$$\begin{array}{cccc}
\underline{\mathrm{TE}} & \underline{\mathrm{TM}} \\
\hline \overline{\overline{U}}_{e_{y}} = \overline{\overline{\mathbb{Q}}}_{e} & \overline{\overline{\mathbb{U}}}_{h_{y}} = \overline{\overline{\mathbb{Q}}}_{h} \\
\hline \overline{\overline{U}}_{h_{x}} = j \frac{1}{k_{0}\eta_{0}} \overline{\overline{\Gamma}}^{TE} \overline{\overline{\mathbb{Q}}}_{e} & \overline{\overline{\mathbb{U}}}_{d_{x}} = -j \frac{\eta_{0}}{k_{0}} \overline{\overline{\Gamma}}^{TM} \overline{\overline{\mathbb{Q}}}_{h} \\
\hline \overline{\overline{U}}_{h_{z}} = j \frac{1}{k_{0}\eta_{0}} \overline{\overline{\mathbb{P}}}(s_{x}^{-1}) \overline{\overline{\mathbb{D}}}_{x} \overline{\overline{\mathbb{Q}}}_{e} & \overline{\overline{\mathbb{U}}}_{e_{z}} = -j \frac{1}{k_{0}\eta_{0}} \left[\overline{\overline{\mathbb{P}}}(\epsilon)\right]^{-1} \overline{\overline{\mathbb{P}}}(s_{x}^{-1}) \overline{\overline{\mathbb{D}}}_{x} \overline{\overline{\mathbb{Q}}}_{h}
\end{array}$$

Tabla 2.1: Matrices de transformación del espacio de los modos al de los coeficientes de Fourier para los modos TE y TM de un slab fotónico.

el problema en el dominio de los modos de una sección longitudinalmente invariante. Se ha indicado que si se emplea el conjunto de todos los modos guiados y radiados, el espacio de modos es completo, por lo que se puede representar cualquier campo presente en la estructura. No obstante, el número de armónicos de Fourier, por cuestiones de implementación, no puede ser infinito, lo que repercutirá en que los perfiles de los modos obtenidos no sean exactamente iguales a los del problema original. Por otra parte, el número de modos de la expansión modal también será finito, rompiendo la completitud del espacio de modos de manera que algunas soluciones de campo podrían no ser representables correctamente. Generalmente, en la práctica es posible elegir un número de armónicos y modos suficientemente alto como para que estos problemas no impidan la obtención de resultados muy precisos.

Por último, a modo de resumen, en la figura 2.6 se muestran gráficamente los distintos espacios funcionales empleados hasta este punto y la relación entre los mismos. En ella se ve que el problema original pasa a representarse al *espacio de Fourier*. Para relacionar el *dominio espacial* del problema original con el de *Fourier* se emplea la transformada discreta de Fourier y su inversa. En el *dominio de Fourier* se resuelve el problema del slab y se obtienen los modos con que se define el *espacio de los modos*. Como se ha explicado un poco más arriba, las matrices de cambio de base entre los armónicos de Fourier de cada uno de los campos y los coeficientes de los modos son las matrices \overline{U} definidas en la tabla 2.1 y representadas con una matriz genérica $\overline{\overline{U}}$ en la figura 2.6.



Figura 2.6: Esquema de los espacios funcionales empleados en el método de expansión modal de Fourier y la relación entre los mismos.

2.2.2. Parámetros S y puertos de un dispositivo

Una manera muy útil de analizar circuitos complejos es a partir de las matrices de parámetros S de los dispositivos y utilizando la teoría de líneas de transmisión. Para explicar estos parámetros, considérese una estructura cualquiera sobre la que se definen unas guías de acceso como la mostrada en la figura 2.7. Dichas guías son secciones z-invariantes, por lo que se pueden calcular sus modos. Se identifican los coeficientes de los modos que *entran* en el dispositivo por el puerto p como \mathbf{a}_p y los de los que *salen* del dispositivo con \mathbf{b}_p . Nótese que \mathbf{a}_p y \mathbf{b}_p tienen tantos elementos como modos se estén considerando en el problema. Se define el parámetro $\overline{\overline{S}}_{pq}$ como una matriz tal que

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}_p \\ \mathbf{b}_q \end{bmatrix} = \overline{\overline{\mathbf{S}}}_{pq} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_p \\ \mathbf{a}_q \end{bmatrix}.$$
(2.64)



Figura 2.7: Dispositivo genérico con Q puertos de acceso.

Esta matriz, por considerar múltiples modos, se denomina parámetro S generalizado, a diferencia de los parámetros S convencionales que sólo consideran guías monomodo. Por extensión, la matriz de parámetros de scattering generalizada de una estructura con puertos de acceso multimodo es una matriz $\overline{\overline{S}}$ tal que

$$\overline{\overline{S}} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{S}}_{11} & \overline{\overline{S}}_{12} & \cdots & \overline{\overline{S}}_{1Q} \\ \overline{\overline{S}}_{21} & \overline{\overline{S}}_{22} & \cdots & \overline{\overline{S}}_{2Q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{\overline{S}}_{Q1} & \overline{\overline{S}}_{Q2} & \cdots & \overline{\overline{S}}_{QQ} \end{bmatrix}$$
(2.65)

donde Q es el número de puertos del dispositivo.

En el caso considerado en esta Tesis, se analizan dispositivos con dos puertos físicos: la sección de acceso izquierda y la sección de acceso derecha (ver figura 2.8). Empleando la nomenclatura definida en el apartado anterior, los coeficientes para el puerto izquierdo \mathbf{a}_{izq} y \mathbf{b}_{izq} son, respectivamente Ψ^+_{izq} y Ψ^-_{izq} , considerando que Ψ^{\pm}_{izq} son los coeficientes de los modos de la sección de acceso izquierda. De la misma forma, para el puerto a la derecha del dispositivo, \mathbf{a}_{dcha} y \mathbf{b}_{dcha} son, respectivamente, Ψ^-_{dcha} y Ψ^+_{dcha} .

De manera artificial, se ha considerado que en los puertos físicos antes mencionados pueden definirse puertos lógicos. A modo de ejemplo, considérese la estructura representada en la figura 2.8. Físicamente, dicha estructura sólo admite dos puertos: la sección z-invariante izquierda, con dos guías paralelas, y la sección z-invariante derecha, con cuatro guías paralelas. No obstante, en la práctica conviene definir dos puertos en el extremo izquierdo, marcados como 1 y 2, y cuatro puertos en el extremo derecho, marcados del 3 al 6. Cada uno de estos puertos estaría formado por una guía z-invariante aislada. Para conocer los coeficientes de los modos de cada uno de estos puertos lógicos en función de los del puerto físico, se emplean integrales de solapamiento. Así, por ejemplo, conocidos los parámetros S relacionados con la sección de acceso izquierda, bastaría multiplicarlos por las correspondientes integrales de solapamiento para obtener los parámetros S referidos los puertos 1 y 2.



Figura 2.8: Ejemplo de estructura que acepta la definición de múltiples puertos lógicos.

2.2.3. Análisis de una discontinuidad simple

Todo lo indicado anteriormente en este capítulo se ha referido a estructuras sin variaciones en la dirección de propagación. En este apartado se estudia la relación que guardan los campos electromagnéticos presentes a ambos lados de una discontinuidad entre dos estructuras longitudinalmente invariantes. En la figura 2.9 se muestra una discontinuidad simple y se han identificado los coeficientes de los modos en ambos sentidos en las dos caras de la misma. Como en la discontinuidad se cumple la igualdad de los campos tangenciales [Page 1985], el problema consiste en resolver las ecuaciones $e_y^A = e_y^B$ y $h_x^A = h_x^B$ para polarización TE y las ecuaciones $h_y^A = h_y^B$ y $e_x^A = e_x^B$ para polarización TM. Así, si los campos son iguales a izquierda y derecha de la discontinuidad, también deben ser iguales los coeficientes de Fourier de dichos campos, es decir $\Phi_{e_{y,x}}^A = \Phi_{e_{y,x}}^B$ y $\Phi_{h_{x,y}}^A = \Phi_{h_{x,y}}^B$. Expresando los coeficientes de Fourier en función de los coeficientes de los modos, estos sistemas de ecuaciones se pueden expresar como

$$\overline{\overline{U}}_{e}^{(A)}\left(\Psi_{A}^{+}+\Psi_{A}^{-}\right)=\overline{\overline{U}}_{e}^{(B)}\left(\Psi_{B}^{+}+\Psi_{B}^{-}\right)$$
(2.66)

$$\overline{\overline{U}}_{h}^{(A)} \left(\Psi_{A}^{+} - \Psi_{A}^{-} \right) = \overline{\overline{U}}_{h}^{(B)} \left(\Psi_{B}^{+} - \Psi_{B}^{-} \right)$$
(2.67)

siendo las matrices $\overline{\overline{U}}_{e,h}^{(A),(B)}$ las pertinentes según la polarización considerada, es decir, $\overline{\overline{U}}_{e_y,h_x}^{(A),(B)}$ para los modos TE y $\overline{\overline{U}}_{e_x,h_y}^{(A),(B)}$ para los modos TM. Esta técnica, en la que se relacionan los coeficientes de los modos a ambos lados de la discontinuidad, recibe el nombre de técnica de ajuste modal o mode matching [Page 1985].

A continuación se resuelve el problema considerando ausencia de onda reflejada en B ($\Psi_B^- = 0$) y una excitación conocida Ψ_A^+ . Imponiendo dichas condiciones, el resto de coeficientes del problema se calcula como

$$\Psi_B^+ = 2\left(\left(\overline{\overline{U}}_e^{(A)}\right)^{-1} \cdot \overline{\overline{U}}_e^{(B)} + \left(\overline{\overline{U}}_h^{(A)}\right)^{-1} \cdot \overline{\overline{U}}_h^{(B)}\right)^{-1} \cdot \Psi_A^+$$
(2.68)

$$\Psi_A^- = \Psi_A^+ - \left(\overline{\overline{U}}_h^{(A)}\right)^{-1} \cdot \overline{\overline{U}}_h^{(B)} \cdot \Psi_B^+.$$
(2.69)

Estas expresiones permiten calcular el campo a ambos lados de la discontinuidad para una excitación genérica Ψ_A^+ . A partir de las mismas se pueden obtener parámetros



Figura 2.9: Discontinuidad aislada

interesantes para el diseño, como los coeficientes de transmisión y reflexión de los modos guiados o las pérdidas por radiación en un interfaz abrupto entre dos guías de distinto grosor. A continuación se detalla cómo se obtendría cada uno de estos parámetros.

Supóngase que la estructura se excita con el modo fundamental de la guía A que, además, se asume es monomodo. Eso significa que el vector Ψ_A^+ está formado por ceros excepto su primer elemento, que se considerará 1. Es fácil deducir que la reflectividad hacia el modo guiado de la guía A será el primer elemento del vector Ψ_A^- , calculado con la expresión (2.69). La reflectividad así obtenida relaciona amplitudes de campo, y bastaría elevar su módulo al cuadrado para que relacionara la potencia reflejada respecto de la incidente.

Para obtener la transmisión hacia los modos guiados de la guía B, el proceso sería similar. Supóngase que la guía B admite M_B modos guiados. La potencia transmitida a cada uno de estos M_B modos guiados sería, respectivamente, los M_B primeros coeficientes del vector Ψ_B^+ , calculados con al expresión (2.68) y elevando su módulo al cuadrado.

Para conocer las pérdidas debidas a radiación existen dos alternativas. Una primera opción consiste en restar a la potencia incidente la reflejada y la transmitida a los modos guiados. Otra opción, algo más compleja pero que no requiere del cálculo de las potencias reflejada y transmitidas a los modos guiados, obtiene el campo *no guiado* a cada lado de la discontinuidad. Para ello, se utiliza la expansión modal de las expresiones (2.55) y (2.56), empleando todos los modos excepto los guiados, y se calcula la potencia propagada por los campos resultantes empleando la expresión para el cálculo de potencias (2.22).

2.2.4. Múltiples discontinuidades

Una vez estudiada la propagación del campo electromagnético en secciones zinvariantes así como la relación entre los campos a ambos lados de una discontinuidad, es posible unir estos dos resultados para plantear algoritmos que permitan el análisis de estructuras formadas por múltiples estructuras longitudinalmente invariantes unidas por discontinuidades abruptas en la dirección de propagación, como la mostrada en la figura 2.10. A continuación se detallan algunos algoritmos que se emplean para este análisis, siendo el último de ellos el implementado en la herramienta. En todos ellos, al igual que en el caso de la discontinuidad aislada, se considerará conocida la excitación y la condición de carga.

Concatenación de matrices de transmisión

Se plantea este algoritmo en primer lugar por ser, quizá, la forma más directa de unir los resultados anteriores. La línea de funcionamiento básica consiste en encontrar las matrices de transmisión de las secciones z-invariantes y de las discontinuidades para posteriormente concatenarlas apropiadamente y resolver el problema completo.

La obtención de la matriz de transmisión $\overline{\overline{T}}_{p}^{(i)}$ para la propagación en la sección z-invariante *i* se obtiene directamente de la expresión (2.58) dando

$$\begin{bmatrix} \Psi_i^+(z_{i+1}) \\ \Psi_i^-(z_{i+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\overline{\overline{\Gamma}}_i(z_{i+1}-z_i)} & \overline{\overline{0}} \\ \overline{\overline{0}} & e^{\overline{\overline{\Gamma}}_i(z_{i+1}-z_i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_i^+(z_i) \\ \Psi_i^-(z_i) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}}_p^{(i)} \begin{bmatrix} \Psi_i^+(z_i) \\ \Psi_i^-(z_i) \end{bmatrix}$$
(2.70)



Figura 2.10: Ejemplo de un dispositivo formado por estructuras *z*-invariantes unidas por discontinuidades abruptas en la dirección de propagación.

donde $\Psi_i^{\pm}(z_i)$ son los vectores de coeficientes de los modos hacia delante (+) y hacia atrás (-) de la sección *i* en la discontinuidad z_i . Siguiendo la convención de la figura 2.10, el punto z_i es el comienzo de la sección *i* y el punto z_{i+1} el final de la misma. Esta convención se seguirá empleando al explicar el resto de estrategias abordadas en este apartado. Para la obtención de la matriz de transmisión $\overline{\overline{T}}_d^{(i)}$ que relaciona los coeficientes de los modos en la discontinuidad ubicada en z_i se necesita reordenar apropiadamente las ecuaciones (2.66) y (2.67) dando

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{i}^{+}(z_{i}) \\ \boldsymbol{\Psi}_{i}^{-}(z_{i}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{C}}_{+}^{(i)} & \overline{\overline{C}}_{-}^{(i)} \\ \overline{\overline{C}}_{-}^{(i)} & \overline{\overline{C}}_{+}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{i-1}^{+}(z_{i}) \\ \boldsymbol{\Psi}_{i-1}^{-}(z_{i}) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}}_{d}^{(i)} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_{i-1}^{+}(z_{i}) \\ \boldsymbol{\Psi}_{i-1}^{-}(z_{i}) \end{bmatrix}$$
(2.71)

donde las matrices $\overline{\overline{C}}_{+}^{(i)}$ y $\overline{\overline{C}}_{-}^{(i)}$ se definen como

$$\overline{\overline{C}}_{\pm}^{(i)} = \frac{1}{2} \left[\left(\overline{\overline{U}}_{e}^{(i)} \right)^{-1} \overline{\overline{U}}_{e}^{(i-1)} \pm \left(\overline{\overline{U}}_{h}^{(i)} \right)^{-1} \overline{\overline{U}}_{h}^{(i-1)} \right]$$
(2.72)

eligiendo + o - según corresponda.

Conocidas las matrices de transmisión, basta concatenarlas apropiadamente para obtener la relación entre los modos en ambos extremos del dispositivo completo. Empezando por la discontinuidad en z_1 , la relación de modos es

$$\begin{bmatrix} \Psi_1^+(z_1) \\ \Psi_1^-(z_1) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}}_d^{(1)} \begin{bmatrix} \Psi_0^+(z_1) \\ \Psi_0^-(z_1) \end{bmatrix}.$$
 (2.73)

A continuación, se propaga el campo por la sección 1 de modo que

$$\begin{bmatrix} \Psi_1^+(z_2) \\ \Psi_1^-(z_2) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}}_p^{(1)} \begin{bmatrix} \Psi_1^+(z_1) \\ \Psi_1^-(z_1) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}}_p^{(1)} \overline{\overline{T}}_d^{(1)} \begin{bmatrix} \Psi_0^+(z_1) \\ \Psi_0^-(z_1) \end{bmatrix}.$$
 (2.74)

Tras esto, se emplearían de nuevo las matrices \overline{T}_d y \overline{T}_p alternativamente hasta alcanzar la sección N teniendo la expresión

$$\begin{bmatrix} \Psi_N^+(z_N) \\ \Psi_N^-(z_N) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}}_d^{(N)} \overline{\overline{T}}_p^{(N-1)} \cdots \overline{\overline{T}}_p^{(1)} \overline{\overline{T}}_d^{(1)} \begin{bmatrix} \Psi_0^+(z_1) \\ \Psi_0^-(z_1) \end{bmatrix}$$
(2.75)

en la cual $\Psi_N^-(z_N)$ lo determina la condición de carga que, en caso de estar adaptada, es el vector nulo, y $\Psi_0^+(z_1)$ es una excitación genérica que se considera conocida. Por tanto, de la expresión (2.75) es posible conocer, para una excitación genérica, valores tan interesantes como los coeficientes de reflexión de los modos guiados en la entrada o la potencia total que alcanza el final del dispositivo.

Esta estrategia, aunque intuitiva y de sencilla implementación, presenta un problema numérico causado por el término $e^{\overline{\Gamma}_i(z_{i+1}-z_i)}$ de la matriz $\overline{\overline{T}}_p^{(i)}$. Este término es una función exponencial con un exponente positivo y, si el exponente es demasiado grande, el error cometido por el método empleado para su cálculo impide la obtención de resultados válidos [Helfert 2002]. A modo de ejemplo, en la figura 2.11 se ha representado el error cometido por la rutina estándar de MATLAB para el cálculo de exponenciales al emplear funciones exponenciales positivas con distintos exponentes.



Figura 2.11: Resultado numérico de $20 \log_{10} \left[\left(e^A \cdot e^{-x} - e^{A-x} \right) \right]$ para distintos valores de *A* empleando las rutinas estándar de MATLAB. Puede apreciarse claramente que, a medida que *A* crece, el resultado numérico se aleja del resultado exacto $(-\infty)$.

Estrategia iterativa

Esta técnica consiste en propagar, alternativamente, las ondas en sentido +z y las ondas en sentido -z, de manera que, iteración tras iteración, el problema converge hacia la solución del mismo [D'Orazio 2003]. Es una estrategia interesante desde el punto de vista físico pues muestra el *régimen transitorio* hasta que se alcanza la solución estacionaria.

Este algoritmo, aunque inicialmente propuesto para un método de las líneas con propagación del haz (MoL-BPM), se ha utilizado con éxito en métodos basados en la expansión modal de Fourier [Ortega Moñux 2005, Molina Fernández 2005] para analizar dispositivos MMI de bajo contraste. El principal inconveniente de este algoritmo es que, en estructuras con muchas discontinuidades y que requieran numerosas iteraciones, el esfuerzo computacional puede ser muy elevado.

Estrategia de los coeficientes de reflexión

Esta tercera técnica para resolver el problema de las múltiples discontinuidades se basa en el coeficiente de reflexión [Helfert 2002]. De las estrategias planteadas en este apartado, ésta ha sido la implementada en la herramienta presentada en esta Tesis. Como no podía ser de otra forma, se comienza definiendo la matriz de los coeficientes de reflexión $\overline{\overline{R}}$ como

$$\Psi^{-}(z) = \overline{\mathbf{R}}(z)\Psi^{+}(z), \qquad (2.76)$$

es decir, como la relación entre los coeficientes de los modos en sentido +z y los de los modos en sentido -z. En general, $\overline{\mathbb{R}}$ es una matriz densa que relaciona tanto modos guiados como radiados o *leaky*. Para explicar el algoritmo, se identifica el coeficiente de reflexión con un subíndice *i* que se corresponde con la sección del dispositivo a la que se refiere el coeficiente de reflexión. Además, el coeficiente de reflexión, al igual que el vector de coeficientes de los modos, depende de la coordenada *z*. Más adelante se deduce dicha dependencia. A modo de ejemplo, en la figura 2.12 se muestran distintos coeficientes de reflexión identificados según el criterio mencionado. Puede observarse que, en las discontinuidades, se definen dos coeficientes de reflexión distintos para el mismo valor de *z*, ya que cada uno de dichos valores se corresponde con la correspondiente sección (izquierda o derecha) que forma la discontinuidad.

El motivo por el que se emplea el coeficiente de reflexión es porque, como se verá en la descripción del algoritmo, puede propagarse en sentido -z con una exponencial negativa y porque es independiente de la excitación inicial. Esto va a permitir definir un coeficiente de reflexión al final del dispositivo, que típicamente será nulo, y propagarlo hacia el comienzo del dispositivo. Una vez conocidos los coeficientes de reflexión en todo el dispositivo, sólo será necesario propagar los modos forward en sentido +z, ya que los modos backward podrán calcularse a partir de los forward y el coeficiente de reflexión usando (2.76). En detalle, el algoritmo se puede dividir en los siguientes pasos

1. Se define el coeficiente de reflexión en la última sección (sección N) y el punto z_N . Esto se considera conocido ya que, al fin y al cabo, es la condición de carga del problema. Por ejemplo, si el problema se considera adaptado, el coeficiente de reflexión sería $\overline{\overline{R}}_N(z_N) = \overline{\overline{0}}$, donde $\overline{\overline{0}}$ es la matriz nula.



Figura 2.12: Estructura para comprender la notación empleada para identificar los coeficientes de reflexión.

2. Se calcula el coeficiente de reflexión al otro lado de la discontinuidad. Para ello, se emplean las expresiones del ajuste modal (2.66)-(2.67) y se sustituyen los coeficientes de los modos en sentido -z por la expresión del coeficiente de reflexión. La expresión resultante para la discontinuidad en z_i es

$$\overline{\overline{\mathbf{R}}}_{i-1}(z_i) = \left(\overline{\overline{\mathbf{e}}}_i - \overline{\overline{\mathbf{h}}}_i\right) \cdot \left(\overline{\overline{\mathbf{e}}}_i + \overline{\overline{\mathbf{h}}}_i\right)^{-1}$$
(2.77)

donde

$$\overline{\overline{\mathbf{e}}}_{i} = \left(\overline{\overline{\mathbf{U}}}_{e}^{(i-1)}\right)^{-1} \overline{\overline{\mathbf{U}}}_{e}^{(i)} \left(\overline{\overline{\mathbf{I}}} + \overline{\overline{\mathbf{R}}}_{i}(z_{i})\right)$$
(2.78)

$$\overline{\overline{\mathbf{h}}}_{i} = \left(\overline{\overline{\mathbf{U}}}_{h}^{(i-1)}\right)^{-1} \overline{\overline{\mathbf{U}}}_{h}^{(i)} \left(\overline{\overline{\mathbf{I}}} - \overline{\overline{\mathbf{R}}}_{i}(z_{i})\right)$$
(2.79)

siendo $\overline{\overline{I}}$ la matriz identidad y $\overline{\overline{U}}_{e,h}^{(i)}$ las matrices de cambio de base de los armónicos de Fourier a los modos de la sección *i* para los campos eléctrico y magnético transversales según la polarización considerada, como se presentaba en la tabla 2.1.

3. Se propaga el coeficiente de reflexión en sentido -z a lo largo de toda la sección z-invariante. La expresión que permite calcular esta propagación se obtiene fácilmente introduciendo la definición del coeficiente de reflexión (2.76) en la de la propagación de los modos *backward* (2.58). Así, la propagación del coeficiente de reflexión en la sección *i* desde el punto z_{i+1} hasta el punto z_i es

$$\overline{\overline{R}}_{i}(z_{i}) = e^{-\overline{\overline{\Gamma}}_{i}(z_{i+1}-z_{i})}\overline{\overline{R}}_{i}(z_{i+1})e^{-\overline{\overline{\Gamma}}_{i}(z_{i+1}-z_{i})}$$
(2.80)

que, como puede verse, sólo utiliza exponenciales negativas.

- 4. Se repiten los pasos 2 y 3 hasta obtener el coeficiente de reflexión en el comienzo del dispositivo, esto es, hasta obtener $\overline{\overline{R}}_0(z_1)$.
- 5. Se define una excitación inicial $\Psi_0(z_i)$ genérica que será el otro dato del problema.
- 6. Aplicando la técnica de ajuste modal se calculan los coeficientes de los modos forward al otro lado de la discontinuidad. A partir del coeficiente de reflexión y de la onda incidente, la discontinuidad de z_i queda resuelta con la expresión

$$\Psi_i^+(z_i) = 2 \cdot \left(\overline{\overline{e}}_i + \overline{\overline{h}}_i\right)^{-1} \cdot \Psi_{i-1}^+(z_i)$$
(2.81)

donde las matrices $\overline{\overline{e}}_i$ y $\overline{\overline{h}}_i$ se calcularon en el paso 2.

- 7. Se propagan los modos *forward* en sentido +z con la expresión $\Psi_i^+(z_{i+1}) = e^{-\overline{\overline{\Gamma}}_i(z_{i+1}-z_i)}\Psi_i^+(z_i).$
- 8. Se repiten los pasos 6 y 7 hasta alcanzar el final del dispositivo.

Realizado el algoritmo, se conocen los coeficientes de los modos forward y los coeficientes de reflexión a ambos lados de todas las discontinuidades del dispositivo. Esto incluye los extremos izquierdo y derecho de la estructura. Como conociendo Ψ^+ y $\overline{\mathbb{R}}$ se obtiene Ψ^- directamente con la expresión (2.76), se conocen los coeficientes de los modos forward y backward en los extremos del dispositivo, lo que permite obtener parámetros como las reflexiones, las pérdidas de inserción o los parámetros S en general de la misma forma en que se detalló al final del apartado 2.2.3. Por otra parte, también es posible conocer los coeficientes de los modos, y por tanto el campo, en cualquier punto del dispositivo. Por ejemplo, si se desean conocer en un punto z_t comprendido entre las discontinuidades z_i y z_{i+1}

1. Se propagarían los modos forward con

$$\Psi_{i}^{+}(z_{t}) = e^{-\overline{\overline{\Gamma}}_{i}(z_{t}-z_{i})}\Psi_{i}^{+}(z_{i})$$
(2.82)

2. Se propagaría el coeficiente de reflexión con

$$\overline{\overline{\mathbf{R}}}_{i}(z_{t}) = \mathrm{e}^{-\overline{\overline{\mathbf{\Gamma}}}_{i}(z_{i+1}-z_{t})}\overline{\overline{\mathbf{R}}}_{i}(z_{i+1})\mathrm{e}^{-\overline{\overline{\mathbf{\Gamma}}}_{i}(z_{i+1}-z_{t})}$$
(2.83)

3. Se calcularían los coeficientes de los modos backward con

$$\Psi_i^-(z_t) = \overline{\mathcal{R}}_i(z_t) \Psi_i^+(z_t)$$
(2.84)

4. Conocidos los coeficientes forward y backward del campo en z_t , basta emplear las expresiones (2.61) y (2.63) para conocer los coeficientes de Fourier del campo en z_t y, con éstos, obtener el campo en el espacio mediante la transformada inversa de Fourier.

2.3. Resultados

Durante el desarrollo de esta Tesis se han hecho comprobaciones exhaustivas de la herramienta en situaciones muy diversas. No se van a mostrar todas porque el detalle de ellas carece de interés. No obstante, se ha querido desarrollar dos casos sencillos fáciles de entender e interpretar y representativos de los problemas a los que la herramienta se va a enfrentar. Más adelante, en el capítulo 4, se muestran otros dispositivos no tan elementales que se han diseñado empleando el programa presentado en esta Tesis.

El primer dispositivo analizado es una guía slab simétrica como la representada en la figura 2.13. Esta guía será especialmente útil para demostrar el correcto funcionamiento del análisis modal realizado por la herramienta. Dado que existe solución analítica del problema, se ha comparado el índice efectivo obtenido analíticamente (n_{eff}^{ref}) con el calculado por el método numérico (n_{eff}^{num}) para ambas polarizaciones. El resultado se muestra en la figura 2.14(a), donde se observa que el error puede hacerse tan pequeño como lo permitan los recursos computacionales. En concreto, con 1000 armónicos de Fourier se obtienen errores en el cálculo del índice efectivo por debajo de la sexta cifra decimal. Por otra parte, se muestra en la figura 2.14(b) el error cuadrático medio cometido en la estimación del campo. Matemáticamente, el error cuadrático



Figura 2.13: Representación de un slab fotónico simétrico. $W_A = 220nm, \lambda = 1.55 \mu m$



Figura 2.14: (a) Convergencia en el cálculo del índice efectivo en función del número de armónicos (N_x) para las polarizaciones TE y TM. (b) Error cuadrático medio entre la solución numérica y la solución analítica en función del número de armónicos (N_x) para las polarizaciones TE y TM.

medio o MSE (Mean Squared Error) se ha calculado como

$$MSE_{TE} = \frac{1}{N_p} \sum_{r=1}^{N_p} \left| E_y^{(num)}(x_i) - E_y^{(ref)}(x_r) \right|^2$$
(2.85)

para la polarización TE, siendo $E_y^{(num)}(x_r)$ y $E_y^{(ref)}(x_r)$ los campos eléctricos en el punto x_r obtenidos, respectivamente, con el método numérico y analíticamente. Por otra parte, N_p es el número de puntos que se ha empleado para representar el campo. Análogamente, para la polarización TM, el MSE_{TM} se calcula como

$$MSE_{TM} = \frac{1}{N_p} \sum_{r=1}^{N_p} \left| H_y^{(num)}(x_r) - H_y^{(ref)}(x_r) \right|^2$$
(2.86)

donde $H_y^{(num)}(x_r)$ y $H_y^{(ref)}(x_r)$ son los campos magnéticos en el punto x_r obtenidos, respectivamente, con el método numérico y analíticamente. Se observa en la figura 2.14(b) el resultado esperado, esto es, que la convergencia de la polarización TE es más rápida que la de la polarización TM. Esto se debe a que, aunque el campo magnético del modo fundamental TM (H_y) es una función continua, su derivada en los interfaces

núcleo-cubierta es discontinua. Esto afecta negativamente a la velocidad de convergencia, sobre todo cuando se compara con el campo eléctrico del modo TE (E_y) , que es una función continua y de derivada continua.

La otra estructura analizada en este apartado es una discontinuidad aislada como la mostrada en la figura 2.15. Debido a que no existe una solución analítica para esta geometría, ha sido necesario comparar los resultados de la herramienta con los de otro simulador. En este caso, dicho programa de referencia es CAMFR [Bienstman 2007]. Se ha elegido éste por ser una herramienta también basada en el método de expansión modal y ser de libre distribución. El resultado que se ha comparado es la matriz de parámetros S que se obtiene con ambas implementaciones. En concreto, sólo se tuvo en cuenta el modo fundamental de cada una de las guías. Así, considerando $W_A = 0.5\mu m$, $W_B = 0.75\mu m$, $n_1 = 1.45$, $n_2 = 2$, $n_3 = 1$ y $\lambda = 1.55\mu m$, se obtienen los resultados de la tabla 2.2, los cuales muestran una muy buena correlación entre ambas herramientas.



Figura 2.15: Representación de una discontinuidad simple. $W_A = 0.5\mu m$, $W_B = 0.75\mu m$, $n_1 = 1.45$, $n_2 = 2$, $n_3 = 1$, $\lambda = 1.55\mu m$.

	Este trabajo	CAMFR
$20\log_{10} S_{11} $	-44.17dB	-44.72dB
$20\log_{10} S_{12} $	-0.87dB	-0.84dB
$20\log_{10} S_{21} $	-0.87dB	-0.84dB
$20\log_{10} S_{22} $	-26.15dB	-26.49dB
$\angle S_{11}$	-142.85°	-145.89°
$\angle S_{12}$	169.26°	171.18°
$\angle S_{21}$	169.26°	171.18°
$\angle S_{22}$	-51.92°	-47.54°

Tabla 2.2: Comparación de los parámetros S de la discontinuidad de la figura 2.15 obtenidos por CAMFR y la herramienta implementada.

Capítulo 3

Análisis de estructuras periódicas

Las estructuras periódicas son componentes importantes de muchos dispositivos fotónicos. Quizá las más conocidas son las redes de Bragg [Hill 1978], que funcionan reflejando selectivamente las longitudes de ondas para las que la red se diseña. Sin embargo, existen otros muchos ejemplos de estructuras periódicas de gran interés práctico, como las redes de acoplo [Taillaert 2004], los rotadores de polarización [Mustieles 1993] o las estructuras sublongitud de onda o SWG (*sub-wavelength grating*) [Cheben 2010]. Esta variedad de aplicaciones es posible gracias al comportamiento tan distinto que estas estructuras pueden mostrar en función de la relación entre la longitud de onda y el periodo, como se detalla más adelante.

En este capítulo se estudian las estructuras periódicas y el análisis de las mismas. En primer lugar se explica el teorema de Floquet, que sirve para resolver las ecuaciones de Maxwell en estructuras con un índice de refracción periódico en cualquier dirección. Tras esto se estudia el comportamiento de estructuras 1D o medios estratificados. En la tercera sección se estudia la guía slab periódica, que es una estructura 2D con periodicidad en la dirección de la propagación del campo. La cuarta sección explica las técnicas numéricas empleadas para calcular los modos Floquet mientras que la quinta muestra un algoritmo para el cálculo eficiente de parámetros S en dispositvos que contienen estructuras periódicas.

3.1. Modos Floquet y el teorema de Floquet

El teorema de Floquet permite determinar la solución de un problema de ecuaciones diferenciales con coeficientes periódicos. Este teorema debe su nombre al matemático francés Gaston Floquet, que publicó sus resultados a finales del siglo XIX [Floquet 1883]. No obstante, es muy común también identificar las soluciones propuestas por este teorema como ondas Bloch, debido al físico suizo Felix Bloch, que alcanzó resultados similares en la primera mitad del siglo XX [Bloch 1929] analizando la mecánica de los electrones en estructuras cristalinas. Por motivos cronológicos, se ha preferido utilizar Floquet para referirse a este teorema.

Para esta Tesis, la conclusión más importante que ofrece el teorema de Floquet es la siguiente. La solución de campo de una estructura con un índice de refracción periódico en la dirección de propagación del campo es el producto de dos funciones. Una de ellas es periódica en la dirección de propagación con el mismo periodo que el del índice de refracción. La otra es una función exponencial cuyo exponente varía linealmente en la dirección de propagación. Matemáticamente, la periodicidad de la constante dieléctrica en la dirección de propagación permite afirmar que

$$\epsilon(x, y, z) = \epsilon(x, y, z \pm \Lambda) \tag{3.1}$$

donde Λ es la longitud del periodo y z es la dirección de propagación. Según el teorema de Floquet, la solución de campo en dicha situación es

$$\vec{H}(x,y,z) = \vec{H}_F(x,y,z) \mathrm{e}^{-\gamma_F z}$$
(3.2)

siendo \vec{H} la solución del problema, γ_F un escalar complejo, llamado constante de propagación Floquet, y \vec{H}_F una función periódica en la dirección z de periodo Λ , esto es

$$\vec{H}_F(x,y,z) = \vec{H}_F(x,y,z\pm\Lambda). \tag{3.3}$$

La solución $\vec{H}(x, y, z)$ propuesta en (3.2) recibe el nombre de modo Floquet por la similitud entre este tipo de solución y la estudiada en el capítulo anterior para estructuras invariantes en la dirección de propagación. De hecho, los modos convencionales son el caso particular de los modos Floquet para una estructura periódica en la dirección de propagación con periodo infinito. Además, el modo Floquet tiene un comportamiento muy parecido al de un modo convencional. De la misma forma que el perfil del modo convencional se propaga con la correspondiente constante de propagación, la función $\vec{H}_F(x, y, z)$ del modo Floquet puede entenderse como un perfil del modo. Éste también se propaga con la exponencial de la constante de propagación Floquet con la salvedad de que el perfil del modo Floquet, en lugar de ser constante en la dirección de propagación, es cíclico en la dirección de la periodicidad.

Por otra parte, la constante de propagación Floquet, al igual que las constantes de propagación de los modos convencionales, también puede separarse en parte real e imaginaria, esto es, $\gamma_F = \alpha_F + j\beta_F$, siendo α_F y β_F , respectivamente, las constantes de atenuación y fase Floquet. De manera similar, se puede definir el índice efectivo del modo Floquet como $n_{eff,F,c} = -j\gamma_F/k_0$, siendo su parte real $n_{eff,F} = \beta_F/k_0$ y su parte imaginaria $n_{eff,F,i} = -\alpha_F/k_0$.

Para entender mejor las propiedades de periodicidad de los modos Floquet, se ha simulado la propagación del modo Floquet fundamental de una guía 2D periódica como la mostrada en la figura 3.1 ($W = 0.5\mu m$, $n_c = 1$, $n_{eq} = 2$, $\Lambda = 1\mu m$, $G = \Lambda/2$ y $\lambda = 1.55\mu m$). El modo Floquet tiene, en este caso, un índice efectivo $n_{eff,F,c} = 1.31 - j0.0272$. En la figura 3.2(a) se ha representado la parte real del campo magnético del modo Floquet en el plano xz. En las figuras 3.2(b) y 3.2(c) se detalla el módulo y la fase del campo en dos rectas $x = 0\mu m$ y $x = 1\mu m$, con el objetivo de observar más claramente el comportamiento en z de este modo. Para entender estas figuras es



Figura 3.1: Geometría de una guía periódica.



Figura 3.2: (a) Propagación del modo Floquet fundamental $(\Re(H_x(x,z)))$ a través de la guía periódica de la figura 3.1. (b) Módulo y (c) fase de dicho modo en $x = 0\mu m$ y $x = 1\mu m$ así como del factor $e^{-\Gamma_F z}$ de dicho modo. Sobre estas curvas se ha superpuesto (línea roja discontinua) el factor $e^{-\Gamma_F z}$.

conveniente estudiar por separado la amplitud y la fase del modo Floquet. La amplitud se expresa como

$$|\vec{H}| = |\vec{H}_F| \cdot |e^{-\Gamma_F z}| = |\vec{H}_F| \cdot e^{-\alpha_F z}$$
(3.4)

esto es, una función periódica de periodo $\Lambda(|\vec{H}_F|)$ multiplicada por una exponencial decreciente. Observando la figura 3.2(b) se observa dicho patrón Λ periódico atenuándose exponencialmente. Por otra parte, la fase se expresa como

$$\angle \vec{H} = \angle \vec{H}_F + \angle (e^{-\Gamma_F z}) = \angle \vec{H}_F - \beta_F z \tag{3.5}$$

esto es, la suma de una función periódica de periodo Λ $(\angle \vec{H}_F)$ y de una recta de pendiente $-\beta_F$. Observando la figura 3.2(c) se observa dicho patrón Λ periódico sobre la recta de pendiente $-\beta_F$. Se puede además comprobar que las pendientes de las rectas de las figuras 3.2(b) y (c) se corresponden con los valores de la constante de propagación Floquet.

Nótese que, con los modos Floquet, es posible reconstruir el campo en cualquier punto de la estructura periódica a partir de la información de un único periodo, lo cual facilitará el estudio del comportamiento de estos dispositivos y su simulación numérica.

3.2. Estructuras periódicas 1D: el medio estratificado

Un medio estratificado es una yuxtaposición de capas de distintos dieléctricos y grosores que se alternan cíclicamente (ver figura 3.3(a)). Es interesante su estudio porque tiene solución analítica [Yeh 1977]. Dicho estudio no se desarrollará explícitamente en esta Tesis, pero se utilizarán sus resultados para extraer algunas conclusiones interesantes.

El primer resultado a tener en cuenta es la constante de propagación del modo Floquet. En la figura 3.3(b) se representa, utilizando expresiones analíticas [Yeh 1977], el índice efectivo de un modo Floquet que incide en un medio estratificado de manera normal a sus discontinuidades, en función de la relación entre la longitud de onda y el periodo $(\frac{\lambda}{\Lambda})$. La primera conclusión que se puede obtener es que existen dos tipos de situaciones dependiendo de si la parte imaginaria del índice efectivo es distinta de cero o no. Cuando α_F es nula, el modo Floquet se propaga sin pérdidas a lo largo del medio. Sin embargo, cuando α_F es distinto de cero, el modo Floquet se denomina evanescente pues éste no progresa por el medio estratificado. De hecho, el campo se refleja en el sentido contrario al de la propagación. Las longitudes de onda en las que se da esta situación reciben el nombre de *bandas prohibidas* o *bandgaps*. En estas bandas prohibidas se satisface la llamada condición de Bragg, que implica que la longitud del periodo es un número entero de veces la mitad de la longitud de onda efectiva del modo. Matemáticamente, esta condición puede expresarse como

$$\Lambda = l \frac{\lambda_{eff}}{2} = l \frac{\lambda}{2n_{eff,F}} \tag{3.6}$$

donde l es un número entero. Despejando $n_{eff,F}$ de esta expresión, es fácil explicar que, en las bandas prohibidas, la relación entre el índice efectivo del modo Floquet y la relación λ/Λ es una recta, como se ve en la figura 3.3(b). Algunas de las muy diversas aplicaciones de los *bandgaps* se indican más adelante, en el apartado 3.3.2.



Figura 3.3: (a) Representación de un medio estratificado. (b) Índice efectivo de un modo Floquet con incidencia normal a las discontinuidades de un medio estratificado formado por dos capas de índices $n_c = 1$ y $n_{eq} = 2$ de igual grosor, en función del tamaño eléctrico del periodo del medio estratificado.

Otro detalle a tener en cuenta es que cuando el periodo tiende a cero, el índice efectivo tiende al valor obtenido por Rytov para medios estratificados de periodos cortos, a saber [Rytov 1956]

$$n_{||}^2 = \frac{G}{\Lambda} n_c^2 + \frac{\Lambda - G}{\Lambda} n_{eq}^2 \tag{3.7}$$

donde $n_{||}$ es el índice efectivo del modo Floquet para campos eléctricos polarizados en paralelo a las discontinuidades del medio estratificado, como es el caso de la incidencia normal considerada en la figura 3.3(b). En este caso ($n_c = 1$, $n_{eq} = 2$ y $G = \Lambda/2$), el valor de $n_{||}$ es 1.58, el cual se ha indicado en dicha figura. Nótese que la expresión es la media ponderada de las constantes dieléctricas del medio estratificado. Estas estructuras de periodos cortos dan lugar a muy interesantes aplicaciones, como se verá en el apartado 3.3.1.

En conclusión, un medio estratificado puede presentar dos comportamientos distintos dependiendo de la longitud eléctrica del periodo:

- Banda prohibida. Cuando se satisface la condición de Bragg, el modo Floquet de la estructura tiene una constante de propagación real ($\gamma_F = \alpha_F$), dando lugar a un campo evanescente en la dirección z y a reflexiones.
- Transmisión. Cuando no se satisface la condición de Bragg, el modo Floquet tiene una constante de propagación imaginaria pura, dando lugar a un campo que se propaga en la dirección z con una constante de fase que va a depender, entre otros parámetros, de la longitud del periodo.

3.3. Estructuras 2D con periodicidad en la dirección de propagación

En esta sección se estudian estructuras x-variantes con periodicidad en la dirección de propagación. Para estudiar la periodicidad en la dirección longitudinal se van a utilizar los modos Floquet, presentados en la sección 3.1. A diferencia del medio estratificado estudiado en el apartado anterior, no existen resultados analíticos que modelen el funcionamiento de las estructuras 2D aquí tratadas, lo que hará necesario el uso de herramientas numéricas como la desarrollada en esta Tesis.

Aunque el funcionamiento de estas estructuras depende de la geometría completa, la longitud de onda y los materiales del dispositivo; la relación entre la longitud del periodo y la longitud de onda determina, en gran medida, el comportamiento general de la estructura. A modo de ejemplo se ha estudiado el comportamiento del circuito representado en la figura 3.4 al excitarlo con el modo fundamental de la guía de núcleo homogéneo ubicada a la izquierda de la estructura periódica. En la figura 3.5 se muestran los distintos comportamientos que dicha estructura puede presentar ante modificaciones en la longitud del periodo. A diferencia de los medios estratificados 1D (x-constantes) en las que se podían distinguir dos comportamientos distintos, en este caso existen tres regiones de funcionamiento diferentes:

 Cuando la longitud del periodo es muy pequeña en comparación con la longitud de onda, la estructura periódica se comporta como una guía de núcleo homogéneo



Figura 3.4: Guía periódica unida a una guía de núcleo homogéneo. $W_g = 0.3 \mu m$, $W = 0.5 \mu m$, $n_c = 1$, $n_{eq} = 2$.

rodeada de una cubierta homogénea y recibe el nombre de red de difracción sublongitud de onda o SWG (*sub-wavelength grating*) [Figura 3.5(a)].

- Cuando la longitud del periodo es un número entero de veces la mitad de la longitud de onda efectiva del modo Floquet, la red de difracción satisface la condición de Bragg o condición de banda prohibida detallada en el apartado anterior. En esta situación, el campo es evanescente en la dirección de la periodicidad de la red y, si el número de periodos es suficientemente alto, la red refleja la práctica totalidad del campo incidente [Figura 3.5(b)].
- Cuando la longitud del periodo está entre dos periodos de Bragg de distinto orden, la red de difracción puede radiar el campo que se propaga por la misma ,reflejarlo o incluso ambas cosas a la vez [Figura 3.5(c)].

El patrón de onda estacionario que se aprecia en la guía de núcleo homogéneo de acceso para los tres tipos de redes periódicas se debe a la discontinuidad entre dicha guía y la propia estructura periódica.

Obsérvese ahora la figura 3.6, que muestra la dependencia con la longitud de onda del índice efectivo del modo Floquet de una guía periódica. En esta curva es fácil identificar las bandas prohibidas por la dependencia lineal del índice efectivo con la longitud de onda, como ya se explicó en el apartado anterior. Estas bandas prohibidas o zonas de Bragg servirán para delimitar las otras zonas de trabajo, como se marcan en la figura.

Por tanto, una primera utilidad de estos modos es determinar la zona de trabajo y, por consiguiente, el comportamiento de la estructura en cada una de estas zonas.

3.3.1. Redes de difracción sub-longitud de onda (SWG)

Las estructuras sub-longitud de onda o SWG (*sub-wavelength grating*) son dispositivos periódicos cuyo periodo es muy pequeño en comparación con la longitud de onda. En concreto, se considera que una estructura es SWG cuando su periodo es inferior al más bajo que cumple la condición de Bragg, esto es, menor que la mitad de la longitud de onda dividida por el índice efectivo del modo Floquet. De acuerdo con la teoría del medio efectivo [Rytov 1956, Lalanne 1998] estas estructuras se comportan a nivel macroscópico como guías de núcleo homogéneo. Esta característica permite múltiples aplicaciones que van desde guías de onda de bajas pérdidas [Bock 2010a] hasta híbridos a 90° para receptores fotónicos coherentes [Ortega Moñux 2011]. Realmente el concepto subyacente es el mismo que se aplica cuando se considera el índice de refracción del cristal de silicio. Aunque microscópicamente el silicio cristalino está formado por celdas que se repiten cada medio nanometro aproximadamente, macroscópicamente el cristal se considera un medio homogéneo con un índice de refracción dado. Es la longitud de



Figura 3.5: Distribución de campo al excitar, con el modo fundamental de una guía de acceso convencional, una guía periódica con longitud de periodo (a) 400nm, (b) 500nm y (c) 1000nm. En todos los casos, la longitud de onda en el vacío es de $1.55\mu m$, el ancho de la guía de acceso es de 300nm, el ancho de la guía periódica es de 500nm y el ciclo de trabajo es del 50%. Los índices de refracción del núcleo y de la cubierta son, respectivamente, 2 y 1.



Figura 3.6: Índice efectivo del modo Floquet fundamental TE de una guía periódica [Figura 3.1] con $n_1 = 1$, $n_2 = 2$, $W = 0.5\mu m$, $\lambda = 1.55\mu m$ y $g = \Lambda/2$. Las zonas de trabajo están identificadas. Los dispositivos representados en la figura 3.5 están marcados como (a), (b) y (c).

onda del campo electromagnético la que determina si la aproximación macroscópica es valida en cada problema.

Un caso muy interesante de estructura SWG es la guía de onda SWG, la cual no es más que una guía periódica como la que se representó en la figura 3.1 con un periodo menor que el primer periodo de Bragg. En cierto modo, esta estructura puede entenderse como un medio estratificado con un ancho W finito rodeado por una cubierta homogénea. Para W lo suficientemente grande, puede considerarse que el comportamiento de la guía SWG se aproxima al de una guía con núcleo homogéneo de índice de refracción igual al índice efectivo del modo Floquet del medio estratificado 1D que se obtiene con el mismo Λ y G, y que se puede calcular de manera analítica. En la mayoría de los casos el ancho de la guía es demasiado pequeño para que esta aproximación sea buena, por lo que esta estrategia no es útil para el diseño. Es necesario emplear los modos Floquet de otra forma para diseñar eficientemente estas estructuras. En concreto, se calcula el índice efectivo del modo Floquet de una guía SWG de ancho W, como la representada en la figura 3.7(a). Tras esto, se plantea una guía de núcleo homogéneo con índice de refracción n_h , como la de la figura 3.7(b), de ancho W rodeada de la misma cubierta que la presente en la guía SWG. El índice de refracción n_h se calcula para que el índice efectivo del modo fundamental de la guía de núcleo homogéneo sea el mismo que el del modo Floquet de la guía SWG. El problema de guía homogénea así obtenido es prácticamente equivalente al problema SWG original, para la longitud de onda de diseño. Por tanto, basta estudiar el comportamiento del índice efectivo del modo Floquet para conocer tanto la dispersión como la birrefringencia del



Figura 3.7: (a) Guía SWG y (b) guía de núcleo homogéneo equivalente.

núcleo de esa guía equivalente. En el apartado 4.1 de esta Tesis se comprueba esta equivalencia para el caso de un acoplador por guías paralelas.

Otro detalle a tener en cuenta al diseñar guías SWG es que, en la práctica, la tecnología de fabricación no permite longitudes de periodo todo lo pequeñas que se desee. Esto obliga a un compromiso entre longitudes de periodo suficientemente grandes para que puedan ser fabricadas, pero suficientemente pequeñas para que funcionen en la zona SWG y no alcancen la banda prohibida. Con el conocimiento del índice efectivo del modo Floquet, es posible determinar la máxima relación entre longitud de periodo y longitud de onda que permite el comportamiento SWG y evitar así la zona de Bragg para el conjunto de las longitudes de onda de trabajo del dispositivo.

En referencia a las aplicaciones de estas estructuras, la primera y más simple es, precisamente, la implementación de guías de onda, ya que se ha comprobado que éstas presentan menores pérdidas que las guías de onda convencionales Bock 2010a. Además, el uso de una estructura SWG presenta ventajas que no se podrían obtener utilizando las técnicas convencionales. En primer lugar, es posible implementar un material virtual en el que diseñar un índice de refracción equivalente arbitrario, a diferencia de la restricción tecnológica que sólo permite utilizar materiales de ciertos índices de refracción. Esto da lugar a umerosas aplicaciones como acopladores chip-fibra [Cheben 2006], estructuras antireflectantes para los *facets* del chip [Schmid 2007], dispositivos de interferencia multimodal (MMI) de altas prestaciones [Ortega Moñux 2011], guías de onda y multiplexores ópticos [Cheben 2010]. En segundo lugar, es posible diseñar la dispersión, esto es, la variación del índice de refracción equivalente con la longitud de onda del campo considerado [Halir 2012b]. Por último, es posible implementar una birrefringencia arbitraria de la guía al ofrecer un índice de refracción distinto según la dirección con la que el campo está polarizado [Maese Novo 2011]. Más adelante, en el capítulo 4, se realiza un análisis detallado de algunas de estas aplicaciones.

3.3.2. Redes de Bragg

Se considera red de Bragg a la estructura periódica cuya longitud del periodo satisface la condición de Bragg a la longitud de onda de trabajo. Como ya se indicaba anteriormente, dicha condición se satisface cuando la longitud del periodo es múltiplo de la mitad de la longitud de onda efectiva del modo Floquet. A modo de recordatorio, matemáticamente la condición de Bragg se expresa como

$$\Lambda = \frac{l\lambda}{2n_{eff,F}} \tag{3.8}$$

donde l es un número entero y $n_{eff,F} = \beta_F/k_0$ es la parte real del índice efectivo del modo Floquet fundamental. Bajo esta condición, y si la red es suficientemente larga, el campo incidente se refleja totalmente. Este comportamiento es posible explicarlo cualitativamente observando que, si se cumple la condición de Bragg, las ondas reflejadas siempre se suman en fase, lo que favorece las fuertes reflexiones.

Al igual que ocurría con las estructuras SWG, no existen expresiones analíticas que modelen estas zonas de comportamiento, por lo que será necesario el uso de herramientas numéricas para el diseño de guías periódicas en el régimen de Bragg. De nuevo, los modos Floquet serán muy interesantes pues determinan el término $n_{eff,F}$ de la condición de Bragg, lo que permite diseñar el periodo convenientemente. Igualmente, observando la constante de atenuación del modo Floquet, que es distinta de cero, es posible determinar la profundidad de penetración del campo en la red y, a partir de ésta, diseñar el número de periodos necesarios para la aplicación concreta.

Las aplicaciones de las redes de Bragg son muy diversas. Es posible encontrarlas en circuitos de comunicaciones [Bilodeau 1995], donde se explota la capacidad de la red para reflejar selectivamente ciertas longitudes de onda. También es muy común su aplicación como sensor, pues las variaciones del problema (longitud del periodo, temperatura, índice de refracción) modifican la frecuencia de resonancia del Bragg, permitiendo extraer la magnitud de la variación a partir de dicho desplazamiento en la frecuencia reflejada [James 2003].

Cristales fotónicos

Existe un importante grupo de dispositivos que, aunque se basan en el concepto de bandas prohibidas, no pueden considerarse redes de Bragg ya que no se diseñan para reflejar el campo en el sentido contrario al de la propagación. Éstos son los cristales fotónicos [Joannopoulos 2008]. Consisten en estructuras periódicas en banda prohibida a las que se le ha añadido un *defecto*. Como el campo no se propaga en las bandas prohibidas, la luz inyectada en el *defecto* no puede escapar del mismo ya que no puede propagarse por la estructura periódica que lo rodea, consiguiendo un guiado de la luz con una estructura distinta a la guía de onda convencional. En la figura 3.8 se representa una guía implementada en cristal fotónico. La estructura guía la luz en dirección z pues ésta no puede propagarse en dirección x al estar en banda prohibida.



Figura 3.8: Representación de una guía en cristal fotónico.

3.3.3. Gratings de radiación

Los gratings de radiación, como su nombre indica, se caracterizan por su capacidad para radiar el campo fuera del circuito óptico en el que están integrados. Estas redes tienen el periodo A comprendido entre dos zonas de Bragg, como se mostraba en la figura 3.6, aunque no todas las redes ubicadas entre estas zonas necesariamente radien. La radiación se produce gracias a modos Floquet cuya distribución de campo transversal, a diferencia de la de los modos de las guías convencionales, no es evanescente fuera del núcleo de la guía periódica. A continuación se muestra el principio por el que estas redes radian y, tras esto, se indican las principales aplicaciones de este tipo de estructuras. El razonamiento que sigue a continuación es válido para cualquier componente del campo eléctrico o magnético. Para simplificar la notación, y sin perder generalidad, se ha empleado una componente cualquiera no nula del campo magnético, representada con H(x, z). Por la aplicación del teorema de Floquet se recuerda que la amplitud compleja del campo es

$$H(x,z) = H_F(x,z) e^{-\gamma_F z}$$
(3.9)

siendo $H_F(x, z)$ una función periódica en z de periodo Λ y γ_F un número complejo. Como $H_F(x, z)$ es periódica en z, ésta se puede expresar como una serie de Fourier tal que

$$H_F(x,z) = \sum_{k} \phi_F^{(k)}(x) e^{-j\frac{2\pi}{\Lambda}kz}$$
(3.10)

donde $\phi_F^{(k)}(x)$ es la distribución en x del armónico de Fourier k-ésimo considerando la expansión en series de Fourier en la dimensión z del modo Floquet. Introduciendo esta expresión en (3.9) y descomponiendo la constante de propagación Floquet compleja en su parte real e imaginaria $\gamma_F = \alpha_F + j\beta_F$, el campo resultante es

$$H(x,z) = e^{-\alpha_F z} \sum_{k} \phi_F^{(k)}(x) e^{-j\left(\beta_F + k\frac{2\pi}{\Lambda}\right)z} = \sum_{k} \phi_F^{(k)}(x) e^{-\gamma_{\phi}^{(k)}z}$$
(3.11)

donde $\gamma_{\phi}^{(k)} = \alpha_F + j\beta_{\phi}^{(k)}$ siendo $\beta_{\phi}^{(k)} = \beta_F + k (2\pi/\Lambda)$. Como puede observarse, todos los armónicos del modo Floquet comparten la misma constante de atenuación α_F . Así, H(x, z) se puede descomponer en una suma de funciones llamadas *órdenes de radiación* de modo que $\gamma_{\phi}^{(k)}$ es la constante de propagación compleja del orden de radiación k. El nombre de *orden de radiación* se debe a que el diagrama de radiación de la red presenta un lóbulo por cada orden que satisfaga su condición de radiación. Para conocer dicha condición, obsérvese la figura 3.9 en la que se representan la relación que deben mantener las constantes de fase de un orden de radiación en el medio con índice de refracción n_i . De dicha figura se puede extraer que

$$k_x^{(k,i)} = k_0 \sqrt{n_i^2 - \left(n_{eff,F} + k\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2}.$$
(3.12)



Figura 3.9: Relación entre la constantes de propagación transversal $(k_x^{(k,i)})$, la longitudinal $(\beta_{\phi}^{(k)})$, el índice de refracción del medio (n_i) y el ángulo de radiación $(\theta_{k,i})$.

Así, para que el orden k no sea evanescente en el medio i, es necesario que $k_x^{(k,i)}$ sea real lo que conduce a la condición de radiación

$$\left|\frac{\beta_{\phi}^{(k)}}{k_0}\right| = |n_{eff,F} + k\lambda/\Lambda| < n_i. \tag{3.13}$$

Por tanto, si la condición de radiación se cumple para la cubierta de índice n_c , la distribución de campo del modo Floquet puede no ser evanescente fuera del núcleo posibilitando la radiación. En la figura 3.10 se representa un diagrama en el que se puede observar gráficamente la condición de radiación. Tanto el eje horizontal como el vertical están en unidades de índice efectivo. Los asteriscos en el eje horizontal muestran la parte imaginaria de la constante de propagación de los distintos órdenes de radiación para un modo Floquet dado $(\beta_{\phi}^{(k)})$. La circunferencia está centrada en cero y tiene un radio igual al índice de refracción de la cubierta, que permitirá estudiar la radiación en ésta. Para que un orden de radiación se propague por la cubierta, su constante de propagación debe estar dentro de dicho círculo. Además, el ángulo con el que cada orden se propaga aparece gráficamente en la misma figura. De la figura 3.10 se pueden extraer múltiples conclusiones:

- 1. Dado que el modo Floquet fundamental tiene un índice efectivo comprendido entre el índice de refracción del núcleo y el de la cubierta, los órdenes de radiación $k \ge 0$ no se propagan por la cubierta. Es decir, la red sólo podrá radiar a través de sus órdenes $k \le -1$.
- 2. En la medida en que λ/Λ crece, la separación entre las constantes de fase de los distintos órdenes aumenta, reduciendo el número de órdenes de radiación que pueden satisfacer la condición de radiación. Del mismo modo, en la medida en que λ/Λ disminuye, los posibles órdenes capaces de radiar aumentan.
- 3. Si una red de difracción tiene un orden de radiación k tal que $\beta_{\phi}^{(k)} = 0$ (radiación vertical), existe un entero l tal que $l\lambda/\Lambda = n_{eff,F}$. Esto significa que la longitud del periodo es un número entero de veces la longitud de onda en el medio, por lo que se puede afirmar que se cumple la condición de Bragg.
- 4. El periodo de Bragg más pequeño satisface la condición de Bragg (3.8) para l = 1. En tal caso, el orden k = -1 tendrá como índice efectivo

$$\beta_{\phi}^{(-1)}/k_0 = n_{eff,F} - \lambda/\Lambda = n_{eff,F} - 2n_{eff,F} = -n_{eff,F}$$
(3.14)



Figura 3.10: Representación gráfica de los órdenes de radiación para $n_c = 1$, $n_{eff,F} = 1.3$ y $\lambda/\Lambda = 1.55$.
que queda a la izquierda del círculo de radio n_c , por lo que no presenta órdenes de radiación que satisfagan la condición de radiación. Del mismo modo, como las estructuras SWG tienen un periodo inferior al menor periodo de Bragg, los órdenes k = -1 de las estructuras SWG quedarán aún más a la izquierda de dicho círculo, por lo que las SWG tampoco presentarán radiación.

Respecto a las aplicaciones, la principal es la del acoplo entre circuito óptico integrado y fibra óptica [Taillaert 2004, Alonso Ramos 2010]. Extendiendo este concepto, también existen aplicaciones para detectar luz no guiada [Scott 2011]. Otra aplicación muy prometedora son los *optical interconnects* [Levy 2012]. Algunos ejemplos de redes de acoplo chip-fibra se indican en el capítulo 4 pues, empleando la herramienta presentada en esta Tesis, se ha trabajado con varios dispositivos de este tipo.

3.4. Cálculo de modos Floquet

Como se ha visto, los modos Floquet son muy útiles en el análisis y diseño de estructuras periódicas. Existen trabajos que detallan la obtención analítica de los mismos para un medio estratificado periódico [Yeh 1977] pero es necesario el uso de técnicas numéricas cuando la estructura se complica un poco como, por ejemplo, con el caso de una guía periódica [Figura 3.1]. En este apartado se muestran algunas técnicas numéricas para la obtención de este tipo de modos.

3.4.1. Cálculo de modos Floquet basado en el Fourier-EEM

En principio, el procedimiento para calcular los modos Floquet de una estructura periódica podría ser el mismo que el empleado en el capítulo 2 con las secciones zinvariantes, esto es, plantear las ecuaciones de Maxwell para un periodo completo y obtener sus soluciones. No obstante, se ha preferido emplear una técnica que, en lugar de partir de las ecuaciones de Maxwell, aprovecha los resultados del Fourier-EEM para plantear un nuevo problema de autovalores con el que se calcularán los modos Floquet [Helfert 2002]. También se considerarán ciertos aspectos numéricos del problema para obtener un algoritmo numéricamente bien condicionado [Cao 2002].

El primer paso de este método consiste en obtener, mediante la técnica desarrollada en el capítulo anterior, la matriz de transmisión $\overline{\overline{T}}$ de un periodo definida como

$$\begin{pmatrix} \Psi_o^+ \\ \Psi_o^- \end{pmatrix} = \overline{\overline{T}} \begin{pmatrix} \Psi_{in}^+ \\ \Psi_{in}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{\overline{T}}_{11} & \overline{\overline{T}}_{12} \\ \overline{\overline{T}}_{21} & \overline{\overline{T}}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_{in}^+ \\ \Psi_{in}^- \end{pmatrix}$$
(3.15)

donde los vectores Ψ_o^{\pm} son los coeficientes de los modos hacia delante (+) y hacia atrás (-) al final del periodo y los vectores Ψ_{in}^{\pm} son los coeficientes de los modos al comienzo de éste, como se muestra en la figura 3.11. Nótese que estos coeficientes están definidos en el espacio de los modos de las guías z-invariantes de los extremos del periodo que, para el caso de la figura 3.11, se corresponden con guías de ancho W y núcleo n_{eq} . Por otra parte, dada la propia definición del modo Floquet se puede afirmar que

$$\begin{pmatrix} \Psi_{o,F}^{+} \\ \Psi_{o,F}^{-} \end{pmatrix} = e^{-\gamma_{F}\Lambda} \begin{pmatrix} \Psi_{in,F}^{+} \\ \Psi_{in,F}^{-} \end{pmatrix}$$
(3.16)



Figura 3.11: Estructura periódica de longitud de periodo Λ y detalle del periodo.

donde γ_F es la constante de propagación del modo Floquet y Λ la longitud del periodo (recuérdese que el campo de un modo Floquet es el producto de una función exponencial en z por una función periódica de periodo Λ). Los coeficientes de los modos se han identificado con la letra F para enfatizar que esa combinación de modos conforman el campo de un modo Floquet en los extremos del periodo.

Así, uniendo la definición de la matriz \overline{T} (3.15) y la expresión (3.16) se obtiene el siguiente problema de autovalores

$$\overline{\overline{T}} \begin{pmatrix} \Psi_{in,F}^+ \\ \Psi_{in,F}^- \end{pmatrix} = e^{-\gamma_F \Lambda} \begin{pmatrix} \Psi_{in,F}^+ \\ \Psi_{in,F}^- \end{pmatrix}$$
(3.17)

cuyos autovalores permiten calcular las constantes de propagación Floquet y cuyos autovectores son los coeficientes de los modos de las guías z-invariantes en los extremos del periodo que determinan el campo de los modos Floquet en dichos extremos.

El principal inconveniente que presenta el cálculo de los modos Floquet a través de este método, esto es, resolviendo el problema (3.17), es su mal condicionamiento numérico cuando la longitud del periodo es grande. El problema está en la submatriz $\overline{\overline{T}}_{22}$. Este término relaciona las ondas en dirección -z de la salida con las de la entrada. Como se vió en el capítulo 2, esta relación es una exponencial positiva, la cual presenta problemas numéricos a medida que su exponente crece. Para evitar problemas numéricos, en este trabajo se ha replanteado el problema de autovalores utilizando la matriz $\overline{\overline{S}}$ en lugar de la matriz $\overline{\overline{T}}$ [Cao 2002]. Matemáticamente, la matriz $\overline{\overline{S}}$ se define como

$$\begin{pmatrix} \Psi_{in}^{-} \\ \Psi_{o}^{+} \end{pmatrix} = \overline{\overline{S}} \begin{pmatrix} \Psi_{in}^{+} \\ \Psi_{o}^{-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{\overline{S}}_{11} & \overline{\overline{S}}_{12} \\ \overline{\overline{S}}_{21} & \overline{\overline{S}}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_{in}^{+} \\ \Psi_{o}^{-} \end{pmatrix}$$
(3.18)

donde los vectores Ψ vuelven a ser los coeficientes de la ondas en sentido +z y -zal comienzo y al final del periodo. Nótese que, en este caso, los vectores columna de la expresión (3.18) no están ordenados de la misma forma que los de (3.16). No obstante, la expresión (3.16) permite hacer la sustitución $\Psi_o^{\pm} = e^{-\gamma_F \Lambda} \Psi_{in}^{\pm}$ en (3.18) y, reordenando todos los términos, se alcanza el siguiente problema de autovalores generalizado

$$\begin{pmatrix} -\overline{\overline{S}}_{11} & \overline{\overline{I}} \\ -\overline{\overline{S}}_{21} & \overline{\overline{0}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_{in}^+ \\ \Psi_{in}^- \end{pmatrix} = e^{-\gamma_F \Lambda} \begin{pmatrix} \overline{\overline{0}} & \overline{\overline{S}}_{12} \\ -\overline{\overline{I}} & \overline{\overline{S}}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_{in}^+ \\ \Psi_{in}^- \end{pmatrix}$$
(3.19)

donde $\overline{\overline{0}}$ e $\overline{\overline{\overline{I}}}$ son la matriz nula y la matriz identidad respectivamente. El problema de mal condicionamiento numérico anteriormente mencionado desaparece en esta formulación ya que los elementos de la matriz $\overline{\overline{S}}$ no requieren exponenciales positivas

para su obtención. Este es el problema que realmente se resuelve en la implementación realizada en esta Tesis.

Se analizan ahora los autovectores y autovalores que se obtienen de este problema de autovalores. En primer lugar, los autovectores, como se ha dicho, representan el campo del modo Floquet en un único plano z constante: el del comienzo del periodo. Sin embargo, como se indicó en la sección 3.1, la distribución de campo del modo Floquet se caracteriza por una función definida a lo largo de todo un periodo. Es necesario, por tanto, propagar a lo largo de todo el periodo la solución de campo contenida en el autovector para conocer la función que determina el campo del modo Floquet en todo el periodo, lo cual puede hacerse con el método desarrollado en el capítulo 2.

Por otra parte, los autovalores obtenidos tienen la forma $e^{-\gamma_F \Lambda}$ siendo γ_F la constante de propagación del modo Floquet. Para obtener dicha constante de propagación, se calcula el logaritmo neperiano del autovalor. No obstante, esta operación no permite determinar la constante de fase univocamente ya que la parte imaginaria del logaritmo está multievaluada con valores separados por múltiplos de 2π . El problema es tal que ni siquiera es posible conocer, a partir de la constante de fase, si el modo Floquet calculado se propaga en sentido +z o -z. Existen estrategias para eliminar esta indeterminación [Szabó 2010], pero requieren más de una simulación pues la técnica se basa en la evolución del autovalor al modificar el problema. En este trabajo se han utilizado técnicas empíricas y datos externos aportados por el diseñador que permiten determinar la constante de fase en base a una única simulación. Por ejemplo, si el diseñador considera que la estructura es un SWG, la indeterminación desaparece porque, en dicho caso, $\Im(\gamma_F \Lambda) < \pi$. Un último detalle a destacar es que, si no existe ganancia en la estructura, el signo de la constante de atenuación, $\alpha_F = \Re(\gamma_F)$, determina si la propagación del modo Floquet es en sentido $+z \ (\alpha_F > 0)$ o en sentido $-z \ (\alpha_F < 0)$. No obstante, no debe confundirse la dirección de propagación del modo Floquet con la dirección de las ondas de campo que lo forman ya que, como puede extraerse de (3.17), el campo del modo Floquet, en general, está formado por ondas que se propagan en ambas direcciones.

De la misma forma en que, en el capítulo anterior, el campo se expandía en el espacio de los modos de las secciones z-invariantes, el conjunto de modos Floquet obtenido permite definir un nuevo espacio funcional con una base formada por los modos Floquet de la estructura. Este espacio permite expresar cualquier campo de la estructura periódica como una suma ponderada de modos Floquet de la misma manera en que un campo cualquiera definido en una estructura z-invariante podía expandirse en los modos de dicha estructura. Matemáticamente, la expansión en modos Floquet puede expresarse como

$$\mathbf{E}(x,z) = \sum_{m} \zeta_m(z) \mathbf{E}_F^{(m)}(x,z)$$
(3.20)

donde $\mathbf{E}_{F}^{(m)}$ es la distribución de campo del modo Floquet *m*-ésimo y ζ_m es el coeficiente de cada modo Floquet en la expansión del campo. En el caso de esta Tesis, las funciones base del espacio de los modos Floquet no se definen directamente sobre la distribución espacial de campo del modo Floquet sino sobre el espacio de los modos de las secciones *z*-invariantes de los extremos del periodo. Así, agrupando en columnas los autovectores

obtenidos al resolver (3.19), se puede formar la matriz \overline{X} tal que

$$\begin{pmatrix} \Psi^{+} \\ \Psi^{-} \end{pmatrix} = \overline{\overline{X}} \begin{pmatrix} \overline{\zeta}^{+} \\ \overline{\zeta}^{-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{\overline{X}}_{11} & \overline{\overline{X}}_{12} \\ \overline{\overline{X}}_{21} & \overline{\overline{X}}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{\zeta}^{+} \\ \overline{\zeta}^{-} \end{pmatrix}$$
(3.21)

de manera que se pueden relacionar los coeficientes de los modos de la sección zinvariante con los coeficientes de los modos Floquet en los extremos de los periodos. Los coeficientes de los modos Floquet se han agrupado en los vectores $\overline{\zeta}^+$ y $\overline{\zeta}^-$ según su constante de propagación de manera que los coeficientes ζ_m^+ se corresponden con los modos Floquet que se propagan en la dirección +z y los ζ_m^- con los que lo hacen en la dirección -z. Esto permite separar la matriz $\overline{\overline{X}}$ en 4 submatrices, como muestra el término derecho de (3.21). Ninguna de estas 4 submatrices es, en general, nula, lo que ratifica la observación que se hizo anteriormente y que indicaba que los modos Floquet, con independencia de su dirección de propagación, están formados por la superposición de ondas que se propagan tanto en sentido +z como en sentido -z. Con este nuevo espacio funcional, el mapa de espacios con que se ha trabajado es el representado en la figura 3.12.



Figura 3.12: Mapa de espacios incluyendo el espacio de los modos Floquet.

3.4.2. Otras técnicas de cálculo de modos Floquet

Además de la técnica presentada en el apartado anterior, que ha sido la empleada en el simulador implementado en esta Tesis, existen otras técnicas para el cálculo de modos Floquet. En este apartado se describen brevemente dos de ellas.

La primera de ellas guarda cierto parecido con la descrita en el apartado anterior, pero plantea el problema de manera opuesta. Así, mientras antes se calculaba γ_F en función de λ , esta otra técnica fija γ_F y calcula la longitud de onda a la que se obtiene dicha constante de propagación. El desarrollo detallado de la técnica se puede encontrar en la literatura [Joannopoulos 2008, Johnson 2001].

La segunda estrategia propaga un campo incidente a lo largo de un periodo y se comprueba si el campo al final del periodo es el mismo que el del principio multiplicado por exp $(-\gamma_F \Lambda)$, siendo γ_F la constante de propagación Floquet fijada de antemano y Λ la longitud del periodo de la estructura. Las frecuencias para las que esta condición se satisface son las frecuencias a las que existe un modo Floquet con la constante de propagación γ_F . Esta técnica es la que se emplea en simuladores FDTD como FullWave [RSoft].

3.5. Análisis de dispositivos con partes periódicas

A lo largo de este capítulo se ha demostrado la utilidad de los modos Floquet para entender y modelar las estructuras periódicas. También se han desarrollado técnicas con las que obtener numéricamente los modos Floquet. Ahora se detalla un algoritmo que permite el análisis numérico eficiente de un dispositivo que incluya estructuras periódicas, como el mostrado en la figura 3.13. El objetivo es conocer la relación entre los modos a la entrada del dispositivo y los de la salida del mismo conociendo la condición de carga y el campo incidente. La estrategia empleada comparte gran parte de los conceptos explicados en el capítulo 2 pues, en realidad, consiste de nuevo en el método de expansión modal con la diferencia de que parte de la propagación ocurre en el espacio de modos Floquet y no en el de las secciones z-invariantes.

Dado que ya se conoce cómo resolver las secciones no periódicas empleando el Fourier-EEM explicado en el capítulo 2, se procede a explicar cómo abordar eficientemente el análisis de la parte periódica. Conocida la forma en que se expande el campo en el dominio de los modos Floquet, mostrada en la sección anterior, es posible calcular el campo total propagando por separado cada uno de los modos Floquet. Esta propagación es muy eficiente computacionalmente ya que el número de operaciones no depende del número de periodos. Así, considerando un modo Floquet definido en una estructura periódica de periodo Λ , con una constante de propagación γ_F y una amplitud inicial ζ_0 , la amplitud del modo Floquet en el periodo N es

$$\zeta_N = \zeta_0 \mathrm{e}^{-\gamma_F \Lambda N} \tag{3.22}$$

cuya complejidad numérica no depende de N.

Al igual que ocurría con las ondas propagándose en dirección -z en el capítulo 2, la propagación de los modos Floquet en dirección -z se realiza, según la expresión (3.22), con una exponencial positiva que puede generar problemas numéricos. De la misma forma en que, en el Fourier-EEM, se utilizó el coeficiente de reflexión de los modos de la sección z-invariante para resolver este problema, ahora se utiliza el coeficiente de reflexión de los modos Floquet para evitar la exponencial positiva [Helfert 2002]. Este coeficiente de reflexión de los modos Floquet es una matriz $\overline{\mathbb{R}}_F$ tal que

$$\overline{\zeta}^- = \overline{\overline{R}}_F \overline{\zeta}^+. \tag{3.23}$$

Para obtener la expresión de la propagación del coeficiente de reflexión, se calcula, en primer lugar, su comportamiento en un solo periodo. La propagación de los modos es

$$\overline{\zeta}_{o}^{+} = e^{-\overline{\Gamma}_{F}^{+}\Lambda}\overline{\zeta}_{in}^{+}
\overline{\zeta}_{in}^{-} = e^{\overline{\Gamma}_{F}^{-}\Lambda}\overline{\zeta}_{o}^{-}$$
(3.24)



Figura 3.13: Estructura con partes periódicas.

donde $\overline{\Gamma}_{F}^{\pm}$ son matrices diagonales con las constantes de propagación de los modos Floquet que se propagan en dirección $\pm z$ respectivamente. Por su parte, $\overline{\zeta}_{in,o}^{\pm}$ son los coeficientes de los modos Floquet al principio y final del periodo, como se veía en la figura 3.11. Sustituyendo los modos en dirección -z con la definición del coeficiente de reflexión (3.23), la última expresión de (3.24) queda

$$\overline{\overline{\mathbf{R}}}_{F,in}\overline{\zeta}_{in}^{+} = e^{\overline{\overline{\Gamma}}_{F}^{-}\Lambda}\overline{\overline{\mathbf{R}}}_{F,o}\overline{\zeta}_{o}^{+}$$
(3.25)

donde $\overline{\overline{\mathbb{R}}}_{F,in}$ y $\overline{\overline{\mathbb{R}}}_{F,o}$ son, respectivamente, los coeficientes de reflexión Floquet al comienzo y al final del periodo. Al sustituir el valor de $\overline{\zeta}_o^+$ dado en (3.24) y eliminar el factor común $\overline{\zeta}_{in}^+$ resultante, se obtiene

$$\overline{\overline{\mathbf{R}}}_{F,in} = \mathrm{e}^{\overline{\overline{\Gamma}}_{F}^{-}\Lambda} \overline{\overline{\mathbf{R}}}_{F,o} \mathrm{e}^{-\overline{\overline{\Gamma}}_{F}^{+}\Lambda}$$
(3.26)

que determina la propagación del coeficiente de reflexión Floquet para un periodo. Es trivial que, conocido el coeficiente de reflexión al final del periodo N, el coeficiente de reflexión al principio de la estructura periódica es

$$\overline{\overline{\mathbf{R}}}_{F,in}^{(1)} = \mathrm{e}^{\overline{\overline{\Gamma}}_{F}^{-}\Lambda N} \overline{\overline{\mathbf{R}}}_{F,o}^{(N)} \mathrm{e}^{-\overline{\overline{\Gamma}}_{F}^{+}\Lambda N}$$
(3.27)

donde $\overline{\overline{R}}_{F,in}^{(1)}$ y $\overline{\overline{R}}_{F,o}^{(N)}$ son, respectivamente, los coeficientes de reflexión Floquet al comienzo del primer periodo y al final del último. Nótese que la complejidad numérica de esta propagación del coeficiente de reflexión tampoco depende del número de periodos.

Así, con la expresión (3.22) y la (3.27) es posible propagar cualquier conjunto de modos Floquet a lo largo de una estructura periódica sin problemas numéricos y de manera muy eficiente.

Conocida la técnica para resolver eficientemente la parte periódica, el siguiente paso es enlazar los coeficientes de los modos Floquet y los de reflexión Floquet con los respectivos coeficientes de los modos y de reflexión de las guías z-invariantes a las que se conecte la estructura periódica. En concreto, la relación entre los coeficientes de los modos Floquet y de la estructura z-invariante ya se introdujo en la expresión (3.21), de modo que sólo es necesario obtener la relación entre los coeficientes de reflexión. Para ello se repite la expresión de la matriz de coeficientes de reflexión que ya se definió en el capítulo 2:

$$\Psi^{-} = \overline{\overline{R}} \Psi^{+} \tag{3.28}$$

donde $\overline{\mathbf{R}}$ es el coeficiente de reflexión de los modos de la estructura z-invariante. Sustituyendo en (3.21) los coeficientes de los modos en sentido -z por sus respectivas expresiones de los coeficientes de reflexión y despejando estos últimos se deduce que

$$\overline{\overline{\mathbf{R}}} = \left(\overline{\overline{\mathbf{X}}}_{21} + \overline{\overline{\mathbf{X}}}_{22}\overline{\overline{\mathbf{R}}}_F\right) \left(\overline{\overline{\mathbf{X}}}_{11} + \overline{\overline{\mathbf{X}}}_{12}\overline{\overline{\mathbf{R}}}_F\right)^{-1}$$
(3.29)

donde se obtiene el coeficiente de reflexión de la estructura z-invariante a partir del coeficiente de reflexión de los modos Floquet y

$$\overline{\overline{\mathbf{R}}}_{F} = \left(\overline{\overline{\mathbf{X}}}_{22} - \overline{\overline{\mathbf{R}}} \,\overline{\overline{\mathbf{X}}}_{12}\right)^{-1} \left(\overline{\overline{\mathbf{R}}} \,\overline{\overline{\mathbf{X}}}_{11} - \overline{\overline{\mathbf{X}}}_{21}\right) \tag{3.30}$$

donde se muestra la relación inversa.

Para concluir esta sección se describe conceptualmente el algoritmo a seguir. Se considera conocido el coeficiente de reflexión en el final del dispositivo y el campo incidente al principio del mismo. La estrategia consiste en propagar el coeficiente de reflexión desde el final hacia el comienzo del dispositivo y, después, propagar los modos forward desde el comienzo al final. Para realizarlo de manera eficiente, cuando el coeficiente de reflexión Floquet y se propaga como tal, haciéndose lo mismo con los coeficientes de los modos. Formalmente, y suponiendo, como se ve en la figura 3.13, que los extremos de la estructura son no periódicos y que sólo existe una estructura periódica, los pasos del algoritmo son los que se muestran en la figura 3.14. La descripción de cada uno de estos pasos es:

- 1. Se propaga el coeficiente de reflexión desde el final del dispositivo hacia el final de la estructura periódica usando el Fourier-EEM.
- 2. Al alcanzar la estructura periódica, se transforma el coeficiente de reflexión $\overline{\mathbf{R}}$ en el de los modos Floquet $\overline{\overline{\mathbf{R}}}_F$ con la expresión (3.30).
- 3. Se propaga el coeficiente de reflexión $\overline{\overline{R}}_F$ hacia el comienzo de la estructura periódica con (3.27).
- 4. En el comienzo de la zona periódica, se transforma el coeficiente de reflexión $\overline{\mathbb{R}}_F$ al de las estructuras z-invariantes $\overline{\mathbb{R}}$ con la expresión (3.29).
- 5. Se propaga el coeficiente de reflexión $\overline{\overline{R}}$ hasta el principio del dispositivo. Al alcanzar este punto, se conoce el coeficiente de reflexión $\overline{\overline{R}}$ en cualquier punto de las zonas no periódicas y $\overline{\overline{R}}_F$ en la zona periódica. Por tanto, para conocer el campo en cualquier punto, basta conocer los coeficientes de los modos en sentido +z pues los modos en sentido -z se obtienen directamente con las respectivas matrices de reflexión. Así, basta propagar los coeficientes de los modos en sentido +z como indican los siguientes pasos.
- 6. Se propagan los coeficientes de los modos incidentes en el dispositivo empleando el método descrito en el capítulo 2 hasta alcanzar el comienzo de la estructura periódica.



Figura 3.14: Pasos del algoritmo para la resolución de dispositivos con estructuras periódicas.

- 7. Se transforman los coeficientes de los modos Ψ^{\pm} al principio de la estructura periódica en los de los modos Floquet $\overline{\zeta}^+$ empleando la matriz $\left(\overline{\overline{X}}\right)^{-1}$.
- 8. Se propagan los coeficientes de los modos Floquet $\overline{\zeta}^+$ hasta el final de la zona periódica empleando (3.22).
- 9. Se transforman los coeficientes de los modos Floquet $\overline{\zeta}^{\pm}$ en el final de la estructura periódica en los de la estructura z-invariante Ψ^+ mediante la matriz $\overline{\overline{X}}$.
- 10. Se propagan los coeficientes de los modos Ψ^+ hasta el final del dispositivo según se mostraba en el capítulo 2.

De este modo, al concluir el algoritmo se tienen los coeficientes de los modos en sentido +z y los de reflexión en todo el dispositivo, por lo que se puede conocer la distribución de campo en cualquier punto de la estructura.

Capítulo 4

Validación de la herramienta

Con los métodos descritos en los capítulos anteriores se ha implementado una herramienta de simulación de dispositivos ópticos integrados a la que se ha llamado FEXEN (Fourier EXpansion simulation ENvironment). Las principales funcionalidades soportadas por el programa se encuentran en el manual de usuario adjunto al final de esta Tesis. En este capítulo se muestran distintos dispositivos fotónicos que se han diseñado empleando fundamentalmente la herramienta implementada. Se trata en la mayoría de los casos de dispositivos novedosos que han permitido resolver problemas reales en óptica integrada. En concreto, los circuitos aquí referenciados se han diseñado para la tecnología de silicio sobre aislante (SOI) [Pavesi 2004]. Una característica muy interesante de esta tecnología es su compatibilidad con los circuitos CMOS. Dicha compatibilidad aporta dos ventajas importantes: la disponibilidad de procesos de fabricación muy maduros y la opción de integrar circuitos fotónicos y electrónicos en el mismo substrato. Por otra parte, la gran diferencia entre el índice de refracción del silicio $(n_{Si} \approx 3.5)$ y el dióxido de silicio $(n_{SiO_2} \approx 1.5)$ posibilita un guiado fuerte de la luz. Esto permite reducidos radios de curvatura que contribuyen a una mayor capacidad de integración. De hecho, se han publicado curvas de 90 grados con radios de curvatura por debajo de la micra con guías Si-Wire [Sakai 2001]. Entre las aplicaciones del SOI se encuentran las comunicaciones ópticas [Halir 2011], los sensores [Xu 2008] y la interconexión óptica de circuitos electrónicos u *optical interconnects* [Miller 2010]. Esta última aplicación está adquiriendo gran relevancia pues podría sustituir a las interconexiones eléctricas en los equipos informáticos. Esto es necesario porque la capacidad de las conexiones eléctricas no está creciendo tanto como lo hace la velocidad de los procesadores.

En la figura 4.1(a) se muestra el perfil típico de un Si-Wire en SOI, que es el tipo de guía que se ha empleado en la mayoría de las aplicaciones mencionadas en este capítulo. Puede observarse que el único control que un diseñador tiene sobre los índices de refracción del dispositivo es la elección del material de la cubierta. Una estrategia que permite superar este inconveniente es la *ingeniería del índice* mediante estructuras SWG [Cheben 2010]. Debido a que esta estrategia se ha empleado en muchos de los proyectos en los que se ha utilizado FEXEN, el primer apartado de este capítulo aporta las nociones para el diseño empleando este tipo de estructura. Después, en el segundo apartado se aplica la *ingeniería del índice* al diseño de dos MMIs de altas prestaciones en Si-Wire. Estos dispositivos son una aportación de esta Tesis debido al alto grado de implicación que el autor de ésta ha tenido en el diseño de los circuitos así como en la



Figura 4.1: (a) Sección transversal de un Si-Wire y (b) su equivalente 2D con el método del índice efectivo.

elaboración de las máscaras para la fabricación de los prototipos. El tercer apartado agrupa otros diseños en los que FEXEN ha sido de utilidad. Éstos han sido de especial interés para la validación de la herramienta y para mostrar las capacidades de la misma. A diferencia de los MMI de altas prestaciones, la participación del autor de esta Tesis en estos últimos diseños ha sido pequeña en la mayoría de los casos. Por tanto, en este tercer apartado sólo se indican las características esenciales de los dispositivos y los aspectos de éstos relacionados con FEXEN.

Por último, para comprender la mayoría de los circuitos presentados en este capítulo, nótese que muchas estructuras en SOI admiten su análisis 2D. Éste se consigue mediante la simplificación que ofrece el método del índice efectivo (EIM), descrito en el apéndice C. En concreto, la guía de la figura 4.1(a) se puede analizar mediante la estructura de la figura 4.1(b). En ella, n_c es el índice de refracción de la cubierta y n_{eq} es un índice de refracción calculado con el EIM. Este último dependerá de los índices de refracción de la cubierta, el silicio y el dióxido de silicio; de la longitud de onda, de la polarización y de la altura de la guía (H_A). En la tabla 4.1 se muestran algunos valores que n_{eq} puede tomar en distintas circunstancias.

H_A	In-plane(TE)		Out-of-plane(TM)	
	aire $(n_c = 1)$	$SU-8(n_c = 1.58)$	$\operatorname{aire}(n_c = 1)$	$SU-8(n_c = 1.58)$
220 <i>nm</i>	$n_{eq} = 2.83$	$n_{eq} = 2.85$	$n_{eq} = 1.89$	$n_{eq} = 2.12$
260 <i>nm</i>	$n_{eq} = 2.95$	$n_{eq} = 2.97$	$n_{eq} = 2.26$	$n_{eq} = 2.41$

Tabla 4.1: Valores de n_{eq} [figura 4.1(b)] para distintas geometrías, polarizaciones e índices de refracción de la cubierta con $\lambda = 1.55 \mu m$. $n_{Si} = 3.476$, $n_{SiO_2} = 1.444$ y $n_{SU8} = 1.58$.

4.1. Ingeniería del índice con estructuras SWG

Como se comentaba al comienzo de este capítulo, la tecnología SOI permite utilizar un reducido grupo de materiales. Una forma de reducir esta limitación es mediante el empleo de la *ingeniería del índice* con estructuras SWG. Con la *ingeniería del índice*, un SWG realizado con dos materiales de índices de refracción n_c y n_{eq} se comporta, a nivel macroscópico, como un material homogéneo con un índice de refracción equivalente (n_{SWG}) , como se ve en la figura 4.2. Lo más interesante de este concepto es que, en función de los valores de Λ y G se puede, teóricamente, obtener cualquier índice



Figura 4.2: Concepto de material *artificial* implementado con estructuras SWG.

de refracción n_{SWG} comprendido entre n_c y n_{eq} . En la práctica, esto no es así ya que las tecnologías de fabricación imponen ciertas restricciones a las dimensiones de Λ y G. La base teórica que sustenta esta técnica ya se explicó en el capítulo 3, por lo que no se repetirá aquí. En su lugar, se centrará la atención en mostrar este concepto de material artificial con estructuras sencillas.

Considérese, en primer lugar, la guía de núcleo homogéneo que se muestra en la figura 4.3(a). Se asume que dicha guía tiene un núcleo de índice de refracción n_h que no se puede obtener con los valores típicos de H_A y n_c . El objetivo es diseñar una guía SWG como la representada en la figura 4.3(b) de manera que macroscópicamente se comporte como la guía de núcleo homogéne
o n_h pero empleando materiales de índices n_{eq} y n_c que sí estén disponibles en SOI. Con la intención de facilitar la comprensión de los dispositivos de este capítulo, se ha convenido que n_h sea el índice de refracción de un material artificial homogéneo a implementar con una estructura SWG. Para conseguir la equivalencia entre ambas guías hay que encontrar los valores de Λ y G que implementan una guía SWG cuyo modo Floquet fundamental tiene la misma constante de propagación que el modo fundamental de la guía de núcleo homogéneo. A modo de ejemplo, se ha elegido arbitrariamente $n_h = 1.87, W_A = 0.5 \mu m$ y $n_c = 1.58$, los cuales son valores razonables para una estructura Si-wire. El índice efectivo del modo fundamental TE de la guía de núcleo homogéneo es $n_{eff} = 1.72$ para $\lambda = 1.55 \mu m$, como se extrae de la figura 4.4(a). En dicha figura se muestra el índice efectivo del modo fundamental de la guía de núcleo n_h en función de dicho valor. Por otra parte, en la figura 4.4(b) se muestra el índice efectivo del modo Floquet fundamental $n_{eff,F}$ de la guía SWG en función de Λ y para distintos G en las mismas condiciones y $n_{eq} = 2.12$. Dicho valor de n_{eq} se corresponde con el que ofrece el EIM al aplicarlo sobre una estructura SOI de cubierta SU-8, $H_A = 220nm$ y para la polarización Out-of-plane [tabla 4.1]. En base a la figura 4.4(b), se puede afirmar que existen distintos pares (Λ, G) que implementan guías SWG cuyo modo Floquet fundamental tiene la misma constante de propagación que el modo fundamental de la guía de la figura 4.3(a). Según



Figura 4.3: (a) Guía de núcleo homogéneo y (b) guía SWG.



Figura 4.4: (a) Índice efectivo del modo fundamental de una guía convencional en función del índice de refracción del núcleo. (b) Índice efectivo del modo Floquet fundamental $(n_{eff,F})$ de una guía SWG en función de sus parámetros de diseño. $\lambda = 1.55 \mu m$, $W_A = 0.5 \mu m$, $n_c = 1.58$, $n_{eq} = 2.12$ y polarización TE.

el concepto de *ingeniería del índice*, las guías SWG se comportarán macroscópicamente de la misma manera que la guía de núcleo homogéneo a la longitud de onda de diseño.

En segundo lugar, para comprobar la validez y utilidad del concepto presentado, se han empleado dos guías de núcleo homogéneo $n_h = 1.87$, así como dos guías SWG con $\Lambda = 180nm$ y G = 90nm, para implementar sendos acopladores direccionales. La geometría de ambos se muestra en las figuras 4.5(a) y (b). Este tipo de dispositivos se denomina acoplador direccional ya que, cuando se inyecta luz por una de las guías, ésta, tras recorrer la denominada longitud de acoplo L_{π} , se ha transferido totalmente a la otra guía. Una manera de entender este comportamiento es a partir de los supermodos par e impar de la estructura ($E_p(x)$ y $E_i(x)$), representados esquemáticamente en la figura 4.5(a). En primera aproximación, el modo fundamental de la guía inferior es la suma de los dos supermodos, mientras que el de la guía superior es la diferencia de los mismos. La longitud de acoplo, por tanto, es la distancia necesaria para que los dos supermodos acumulen un desfase entre ellos de 180°. Así, esta distancia se puede



Figura 4.5: Acoplador direccional (a) con guías de núcleo homogéneo y (b) con guías SWG.

expresar como

$$L_{\pi} = \frac{\pi}{\beta_p - \beta_i} \tag{4.1}$$

donde β_p y β_i son, respectivamente, las constantes de propagación de los supermodos par e impar de la estructura. Conocido el comportamiento del acoplador direccional, se comprueba ahora el concepto de *ingeniería del índice*. Según éste, los dos acopladores de las figuras 4.5(a) y (b) deberían comportarse macroscópicamente de manera similar. Para verificarlo se compararon las longitudes de acoplo de los dos dispositivos para $W_g = 0.3 \mu m$, calculadas ambas empleando la expresión (4.1). Tanto la del acoplador con guías de núcleo homogéneo $(L_{\pi}^h = 9.72 \mu m)$ como con guías SWG $(L_{\pi}^{SWG} = 9.69 \mu m)$ resultaron ser bastante parecidas. Por otra parte se ha calculado la distribución de campo eléctrico en ambos dispositivos cuando se excita la estructura con el modo fundamental de la guía inferior. En las figuras 4.6(a) y (b) se muestra el comportamiento general, donde se observa que ambos dispositivos responden de manera parecida. Dada la longitud de acoplo calculada, el doble de ésta es algo inferior a 20 μm , lo cual concuerda con el comportamiento contemplado en las figuras. Por su parte, las figuras 4.6(c) y (d) muestran un detalle del campo donde se aprecian clara-



Figura 4.6: Distribución de campo eléctrico en un acoplador direccional (a) con guías de núcleo homogéneo y (b) con guías SWG, así como detalle de los mismos para (c) núcleo homogéneo y (d) núcleo SWG.

mente las diferencias que existen entre el comportamiento de ambas estructuras. En concreto, la amplitud del campo en el acoplador de guías de núcleo homogéneo varía de manera monótona mientras que en el de guías SWG se observa que es sensiblemente mayor en zonas de alto índice de refracción.

Como conclusión, si se desea implementar un dispositivo con algún material cuyo índice de refracción no se corresponde con los disponibles en la tecnología empleada, se puede sustituir dicho material por una estructura SWG que se comporte macroscópicamente de la misma manera. Ambos circuitos serán equivalentes, a la longitud de onda de diseño, cuando las constantes de propagación de los modos del dispositivo con el material no disponible coincidan con las de los modos Floquet de la estructura con SWG. En el caso de estructuras multimodo, el concepto de material artificial sigue siendo válido. Así, en circuitos como los de las figuras 4.7(a) y (b), donde W_A es suficientemente ancho como para que se guíen múltiples modos, seguiría siendo posible diseñar Λ, G para que el comportamiento macroscópico de ambas estructuras fuera prácticamente el mismo. Sólo si el número de modos guiados es muy alto será posible apreciar que el material artificial que *ven* los modos superiores es ligeramente distinto al *visto* por los modos de menor orden. En dichos casos, tras aplicar el concepto de la *ingeniería del índice* para realizar el diseño, puede ser necesario hacer un pequeño ajuste que optimice las prestaciones del circuito.



Figura 4.7: Estructura multimodo con (a) un material de índice de refracción n_h no fabricable en SOI y (b) una zona SWG para implementar un material artificial con índice de refracción n_h .

4.2. MMI de altas prestaciones utilizando estructuras SWG

Los MMI son dispositivos ampliamente utilizados en la óptica integrada. Entre sus características cabe destacar que son pequeños, de gran ancho de banda, poco dependientes de la polarización y de fabricación relativamente sencilla [Soldano 1995]. Los dispositivos MMI son muy interesantes por las múltiples aplicaciones en las que se emplean. Por ejemplo, en este apartado se han empleado como híbridos 2x4 a 90°. También es fácil encontrarlos en divisores de potencia [Soldano 1995], separadores de polarización [Rahman 2001, Maese Novo 2011], interferómetros de Mach-Zehnder [James 2003], resonadores en anillo [Xu 2007], etc. Este apartado se dedica al diseño de MMIs de altas prestaciones mediante la técnica de *ingeniería del índice de refracción*, introducida en el apartado anterior. Se ha dividido en dos partes. En primer lugar se explican, de forma muy breve, los principios de funcionamiento de los dispositivos MMI. Una vez aclaradas las ideas sobre MMI necesarias para comprender el trabajo realizado, en la segunda parte se describen los dos dispositivos diseñados así como el proceso que se ha seguido para su diseño.

4.2.1. Principio de funcionamiento de un MMI

Como se comentaba al principio de este apartado, los MMI son estructuras muy interesantes en la óptica integrada. Esquemáticamente tienen la forma de la estructura mostrada en la figura 4.8. Como puede verse, se divide en tres partes: los puertos de entrada a la izquierda, la zona multimodal en el centro y los puertos de salida a la derecha. Su funcionamiento se explica mediante el principio de autoimágenes, el cual está ampliamente detallado en la literatura Bachmann 1994, Soldano 1995, Halir 2010]. En resumen, dicho principio permite afirmar que dada una distribución de campo al principio de la zona multimodal, se obtienen Q réplicas de ésta a una longitud $3L_{\pi}/Q$, donde $L_{\pi} = \pi/(\beta_1 - \beta_2)$, siendo β_1 es la constante de propagación del modo fundamental del MMI y β_2 es la del segundo modo del mismo. Para que esto ocurra, deben cumplirse dos condiciones. En primer lugar, los perfiles de campo de los modos de la zona multimodal deben ser funciones seno tal que $E^{(m)}(x) = \sin(m\pi x/W_{eff})$ donde $E^{(m)}(x)$ es la distribución de campo del modo *m*-ésimo y W_{eff} es el ancho efectivo. Se entiende por ancho efectivo la suma del ancho del MMI (W_{MMI}) más el desplazamiento de Goos-Hänchen en los bordes del dispositivo [Soldano 1995]. Por otra parte, es necesario que los modos del MMI en que se descompone la distribución de campo inicial satisfagan la ley parabólica, esto es, que sus constantes de propagación se puedan expresar como

$$\beta_{ideal}^{(m)} = \beta_1 - (m^2 - 1)\frac{\pi}{3L_{\pi}}.$$
(4.2)

Esta expresión se obtiene cuando los modos del MMI cumplen las siguientes condiciones

- 1. El ancho efectivo es el mismo para todos los modos.
- 2. Sus ángulos de propagación, definidos como $\theta_m = \arccos(n_{eff}^{(m)}/n_{eq})$, son muy pequeños.

Sin embargo, en el mejor de los casos, los modos de un MMI real sólo satisfacen estas condiciones de manera aproximada. En la medida en que los modos excitados no



Figura 4.8: Representación de un MMI de dos entradas y cuatro salidas.

cumplan la expresión (4.2), las imágenes que se forman estarán desenfocadas, lo que empeora el comportamiento del dispositivo. Una manera de cuantificar esta desviación de la idealidad es el empleo del *error de fase modal*, definido como

$$\mathrm{EFM}^{(m)} = \left(\beta_{real}^{(m)} - \beta_{ideal}^{(m)}\right) L_{MMI} \tag{4.3}$$

donde $\beta_{real}^{(m)}$ es la constante de propagación del modo *m*-ésimo en el dispositivo real y EFM^(m) es el error de fase modal de dicho modo. El EFM depende, entre otros parámetros, del contraste de índice en la zona multimodal, como puede verse en la figura 4.9(a). En ella se representa el EFM para distintos índices de refracción n_h , que se corresponde con el del material que rodea a la zona central del MMI, tal y como se ha representado en la figura 4.9(b). Dicha figura muestra el equivalente 2D de un MMI de dos entradas por cuatro salidas en SOI, para modos *In-plane*, con núcleo de altura $H_A = 220nm$ y cubierta de SU-8. Por eso, $n_c = n_{SU8} = 1.58$ y $n_{eq} = 2.85$ [tabla 4.1]. Cuando n_h es demasiado bajo (p. ej. $n_h = n_c = 1.58$), el contraste de índice es muy alto y el MMI soporta modos poco paraxiales, inclumpliendo la condición 2. Por su parte, cuando n_h es demasiado alto (p. ej. $n_h = 2.83$), el bajo contraste de índice hace que el ancho efectivo (W_{eff}) varíe de un modo a otro, inclumpliendo la condición 1. Así, existe un n_h de compromiso que minimiza el EFM y que, por consiguiente, maximiza las prestaciones del MMI. Como se observa en la figura 4.9(a), un valor de dicho índice de refracción que alcanza ese compromiso para el MMI de la figura 4.9(b) es $n_h = 2.62$. Actualmente existen dos estrategias para implementar este índice de refracción óptimo:

- La primera de ellas [Halir 2011] emplea un paso de grabado adicional poco profundo sólo en la zona multimodal, con el que se consigue esta reducción de contraste. No obstante, la necesidad de un segundo paso de grabado complica el proceso de fabricación de esta solución.
- La segunda posibilidad es la que se ha empleado en esta Tesis y utiliza estructuras SWG para implementar un material artificial con el índice de refracción que



Figura 4.9: (a) Error de fase modal para distintos valores del índice de refracción n_h en la zona multimodal. (b) MMI con dos entradas y cuatro salidas. Nótese que el material que rodea al núcleo de la zona central (n_h) es distinto al del resto del dispositivo (n_c) . Polarización TM, $\lambda = 1.55 \mu m$, $W_{MMI} = 7.7 \mu m$.

minimiza el error de fase modal del MMI [Ortega Moñux 2011]. Esta opción no necesita ningún paso adicional de grabado.

4.2.2. Diseño de híbridos 2x4 a 90° basados en MMI

En este apartado se presentan dos dispositivos MMI diseñados con FEXEN. La aplicación para la que han sido diseñados es la de funcionamiento como un híbrido 2x4 a 90° en receptores ópticos coherentes [Seimetz 2006]. Estos receptores son esenciales para el aprovechamiento eficiente de la capacidad de transporte de la fibra óptica. Para evaluar la mejora de prestaciones del dispositivo, se han empleado figuras de mérito directamente relacionadas con esta aplicación. A continuación se explican los conceptos necesarios para entender dichas figuras de mérito.

El esquema de un receptor coherente basado en híbridos a 90° se muestra en la figura 4.10(a). Existen distintas formas de implementar dichos híbridos. En esta Tesis se han empleado dispositivos MMI 4x4 [Niemeier 1986], utilizándose sólo dos puertos para la entrada como se muestra en la figura 4.10(b). La demostración de que estos dispositivos pueden emplearse en estos receptores comienza obteniendo la relación ideal entre las amplitudes complejas de cada uno de sus puertos [Bachmann 1994]

$$\begin{bmatrix} \psi_3 \\ \psi_4 \\ \psi_5 \\ \psi_6 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{4}} e^{j\theta_0} \begin{bmatrix} e^{j3\pi/4} & 1 \\ 1 & e^{-j\pi/4} \\ 1 & e^{j3\pi/4} \\ e^{-j\pi/4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix}$$
(4.4)

donde ψ_i es la amplitud compleja del modo fundamental del puerto $i \ y \ \theta_0$ es un desfase común a todas las salidas que depende de la longitud del MMI y de β_1 . En base a (4.4) se demuestra que el MMI se puede emplear en el esquema de recepción de la figura 4.10(a). En efecto, si se considera $\psi_1 = A_{OL} e^{j\pi/4}$ y $\psi_2 = A_S = I + jQ$ se comprueba, sustituyendo en (4.4) y manipulando convenientemente, que

$$\begin{aligned} |\psi_3|^2 &= |1/2(A_S - A_{OL})|^2 \\ |\psi_4|^2 &= |1/2(A_S + jA_{OL})|^2 \\ |\psi_5|^2 &= |1/2(A_S - jA_{OL})|^2 \\ |\psi_6|^2 &= |1/2(A_S + A_{OL})|^2 \end{aligned}$$
(4.5)

las cuales son las señales necesarias para obtener los fasores de las componentes en fase (I) y cuadratura (Q) de la señal recibida. Cuando el MMI no es ideal, las relaciones



Figura 4.10: (a) Esquema de funcionamiento de un receptor coherente basado en híbridos a 90° e (b) implementación de éste empleando un MMI 4x4.

de la expresión (4.4) dejan de satisfacerse. Esto implica una demodulación no ideal de las componentes en fase y cuadratura de la señal recibida. Una manera de cuantificar dicha no idealidad es mostrando las diferencias de amplitud y fase entre los parámetros S del MMI real y los de la expresión (4.4). En esta Tesis, para poder comparar el funcionamiento del diseño con las especificaciones del Optical Internetworking Forum (OIF) [Forum 2010b], se han empleado dos figuras de mérito distintas. En realidad, como se verá a continuación, éstas se obtienen realizando ciertas operaciones sobre los parámetros S del MMI. Las figuras de mérito son la relación de rechazo del modo común o CMRR (*Common Mode Rejection Ratio*) y el error de fase [Forum 2010b]. El CMRR está relacionado con la no idealidad de la amplitud de los parámetros S. Para el puerto del oscilador local, el CMRR es

$$CMRR_{OL}(dBe) = 20 \log_{10} \frac{|S_{i1}|^2 - |S_{j1}|^2}{|S_{i1}|^2 + |S_{j1}|^2}$$
(4.6)

donde $i \ge j$ valen 3 y 6 respectivamente para la componente en fase y 4 y 5 para la componente en cuadratura. Del mismo modo, el CMRR para el puerto de señal es

$$CMRR_S(dBe) = 20 \log_{10} \frac{|S_{i2}|^2 - |S_{j2}|^2}{|S_{i2}|^2 + |S_{j2}|^2}$$
(4.7)

El CMRR óptimo es $-\infty$, pues significa que las amplitudes de los parámetros S de los puertos de interés son iguales, como se espera de un MMI ideal. Por su parte, el error de fase está relacionado con la desviación de la idealidad en la fase de los parámetros S del dispositivo real. Para calcularlo, en primer lugar se obtiene la diferencia de desfase en cada puerto de salida al excitar por uno u otro puerto de entrada. Por ejemplo, dicha diferencia de desfase en el puerto 3 es

$$\Delta \theta_3 = \angle S_{31} - \angle S_{32} \tag{4.8}$$

donde $\angle S$ es la fase del parámetro S correspondiente y $\Delta \theta_3$ es la diferencia de desfase en el puerto 3. Los errores de fase interesantes, de acuerdo con las señales necesarias para la detección coherente (4.5), son $\Delta \theta_3 - \Delta \theta_6 - 180^\circ$, $\Delta \theta_4 - \Delta \theta_5 - 180^\circ$ y $\Delta \theta_6 - \Delta \theta_5 - 90^\circ$. De acuerdo con las especificaciones para receptores ópticos coherentes [Forum 2010b], en toda la banda de funcionamiento los CMRR deben ser inferiores a -20dBe mientras que los errores de fase deben ser inferiores a 5°. En los apartados siguientes se considerará el máximo CMRR y error de fase para cada dispositivo y longitud de onda.

MMI de altas prestaciones con estructuras SWG 1D

Una vez explicados los conceptos necesarios para entender los diseños realizados, se procede a detallar el primero de los dispositivos en los que se ha trabajado. Se trata de un MMI 2x4 con estructuras SWG en la cubierta de la zona multimodal, como se muestra en la figura 4.11(a) [Ortega Moñux 2011]. El ancho del MMI es $W_{MMI} =$ 7.7µm y el de los puertos es $W_A = 1.5\mu m$. Con estos anchos se consigue que la práctica totalidad de la potencia de entrada se acople a los modos guiados del MMI.

El siguiente paso es el diseño de la estructura SWG para que el dispositivo se comporte macroscópicamente como el MMI de cubierta homogénea mostrado en la



Figura 4.11: (a) Geometría de un MMI 2x4 con estructuras SWG [Ortega Moñux 2011] y (b) de un MMI 2x4 con cubierta homogénea.

figura 4.11(b). El SWG debe implementar un medio artificial de índice de refracción $n_h = 2.62$, pues dicho índice proporciona un EFM bastante bueno, como se mostró en la figura 4.9(a). Primero se determina el ancho mínimo de la estructura SWG (W_h) para que el campo no se vea afectado por la cubierta de índice n_c que queda más allá de la zona SWG. Para ello es necesario saber cuáles son los modos que se van a excitar y conocer cómo van a penetrar en la zona SWG. Por sencillez, estos cálculos se han hecho sobre el MMI equivalente con cubierta homogénea [figura 4.11(b)], siendo los resultados igualmente válidos para el dispositivo con SWG [figura 4.11(a)]. Como se observa en la figura 4.12(a), el 95 % de la potencia inyectada al MMI se acopla a los nueve primeros modos. Siendo conservadores, se ha calculado el ancho para el modo de orden 10, pues los modos de orden inferior a éste tendrán una menor profundidad de penetración. En la figura 4.12(b) se muestra la distribución de campo del décimo modo. Como puede observarse, a $2\mu m$ de la guía multimodal la amplitud del campo se ha atenuado 20dB. Conociendo dicho dato, se ha elegido una anchura para la estructura SWG de $3\mu m$, la cual permite asegurar que el campo se comportará como si el SWG fuera de ancho infinito.



Figura 4.12: (a) Excitación de los modos de la zona multimodal y (b) distribución de campo del modo de orden 10 del MMI de cubierta homogénea. $W_{MMI} = 7.7 \mu m, W_A = 1.5 \mu m, n_h = 2.62.$

A continuación se trata de encontrar los valores de Λ_z y G_z óptimos. Siguiendo la estrategia planteada en el apartado 4.1, el modo Floquet de la estructura periódica [Figura 4.11(a)] debe tener la misma constante de propagación que el de la estructura con cubierta homogénea [Figura 4.11(b)]. Dado que la estructura soporta múltiples modos, es posible que los parámetros Λ_z y G_z que consiguen dicha equivalencia para un modo no sean los mismos que los de otro modo. Sin embargo, el concepto de material homogéneo equivalente sigue siendo válido, como lo demuestra las figuras 4.13 (a) y (b). En la figura 4.13(a) se muestra el EFM para distintos Λ_z y $G_z = 60nm$ mientras que en la figura 4.13(b) G_z vale 80nm. En ambas también se representa el EFM del MMI con cubierta homogénea $n_h = 2.62$. Puede apreciarse que, aunque existe cierta diferencia en los modos superiores, el comportamiento de las curvas es prácticamente el mismo, lo que valida el concepto de material artificial. Además, dichas figuras permiten elegir el par Λ_z, G_z que minimiza el EFM. Como puede observarse, cada G_z presenta un Λ_z que minimiza dicho error. Para la elección de G_z se ha tenido en cuenta que es interesante elegir *qaps* grandes que se verán menos afectados por los errores del proceso de fabricación, pero no conviene elegirlos demasiado elevados pues éstos se asocian a periodos largos y podrían alcanzar la zona de Bragg, que aproximadamente es

$$\Lambda_{\text{Bragg}} \approx \frac{\lambda}{2n_h} = 296nm. \tag{4.9}$$

Las curvas de $G_z = 80nm$ muestran que el periodo que reduce el EFM es $\Lambda_z = 260nm$ se aproxima bastante a Λ_{Bragg} . Por ello, se ha preferido el diseño con $G_z = 60nm$. Aunque el periodo que mejor sintetiza el medio $n_h = 2.62$ es $\Lambda_z = 230nm$, se observa que el EFM con $\Lambda_z = 240nm$ es aún mejor que el obtenido con el medio homogéneo. Siguiendo este criterio, se puede considerar que la mejor opción es la de $\Lambda_z = 240nm$, $G_z = 60nm$. Nótese que los cálculos realizados en este paso necesitan de una herramienta capaz de obtener las constantes de propagación de los modos Floquet de manera eficiente. Para este cometido, FEXEN resultó determinante.

Por último, se simula la estructura completa para determinar el comportamiento general del dispositivo. En concreto, éste necesita 490 periodos para que L_{MMI} =



Figura 4.13: Comparación del error de fase modal en un MMI con cubierta homogénea de índice $n_h = 2.62$ y su equivalente con estructuras SWG para (a) $G_z = 60nm$ y (b) $G_z = 80nm$.

 $3L_{\pi}/4 = 117.6\mu m$, que es la longitud a la que se forma la imagen cuádruple. En la figura 4.14(a) se muestra la distribución de campo al excitar el MMI por el puerto 1, en la que se observa el típico comportamiento de un MMI: las reflexiones por los puertos de entrada son muy bajas, el campo radiado es inapreciable, y la potencia en las guías de salida se reparte uniformemente. Nótese que, para facilitar la visualización, no se han mostrado los casi quinientos periodos de la estructura SWG, pues no permitirían apreciar el comportamiento del campo en dicha zona. Por otra parte, en la figura 4.14(b) se muestra un detalle de la distribución de campo en el que es más fácil identificar el efecto de la estructura periódica. En ella puede observarse la tendencia del campo a concentrarse en zonas de alto índice de refracción. En referencia a las figuras de mérito como receptor coherente, éstas se muestran en las figuras 4.15(a) y (b) y se comparan con las de un MMI, de longitud $L_{MMI} = 3L_{\pi}/4 = 107 \mu m$, diseñado sin reducir el contraste de índice. De acuerdo con las especificaciones requeridas a los híbridos a 90° para los receptores ópticos coherentes [Forum 2010b], el máximo CMRR debe ser inferior a -20 dBe, límite que se ha marcado con una línea negra discontinua en la figura 4.15(a). Como puede observarse, el dispositivo diseñado satisface dicha condición en toda la banda C de comunicaciones $(1.53\mu m - 1.57\mu m)$, lo cual no se conseguía con el MMI convencional. El máximo error de fase se ha presentado en la figura 4.15(b), indicándose con la línea negra discontinua el máximo permitido por las especificaciones (5°) [Forum 2010b]. Puede observarse que el diseño con estructuras SWG cumple dicha especificación en la banda de diseño con creces, mientras que el diseño convencional no es capaz de satisfacerla.

El dispositivo que se acaba de presentar muestra un comportamiento teórico muy bueno. No obstante, cualquier proceso de fabricación presenta unas desviaciones de los valores nominales que hacen que el dispositivo realmente fabricado difiera del diseñado. El análisis de tolerancias de fabricación se encarga precisamente de comprobar cómo se comportarán los dispositivos fabricados a partir de un diseño dado. En concreto, este análisis para el circuito anterior se ha representado en las figuras 4.15 (c) y (d). Sólo se han mostrado las desviaciones del comportamiento para cambios en G_z ya que éstos son los más relevantes. En ellas se observa que variaciones superiores a 5nm en la



Figura 4.14: (a) Distribución de campo en el MMI con SWG al excitar por el puerto 1 y (b) detalle del mismo a la salida del MMI.



Figura 4.15: Figuras de mérito de un híbrido a 90° basado en MMI sin y con SWG. (a) CMRR máximo y (b) máximo error de fase. Análisis de tolerancias a variaciones en G_z del híbrido con SWG para el (c) CMRR máximo y (d) el error de fase máximo. $\Delta G_z = G_z - 60nm$.

dimensión G_z reducen el ancho de banda en que se cumplen los requisitos de diseño por debajo del ancho de la banda C de comunicaciones. En el siguiente apartado se muestra un diseño alternativo para mejorar esta baja tolerancia a errores de fabricación.

Antes de concluir este apartado, en la tabla 4.2 se muestra la duración de las simulaciones necesarias para obtener algunas de las figuras aquí presentadas. Con esto se pretende dar una idea aproximada del tiempo de cómputo necesario para realizar el diseño y su análisis de tolerancias a errores de fabricación. Las simulaciones se han hecho en un PC con un procesador de cuatro núcleos a 2.4GHz y 4GB de memoria RAM. Como parámetros numéricos, se ha usado una ventana y un número de armónicos de Fourier que permite calcular los índices efectivos de los modos del MMI con errores por debajo de la séptima cifra decimal. En estas condiciones puede observarse que en menos de un minuto se obtiene cada una de las figuras 4.13 (a) y (b). Éstas permiten determinar el Λ_z y el G_z que optimizan el comportamiento del dispositivo. Por otra parte, una vez obtenido el diseño nominal es posible calcular su comportamiento en banda ancha así como analizar su tolerancia a errores de fabricación (lo cual implica resolver el problema más de 600 veces) en menos de 6 horas. Nótese que, aunque las figuras 4.15(c) y (d) requieren el doble de simulaciones que las necesarias para las figuras 4.15(a) y (b), la duración de las mismas no se ha duplicado. Esto se debe a que FEXEN es capaz de reutilizar el análisis modal para los distintos valores de G_z en cada longitud de onda. Los tiempos de simulación aquí presentados son perfectamente aceptables para el proceso de diseño de un circuito óptico integrado.

Figura	Tiempo(s)	Más información
4.13(a)	50	3 curvas MMI con SWG + 1 curva MMI sin SWG
4.14(a)	1373	$\Delta z = 1.38 \mu m \text{ y } \Delta x = 1 n m.$
4.15(a) y (b)	8735	101 longitudes de onda y 2 estructuras (MMI con
		SWG y MMI sin SWG).
4.15 (c) y (d)	10487	101 longitudes de onda \times 4 G_z y una estructura
		MMI con SWG.

Tabla 4.2: Tiempos de cómputo de las figuras de este apartado en un PC con procesador de cuatro núcleos a 2.4GHz y 4GB de RAM con tamaño de ventana $X_0 = 22 \mu m$ y 440 armónicos de Fourier.

MMI de altas prestaciones con estructuras SWG 2D

Para mejorar la tolerancia a errores de fabricación, se propone utilizar una red SWG distinta que implementa el medio virtual de una manera menos sensible a variaciones en las dimensiones del dispositivo. En la figura 4.16 se muestra esquemáticamente el dispositivo resultante [Zavargo Peche 2012b]. Para llegar a esta estructura se siguió el siguiente razonamiento, el cual se explica gráficamente en la figura 4.17. El objetivo es sintetizar un medio artificial de índice de refracción n_h , el cual se ha representado en la figura 4.17(a). Para ello, se vió en el apartado anterior una posible solución empleando estructuras SWG con la periodicidad en dirección z [figura 4.17(b)]. Sin embargo, el comportamiento del dispositivo era muy sensible a variaciones en la dimensión $G_z^{(1)}$. Para mejorar la tolerancia a errores de fabricación se propone emplear un nuevo ancho $G_z^{(2)} > G_z^{(1)}$ pues se espera que el aumento de dicha dimensión reduzca la sensibilidad a cambios en la misma. Si se desea mantener el mismo periodo Λ_z para seguir en régimen SWG, será necesario aumentar el índice de refracción $n_{h,x} > n_c$, lo que conceptualmente se



Figura 4.16: MMI con estructura SWG 2D para aumentar las tolerancias a errores de fabricación.



Figura 4.17: (a) Medio de índice de refracción n_h a implementar. (b) Solución con SWG 1D [Ortega Moñux 2011]. (c) Alternativa al SWG 1D con material artificial de índice $n_{h,x} > n_c$ consiguiendo $G_z^{(2)} > G_z^{(1)}$. (d) Estructura SWG 2D resultante.

representa en la figura 4.17(c). Para implementar dicho material artificial, se emplea una red SWG con la periodicidad en dirección x, como se representa en la figura 4.17(d), que es la cubierta empleada en la estructura de la figura 4.16.

El principio de funcionamiento de este dispositivo es el mismo que el anterior: la estructura 2D-periódica SWG se comporta como un medio homogéneo de índice de refracción n_h que reduce el error de fase modal del MMI. En este caso, la distribución 2D de la periodicidad aumenta los grados de libertad en el diseño del dispositivo, siendo necesario determinarla en la dirección z (Λ_z, G_z) y en la dirección x (Λ_x, G_x). En primer lugar se ha fijado $\Lambda_z = 240nm$ para asegurar el comportamiento SWG ($\Lambda_z < \Lambda_{\text{Bragg}}$). Además, se ha considerado $G_x = G_z$, ya que los huecos cuadrados son los más tolerantes a errores de fabricación. Para encontrar el mejor punto de diseño, se obtiene la figura 4.18, que representa, en función de G_x y Λ_x , el ancho de banda para el que el dispositivo satisface las especificaciones de diseño. Los colores claros representan los mayores anchos de banda. El dispositivo que presenta el mejor comportamiento es el que tiene las dimensiones $G_x = G_z = 130nm$ y $\Lambda_x = 420nm$. Nótese que esa figura se puede obtener de manera automática con FEXEN programando un *script*.

Es especialmente interesante destacar que, en este nuevo diseño, la dimensión más pequeña $(\Lambda_z - G_z = 110nm)$ es casi el doble que la menor del diseño anterior $(G_z = 60nm)$. Es de esperar, por tanto, que las tolerancias a errores de fabricación se hayan



Figura 4.18: Ancho de banda (BW) que satisface (a) el CMRR y (b) el error de fase requeridos para el receptor óptico coherente según las dimensiones de la red SWG 2D.

visto mejoradas con esta técnica. Para comprobarlo, en la figura 4.19 se muestra el análisis de tolerancias que confirma la suposición, ya que errores de 10nm en G_x y G_z siguen implementando MMIs que satisfacen las especificaciones de diseño en anchos de banda iguales al de la banda C de comunicaciones. Es decir, se ha duplicado la tolerancia a errores de fabricación manteniendo un único paso de grabado.



Figura 4.19: Análisis de tolerancias del híbrido a 90° con SWG 2D. (a) CMRR y (b) error de fase.

4.3. Otros dispositivos diseñados con FEXEN

En este apartado se han agrupado dispositivos con aplicaciones muy interesantes y en los que FEXEN ha resultado de gran ayuda. El principal motivo por el que se han incluido es el de validar la herramienta así como mostrar sus posibilidades. Por tanto, no es la intención profundizar en el funcionamiento de estos circuitos, los cuales quedan detallados en sus respectivas referencias, sino destacar su relación con el simulador.

Acoplador de gran ancho de banda

FEXEN se empleó para diseñar un acoplador direccional de gran ancho de banda basado en SWGs [Halir 2012b]. El esquema del dispositivo se muestra en la figura 4.20(a). Su funcionamiento se basa en el concepto de ingeniería de la dispersión del índice de refracción, entendiéndose ésta como la variación del índice de refracción con la longitud de onda. Este concepto permite controlar la dispersión del material virtual implementado con la estructura SWG. El circuito fue galardonado con el premio al mejor diseño innovador de la conferencia *Group IV Photonics 2012* patrocinado por Photon Design, desarrolladores de la herramienta comercial FimmProp [Photon Design]. La estructura diseñada forma parte del conjunto de ejemplos que dicha empresa utiliza para publicitar las capacidades de su herramienta.

La característica de FEXEN que más interesante resultó para este diseño fue su capacidad para el cálculo de modos Floquet ya que, a partir de éstos, se podía calcular fácilmente la longitud de acoplo del dispositivo (L_{π}) . Esta posibilidad actualmente



Figura 4.20: (a) Representación esquemática del acoplador de gran acnho de banda con guías SWG. (b) Longitud de acoplo en función de la longitud de onda y (c) tiempo requerido para calcular la L_{π} para cada λ según el número de armónicos empleados.

no está disponible en ninguno de los simuladores comerciales considerados. En la figura 4.20(b) se representa la dependencia de L_{π} en función de la longitud de onda para diferentes parámetros de simulación y diseño, mientras que en la figura 4.20(c) se muestran los tiempos necesarios para el cálculo de L_{π} a una longitud de onda en función del número de armónicos empleados y utilizando el mismo ordenador que el indicado en el apartado 4.2.2. Puede observarse que con sólo 120 armónicos se obtienen resultados suficientemente precisos para el diseño y en un tiempo muy reducido (menos de 3 segundos). Además, los parámetros S del acoplador SWG de longitud $L_{\pi}/2$ así obtenidos, representados en la figura 4.21, permiten alcanzar conclusiones parecidas a las que permiten los resultados ofrecidos por el programa comercial pero empleando 3.6 segundos por cada longitud de onda en lugar de los 12.5 segundos que tarda FimmProp [Photon Design], lo cual significa reducir a menos de la tercera parte el tiempo de simulación.

Redes de difracción de acoplo para guías rib en SOI

Las redes de difracción de acoplo se emplean para inyectar o extraer la luz hacia o desde el circuito óptico integrado, como se muestra esquemáticamente en la figura 4.22. Éstas generalmente se emplean en Si-Wire con guías de algo más de 200nm de alto. No obstante, en [Alonso Ramos 2010] se presentó, por primera vez, una red de difracción de acoplo para guías rib en SOI, las cuales se implementan en sustratos mucho más altos. En el caso de la referencia mencionada, el sustrato era de $1.5\mu m$. Posteriormente, dicho diseño se fabricó y midió con resultados muy satisfactorios [Alonso Ramos 2011]. Estos resultados sirven para validar experimentalmente la herramienta.

El diseño del dispositivo se divide en dos etapas. La primera es la definición del *taper* de acceso al *grating*. En los *gratings* en Si-Wire basta que el *taper* adapte adiabáti-



Figura 4.21: Comparación de los resultados de FEXEN con los publicados por Photon Design [Photon Design].



Figura 4.22: Esquema general de una red de acoplo.

camente el ancho de la guía de acceso al de la red de difracción. Sin embargo, en los gratings en rib hay una dificultad adicional, ya que la mayor altura del sustrato permite la existencia de múltiples modos Floquet en la dirección y, lo cual no ocurre en las guías Si-Wire. Por tanto, el *taper* debe diseñarse para que no se excite ningún modo Floquet superior, tanto en dirección x como en dirección y. La herramienta aquí presentada permitió obtener la distribución de campo de los modos Floquet del grating para poder calcular el perfil óptimo con que excitarlo, pero el diseño final del taper requirió el empleo de una herramienta 3D vectorial. Por otra parte, FEXEN se empleó para encontrar las dimensiones del grating que maximizaban la radiación hacia la cubierta. De hecho, en [Alonso Ramos 2010] se muestra un proceso de diseño de gratings de radiación sistemático basado en la teoría de modos Floquet, para el cual hace falta una herramienta como FEXEN, capaz de calcular dichos modos de manera eficiente. El resultado final se muestra en la figura 4.23(a), donde se observa el comportamiento de la red de acoplo al excitarla con el perfil de campo óptimo. La distribución de campo se ha obtenido con FEXEN y se aprecia que la red, principalmente, radia el campo inyectado hacia la cubierta en forma de onda plana.

De manera adicional, en la figura 4.23(b) se compara la eficiencia de acoplo calculada con el simulador y las medidas en los prototipos fabricados [Alonso Ramos 2011]. En este caso, se define la eficiencia de acoplo como la relación entre la potencia inyectada al grating y la acoplada al modo fundamental de una fibra SMF-28 ubicada sobre el mismo. En dicha figura se comparan estructuras que no emplean un perfil óptimo para excitar al grating (Conv. taper) con otras que sí lo hacen (Inv. taper). Las medidas de los prototipos están duplicadas pues se fabricaron dos dispositivos para cada una de las configuraciones. Lo más interesante de estos resultados, en lo que respecta a esta Tesis, es la razonable coincidencia entre las medidas y la simulación, lo cual permite validar la herramienta.

Aunque este grating trabaja con la polarización *In-plane*, posteriormente se diseñó otro grating independiente de la polarización [Alonso Ramos 2012] que incorporaba una lámina de oro en el substrato. Dicha lámina actuaba como reflector para mejorar la eficiencia de acoplo. De nuevo, FEXEN resultó muy útil para su diseño. El dispositivo final se comprobó empleando un simulador FDTD, lo que permitió validar el comportamiento de FEXEN en estructuras con metales.



Figura 4.23: (a) Distribución de la parte real del campo al excitar el *grating* con el perfil de campo óptimo. $\lambda = 1.55 \mu m$. (b) Eficiencia de acoplo del *grating* calculada y medida, con y sin perfil óptimo de excitación [Alonso Ramos 2011].

Análisis de tolerancias de una red de difracción de acoplo con SWG

Empleando el concepto de *ingeniería del índice* con estructuras SWG es posible implementar redes de difracción de acoplo en Si-Wire empleando un único paso de grabado [Halir 2009]. Este tipo de estructura, representado esquemáticamente en las figuras 4.24(a) y (b), simplifica el proceso de fabricación que generalmente se emplea con estos dispositivos [Taillaert 2004].

Debido a que FEXEN aún no se había desarrollado en la fecha en que se diseñó esta red de difracción, este simulador no se empleó inicialmente. Posteriormente surgió la necesidad de estudiar las tolerancias a errores de fabricación de este dispositivo para fabricarlo en masa con tecnología Deep-UV. FEXEN sí pudo emplearse para dicha tarea y pudo comprobarse que su fabricación en masa era posible [Halir 2012a]. En la figura 4.24(c) se muestra el comportamiento del grating ante variaciones en el tamaño de los huecos mientras que en la figura 4.24(d) se ha representado el resultado experimental de medida de uno de los gratings fabricados.



Figura 4.24: (a) Representación general 3D de la red de acoplo con estructuras SWG y (b) su equivalente 2D. (c) Desviación del comportamiento del *grating* ante variaciones en el tamaño de los huecos (ΔG). (d) Medida de la eficiencia de acoplo. [Halir 2012a].

Tapers SWG de bajas pérdidas

Con la intención de adaptar las guías SWG a las guías convencionales se estudió el empleo de *tapers* SWG como el mostrado en la figura 4.25(a) [Pérez Galacho 2012, Romero García 2011]. El motivo por el que se realizó el estudio fue el descubrimiento de ciertos *tapers* SWG en los que, en lugar de mejorar su comportamiento con la longitud del dispositivo (como generalmente ocurre en los *tapers* convencionales), éste empeoraba.

FEXEN se empleó para obtener la figura 4.25(b). En ella se muestra la reflectividad de una guía periódica en función del ciclo de trabajo (DC) y de su ancho (W_2) . Esta figura se puede obtener muy eficientemente con el cálculo de modos Floquet. La zona de altas reflexiones (en negro) se corresponde con combinaciones de DC y W_2 que satisfacen la condición de Bragg mientras que las de bajas reflexiones (en blanco) se mantienen en la región SWG. Con los resultados obtenidos se pudo observar que, siguiendo una evolución lineal desde el ciclo de trabajo y ancho originales (100 % y 0.5µm respectivamente) hasta los parámetros de la guía SWG (DC=69 % y $W_2 = 3.5µm$), ciertas partes del *taper* presentaban fuertes reflexiones por cumplir la condición de Bragg. Igualmente, la figura 4.25(b) también muestra que una variación del *taper* parabólica cumple la condición SWG en toda su longitud. La conclusión principal de este trabajo es que, al realizar un *taper* SWG, es importante conocer la reflectividad de las estructuras periódicas que se forman en el dispositivo. Para ello es muy conveniente disponer de una herramienta que calcule modos Floquet de manera eficiente.



Figura 4.25: (a) Esquema de un taper para guías SWG y (b) mapa de reflectividad en función del ciclo de trabajo (DC) y del ancho de la guía (W_2) [Romero García 2011].

Divisor de polarización compacto basado en MMI con SWG

El esquema general de este separador de polarización se muestra en la figura 4.26. Como puede verse, no se trata de un MMI convencional ya que su zona multimodal está implementada con una estructura SWG [Maese Novo 2011]. Esta alteración consigue reducir la distancia necesaria para separar las polarizaciones.

Para conseguir la separación de polarización, es necesario que las constantes de propagación de los modos en la zona multimodal satisfagan ciertas relaciones. A diferencia de un MMI convencional, la parte central de la estructura considerada es periódica, por lo que es necesario conocer las constantes de propagación de los modos Floquet. Para ello se empleó FEXEN con quien se obtuvo la relación entre las longitudes de acoplo de la polarización TE y TM en función del periodo y el ciclo de trabajo de la zona multimodal. Con esta información se pudo diseñar un MMI separador de polarización siete veces más corto que los que se consiguen con MMI convencionales.



Figura 4.26: MMI separador de polarización empleando estructuras SWG para reducir sus dimensiones [Maese Novo 2011].

Otros dispositivos

Existen otros dispositivos en los que FEXEN se ha empleado para su diseño. No se indican detalles de los mismos pues aún no han sido publicados. Éstos son un dispositivo MMI compacto [figura 4.27(a)] y otro de gran ancho de banda [figura 4.27(b)].



Figura 4.27: (a) acoplador 3dB de longitud reducida [Ortega Moñux 2012] y (b) acoplador 3dB de gran ancho de banda [Maese Novo 2012].

Conclusiones

En este apartado se ha demostrado que FEXEN se puede emplear en el diseño de novedosos dispositivos fotónicos. La prueba de ello es que muchos de éstos se han presentado en publicaciones de alto índice de impacto e incluso han sido merecedoras de premios. Igualmente se ha podido comprobar experimentalmente que la herramienta es capaz de predecir, con una exactitud bastante razonable, el comportamiento de circuitos ópticos integrados fabricados y medidos. Además, con los dispositivos del apartado 4.3 también se comprobó que FEXEN puede analizar estructuras con metales obteniendo los mismos resultados que simuladores comerciales que emplean métodos distintos. Todo esto con un empleo muy eficiente de los recursos computacionales, mostrándose especialmente eficaz en el análisis de estructuras periódicas gracias al uso de los modos Floquet.

Capítulo 5

Consideraciones finales

Este último capítulo se divide en dos apartados. En el primero de ellos se resumen las principales conclusiones y aportaciones que se han realizado en esta Tesis. En el segundo apartado se esbozan cuáles podrían ser las posibles líneas futuras de investigación.

5.1. Conclusiones y principales aportaciones

5.1.1. Herramienta de diseño para dispositivos ópticos integrados

La principal y más importante aportación de este trabajo es un entorno de simulación, denominado FEXEN (Fourier EXpansion simulation ENvironment), para el análisis y diseño de dispositivos ópticos integrados. Para describir sus características y prestaciones, daremos respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Qué tipo de dispositivos es capaz de analizar?
- ¿Cómo se modelan los dispositivos y cuál es el método de computación empleado?
- ¿Cuáles son las funcionalidades básicas de la herramienta?
- ¿Qué funcionalidades adicionales se han implementado?
- ¿Cómo ha sido validada la herramienta?
- ¿Cuál podría ser su principal limitación?

¿Qué tipo de dispositivos es capaz de analizar?

La herramienta es capaz de caracterizar dispositivos 2D/vectoriales, es decir, resuelve la propagación tanto TE como TM en estructuras en las que el índice de refracción puede variar arbitrariamente en dos direcciones cualesquiera del espacio, y permanece invariante en la dirección restante. Una dirección será la transversal ('x' ó 'y') y la otra dirección es la longitudinal o de propagación (z). La herramienta ha sido diseñada para abordar eficientemente el análisis de dispositivos z-periódicos. Asimismo, permite la inclusión de metales y materiales con pérdidas. Algunos ejemplos de los dispositivos que es capaz de analizar son mostrados en la figura 5.1.



Figura 5.1: Resumen de estructuras soportadas por la herramienta: (a) MMI, (b) *taper*, (c) *grating* de acoplo y (d) MMI con estructuras SWG.

¿Cómo se modelan los dispositivos y cuál es el método de computación empleado?

El programa emplea la técnica computacional conocida como Fourier Eigenmode Expansion Method. Su algoritmo de resolución se basa en aplicar lo siguientes pasos: i) el dispositivo a analizar es dividido primero en una concatenación de estructuras longitudinalmente invariantes o guiaondas; ii) los campos en cada sección son descritos como una combinación lineal de los modos incidentes y reflejados que cada guía soporta; iii) los perfiles de los modos y sus correspondientes constantes de propagación en cada una de las secciones son obtenidos descomponiendo los modos en series de Fourier y resolviendo las ecuaciones de onda modales en dicho espacio funcional; iv) los coeficientes de los modos en cada sección son obtenidos resolviendo las discontinuidades entre secciones por la técnica de ajuste modal. Por último, las condiciones de excitación y carga, determinan la respuesta entrada/salida del dispositivo.

Para mejorar la mala convergencia que provoca la aproximación mediante series de Fourier de campos discontinuos, el conocido fenómeno de Gibbs, se ha empleado la técnica de factorización de la regla inversa.

En cuanto a las condiciones de contorno implementadas, se han usado las condiciones de contorno perfectamente adaptadas o PML (Perfectly Matched Layers), las cuales permiten modelar eficientemente y con precisión problemas en los que la radiación saliente es relevante.

¿Cuáles son las funcionalidades básicas de la herramienta?

Al igual que la práctica totalidad de los simuladores comerciales, la herramienta permite la representación de distribuciones de campo y cálculo de potencia en cualquier plano de la estructura. Además, se le ha dotado de un interfaz gráfico para facilitar su uso por parte de otros investigadores y profesionales.

¿Qué funcionalidades adicionales se han implementado?

Una de las características más atractivas de la herramienta son precisamente las funcionalidades 'extra' con que ha sido dotada, y que no todos los software de simulación comerciales poseen, al menos no en su totalidad. Entre ellas cabe destacar, por ejemplo, las siguientes:

- 1. Permite la definición de puertos de entrada y salida. Conocidas las condiciones de excitación y carga, el programa reporta los parámetros S generalizados en función de la frecuencia entre dos puertos cualesquiera.
- 2. Calcula los modos Floquet de estructuras periódicas, lo que ayuda a la comprensión de éstas, reduce el tiempo de cómputo de sus parámetros S y permite la definición de condiciones de carga periódicas.
- Facilita el proceso de optimización, realizando barridos automáticos simultáneos de múltiples parámetros.
- 4. Permite la definición de scripts de MATLAB para una ejecución personalizada.

¿Cómo ha sido validada la herramienta?

La herramienta ha sido validada en un amplio y variado conjunto de dispositivos y aplicaciones, mostrando en todos los casos unos resultados altamente satisfactorios. Además de las pruebas realizadas por el autor durante el desarrollo de la Tesis, otros miembros del grupo de investigación han comprobado la precisión de los resultados obtenidos comparándolos con las soluciones calculadas con simuladores comerciales, aunque no con la intención de validar la herramienta sino sus propios diseños. Esta validación extra se considera relevante, ya que se trata de una prueba objetiva realizada por personas que se dedican al diseño de dispositivos fotónicos y que no han estado directamente implicadas en el desarrollo de la herramienta.

Entre las diversas comparativas que se han realizado, especialmente interesante es la que se ha llevado a cabo con un software de simulación comercial, el FIMPROP. Dicho software comercial destaca y publicita en su página web los resultados que ellos obtienen tomando como dispositivo 'test' el mismo acoplador direccional de banda ultra-ancha recientemente propuesto en la bibliografía por los miembros del grupo de investigación, y diseñado con FEXEN. Tal y como se mostró en el capítulo 4, los resultados obtenidos con FEXEN coinciden muy razonablemente con los suyos, pero con unos tiempos de cómputo notablemente inferiores.

Destacar por último que los resultados proporcionados por la herramienta desarrollada en esta Tesis han sido también validados experimentalmente, ya que las medidas realizadas sobre aquellos dispositivos que han sido fabricados coinciden extraordinariamente bien con los resultados de las simulaciones.

¿Cuál podría ser la principal limitación de la herramienta?

A priori, la principal limitación de la herramienta es que no es capaz de simular dispositivos 3D, es decir, dispositivos con variaciones en el índice de refracción en las tres direcciones del espacio. Sin embargo, como ha quedado demostrado a lo largo de la Tesis, esto no es totalmente cierto. Los resultados que la herramienta reporta cuando se

analiza la estructura 2D equivalente, fruto de aplicar el método del índice efectivo a la estructura 3D original, son, en muchas ocasiones, coincidentes con los resultados de simuladores comerciales FDTD 3D vectoriales aplicados sobre la estructura 3D original, y, lo que es más importante, razonablemente coincidentes también con los resultados de las medidas que se obtuvieron cuando tales dispositivos fueron fabricados y medidos. Esto último es, a nuestro entender, el enorme valor que tiene la herramienta presentada, pues consigue una figura de mérito precisión/tiempo de cómputo muy competitiva y atractiva. En dispositivos novedosos, que requieren multitud de ensayos, pruebas y optimizaciones de parámetros, la utilización de la herramienta propuesta FEXEN en las primeras fases del diseño puede resultar de enorme utilidad, pues supondría, con un coste de tiempo reducido y un menor volumen de datos, una aproximación al problema final de enorme fiabilidad. Sin duda, el diseño final deberá ser ajustado y corroborado con la utilización de un simulador más potente antes de ser fabricado, que confirme la validez del comportamiento esperado en la fase de prediseño. En definitiva, en problemas 3D vectoriales de enorme complejidad, la utilización de FEXEN puede ser el complemento ideal a los simuladores comerciales.

5.1.2. Dispositivo MMI 2x4 de altas prestaciones

Una vez finalizado el proceso de creación del entorno de simulación, la segunda gran aportación de esta Tesis ha sido su utilización, por parte del autor, para diseñar un dispositivo concreto que permitiera explotar al máximo las capacidades de la herramienta. Este dispositivo es un acoplador de interferencia multimodal 2x4 realizado en tecnología SOI, que funciona como un híbrído de 90° de altas prestaciones para receptores ópticos coherentes.

Además de la utilidad práctica del dispositivo en sí, que cubre sobradamente la banda C de comunicaciones, esta estructura es muy interesante como ejemplo de aplicación de la herramienta puesto que:

- Es un dispositivo multipuerto.
- Presenta discontinuidades abruptas en la dirección de propagación.
- Incorpora un estructura periódica SWG que pone en valor el análisis de modos Floquet.
- Valida el concepto de *ingeniería del índice de refracción* mediante SWG's.

5.2. Líneas futuras de investigación

Una vez que se ha dado por finalizada la Tesis, se abren un conjunto atractivo de posibilidades, centradas todas ellas en mejorar las prestaciones de la herramienta y en ampliar el conjunto de dispositivos y situaciones que es capaz de analizar. Las líneas de actividad más relevantes podrían ser las siguientes:

5.2.1. Extensión al caso 3D vectorial

La extensión a situaciones 3D completamente vectoriales es sin duda el primer y más interesante paso que habría que dar. Los buenos resultados que se han obtenido
en el caso 2D, unido a la experiencia adquirida, son la mayor motivación para afrontar este nuevo reto. Si bien es cierto que desde el punto de vista conceptual el problema no requiere la aplicación de nuevos conceptos, desde el punto de vista práctico sí supone un incremento notable de complejidad por el considerable aparato matemático que conlleva aumentar en una dimensión el problema, así como por el acoplo de todas las componentes de campo eléctrico y magnético. Ello obligaría a seguir un proceso riguroso y metódico en la programación y chequeo de todas las nuevas subrutinas 3D. Prueba del interés que suscita entre la comunidad científica las ventajas que presentan los métodos computacionales presentados en esta Tesis, es que en el último mes se ha publicado justamente en [Ċtyroký 2012] un trabajo muy similar al que aquí se propone como futura extensión, que también emplea el Fourier Eigenmode Expansion Method como método de resolución y precisamente para el caso 3D vectorial. La posibilidad de disponer en un futuro cercano de esta potente herramienta permitiría a los restantes miembros del grupo de investigación seguir proponiendo diseños novedosos de dispositivos ópticos integrados, y compitiendo con los grupos de investigación más punteros del ámbito internacional.

5.2.2. Mallado adaptativo

Existen multitud de dispositivos ópticos en los que la estructura se compone de un conjunto de materiales con grosores muy distintos. Es el caso, por ejemplo, de las guiaondas MQW (Multiple Quantum Well). En ellas los campos pueden presentar variaciones abruptas en determinadas zonas y variaciones más suaves en otras. Para obtener resultados precisos con los mallados uniformes hasta ahora empleados, es necesario sobremuestrear las zonas de variación más suave, con la consiguiente e innecesaria sobrecarga computacional. Para incrementar la eficiencia, una solución elegante son los mallados adaptativos, esto es, mallados más densos en las capas más finas o zonas de mayor variación del campo, y mallados menos densos en las capas más gruesas o con variación mas suave del campo. Este tipo de técnicas, basadas en las transformaciones de variables de las coordenadas transversales, han sido ya empleadas por los miembros del grupo de investigación de la Universidad de Málaga, por lo que su implementación incluso en la versión 3D vectorial, se presenta a priori como una meta factible.

5.2.3. Optimización

Otra posible mejora sería la inclusión de cierta *inteligencia computacional* para dotar a la herramienta de capacidad para converger hacia soluciones óptimas en base a ciertos criterios de diseño. Hasta ahora, FEXEN permite lanzar automáticamente numerosas simulaciones, pero es necesario que el diseñador analice los resultados obtenidos y lance nuevas simulaciones hasta converger a una solución de comportamiento óptimo. La idea es que este proceso iterativo pueda ser realizado por el propio programa a partir de la definición de una determinada función objetivo.

5.2.4. Computación distribuida

La implementación actual de FEXEN, gracias a las propias rutinas estándar de MATLAB, es capaz de emplear diversos núcleos en gran parte de sus operaciones.

No obstante, algunas herramientas comerciales de simulación de dispositivos ópticos [RSoft] no sólo soportan el uso de múltiples núcleos de un equipo sino que permiten el trabajo coordinado de varios equipos distintos en una única simulación. Afortunadamente, el entorno MATLAB sobre el que se ha desarrollado este trabajo incluye sus propias rutinas para facilitar la implementación de soluciones distribuidas. Por tanto, ampliar la capacidad de FEXEN para emplear varios equipos en el análisis de una única estructura sería una línea de trabajo interesante pues reduciría el tiempo de simulación al aumentar la capacidad de cómputo y permitiría definir estructuras más complejas al aumentar la memoria disponible. Esto es especialmente interesante en el caso de llevar a cabo la extensión al caso 3D vectorial.

5.2.5. Análisis eficiente de guías curvas y anillos resonantes

Con frecuencia, en muchos dispositivos y aplicaciones se presentan secciones de guías curvas o anillos resonantes que, si bien pueden ser correctamente analizados con FEXEN, requieren una discretización en la dirección de propagación muy fina que trae consigo un incremento muy considerable de los tiempos de cómputo. De hecho, el autor de esta Tesis ha realizado varias pruebas en este sentido, comprobándose que la concatenación de guiaondas, en este caso todas diferentes entre sí, provoca tiempos de cálculo, que, caso de mantenerse esta estrategia, no serían asumibles en el caso 3D vectorial. La utilización de la transformación conforme es una técnica bien conocida en la bibliografía que permite convertir la guía curva original en una guía rectilínea equivalente. Se han realizado algunas prueba preliminares, y los resultados son muy satisfactorios [Zavargo Peche 2012a]. El trabajo a realizar sería similar al que se ha seguido en estructuras rectangulares. Primero se resolvería el análisis modal de guiaondas curvas angularmente invariantes mediante la técnica de la transformación conforme. Seguidamente, se resolvería la concatenación de múltiples guiaondas curvas con la técnica de ajuste modal. Finalmente, se podrían introducir los conceptos de modos Floquet sobre guías curvas SWG periódicas. Ello abriría un nuevo y apasionante campo de investigación: la exploración de aplicaciones basadas en guías curvas SWG periódicas.

Apéndice A

Operadores matriciales en el espacio de Fourier

En este apéndice se deducen las expresiones para los operadores matriciales introducidos en las ecuaciones (2.27) y (2.28) y usados a lo largo del capítulo 2. En primer lugar se detalla la aplicación del método de Galerkin a las ecuaciones del análisis modal del slab para después desarrollar por separado los operadores derivada, derivada segunda y producto por una función en el espacio de Fourier.

A.1. Resolución de la ecuación de análisis modal empleando el Método de Galerkin

Para entender el método de Galerkin, es necesario explicar primero el método de los residuos ponderados pues, al fin y al cabo, aquél no es más que una versión de éste. Es fácil encontrar información sobre este método en la literatura [Boyd 1989], por lo que se ha preferido directamente detallarlo resolviendo la ecuación modal del campo eléctrico de los modos TE del slab fotónico (2.16) en lugar de recurriendo a una notación rigurosa como se puede encontrar en la mayoría de las referencias.

Repitiendo, pues, la ecuación a resolver (2.16)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\tilde{e}_y^{TE} + k_0^2\epsilon\tilde{e}_y^{TE} = \Theta_e^{TE}\tilde{e}_y^{TE} = -\tilde{\gamma}_{TE}^2\tilde{e}_y^{TE}$$
(A.1)

se observa que las incógnitas son la función $\tilde{e}_y^{TE}(x)$ y el escalar $\tilde{\gamma}_{TE}$, donde la tilde () denota que se trata de la solución exacta. Esto hará que existan múltiples soluciones que coincidirán, precisamente, con las autofunciones y autovalores del operador Θ_e^{TE} . Así, en este caso, el objetivo del método de Galerkin no es obtener la función solución de esta ecuación diferencial sino plantear un problema matricial de autovalores del que se puedan extraer, por otros métodos, las múltiples soluciones finales.

El primer paso del método de los residuos ponderados es aproximar la función $\tilde{e}_y^{TE}(x)$ como una suma ponderada de N + 1 funciones base que, en el caso de esta Tesis, serán exponenciales complejas. Además, este método requiere que se defina la región del espacio en la que se desea resolver el problema que, en esta Tesis, es un

segmento en x de longitud X_0 . Por tanto, el campo eléctrico se representa como

$$\tilde{e}_{y}^{TE}(x) \approx e_{y}^{TE}(x) = \sum_{k=-N/2}^{N/2} \phi_{e}^{(k)} \cdot e^{jkK_{X_{0}}x}$$
 (A.2)

donde $K_{X_0} = 2\pi/X_0$ es la pulsación del armónico fundamental. El objetivo del método será encontrar los coeficientes $\phi_e^{(k)}$ que minimizan la *función residual* o *residuo* Res(x) definida como

$$Res(x) = \Theta_e^{TE} e_y^{TE}(x) + \gamma_{TE}^2 e_y^{TE}(x)$$
(A.3)

Puede verse que Res(x) es una medida del error cometido ya que, cuanto menor sea su valor, mejor es la aproximación realizada en la expresión (A.2).

El segundo paso del método define N + 1 ecuaciones de las que se despejarán los N + 1 coeficientes de la función $e_y^{TE}(x)$. Estas ecuaciones se obtienen igualando el producto escalar del residuo por N + 1 funciones de test $W_i(x)$ a cero. Este producto escalar se define como

$$\langle f(x), g(x) \rangle = \int_{X_0} f(x)g^*(x)\mathrm{d}x,$$
 (A.4)

y en el caso del método de Galerkin, las funciones de test son las mismas que las funciones base empleadas en el primer paso del método, que en esta Tesis son exponenciales complejas, esto es, $W_i(x) = e^{jiK_{X_0}x}$. Las N + 1 ecuaciones resultantes, pasando el término $\gamma_{TE}^2 e_u^{TE}(x)$ a la derecha de las ecuaciones, son

$$\int_{X_0} \Theta_e^{TE} \sum_{k=-N/2}^{N/2} \phi_e^{(k)} \mathrm{e}^{j(k-i)K_{X_0}x} \mathrm{d}x = -\gamma_{TE}^2 \int_{X_0} \sum_{k=-N/2}^{N/2} \phi_e^{(k)} \mathrm{e}^{j(k-i)K_{X_0}x} \mathrm{d}x \tag{A.5}$$

donde *i* identifica cada una de las N + 1 ecuaciones y toma valores i = -N/2, ..., N/2. Además, las funciones base y las de test son ortogonales entre sí para dicho producto escalar. Esto facilitará bastante la resolución de las integrales de estas ecuaciones. Así, el término de la derivada segunda, incluido en Θ_e^{TE} queda

$$\int_{X_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sum_{k=-N/2}^{N/2} \phi_e^{(k)} e^{j(k-i)K_{X_0}x} dx = \sum_{k=-N/2}^{N/2} \phi_e^{(k)} \int_{X_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} e^{j(k-i)K_{X_0}x} dx$$
(A.6)

$$=\sum_{k=-N/2}^{N/2}\phi_e^{(k)}(j(k-i)K_{X_0})^2\int_{X_0}\mathrm{e}^{j(k-i)K_{X_0}x}\mathrm{d}x \quad (A.7)$$

$$=\sum_{k=-N/2}^{N/2} \phi_e^{(k)} (j(k-i)K_{X_0})^2 \,\delta_{ki}X_0 \tag{A.8}$$

$$= \phi_e^{(i)} \left(j i K_{X_0} \right)^2 \cdot X_0 \tag{A.9}$$

donde δ_{ki} es la función *delta de kronecker* que vale uno o cero según k e i sean iguales o no respectivamente. De manera aún más directa, es fácil deducir que el término derecho de la ecuación i (definida en (A.5)) es

$$-\gamma_{TE}^2 \int_{X_0} \sum_{k=-N/2}^{N/2} \phi_e^{(k)} \mathrm{e}^{j(k-i)K_{X_0}x} \mathrm{d}x = -\gamma_{TE}^2 \phi_e^{(i)} \cdot X_0.$$
(A.10)

La deducción del segundo término del operador Θ_e^{TE} sí es un poco más elaborada. Para obtenerlo, primero se expande en 2N + 1 exponenciales complejas el término $\epsilon(x)$ tal que

$$\epsilon(x) = \sum_{p=-N}^{N} \phi_{\epsilon}^{(p)} \mathrm{e}^{jpK_{X_0}x} \tag{A.11}$$

para después sustituirlo en la ecuación *i*-ésima de manera que

$$\int_{X_0} k_0^2 \epsilon(x) \sum_{k=-N/2}^{N/2} \phi_e^{(k)} \mathrm{e}^{j(k-i)K_{X_0}x} \mathrm{d}x = k_0^2 \sum_{k=-N/2}^{N/2} \phi_e^{(k)} \int_{X_0} \sum_{p=-N}^N \phi_\epsilon^{(p)} \mathrm{e}^{jpK_{X_0}x} \mathrm{e}^{j(k-i)K_{X_0}x} \mathrm{d}x$$
(A.12)

$$=k_0^2 \sum_{k=-N/2}^{N/2} \sum_{p=-N}^{N} \phi_{\epsilon}^{(p)} \phi_{e}^{(k)} \int_{X_0} e^{j(p-(i-k))K_{X_0}x} dx$$
(A.13)

$$=k_0^2 \sum_{k=-N/2}^{N/2} \sum_{p=-N}^{N} \phi_{\epsilon}^{(p)} \phi_e^{(k)} \delta_{p,i-k} \cdot X_0$$
(A.14)

$$= k_0^2 \sum_{k=-N/2}^{N/2} \phi_{\epsilon}^{(i-k)} \phi_e^{(k)} \cdot X_0.$$
 (A.15)

Conocidos todos los términos de cada una de las N + 1 ecuaciones a resolver, éstas se pueden agrupar de forma matricial dando la ecuación (2.27), que se reproduce aquí por comodidad

$$\overline{\overline{\text{DD}}}_{x} \Phi_{e}^{TE} + k_{0}^{2} \overline{\overline{\text{P}}}(\epsilon) \Phi_{e}^{TE} = -\gamma_{TE}^{2} \Phi_{e}^{TE}$$
(A.16)

donde Φ_e^{TE} es un vector columna cuyo elemento *i* es el coeficiente $\phi_e^{(i)}$ definido más arriba. Además, las matrices $\overline{\overline{DD}}_x$ y $\overline{\overline{P}}(\epsilon)$, obtenidas al agrupar matricialmente los resultados, son en realidad *operadores matriciales*, los cuales se desarrollan en el siguiente apartado. Nótese que (A.16) no es la solución final de (A.1) sino un problema matricial de autovalores, para el cual existen métodos numéricos que permiten obtener sus múltiples soluciones, como se comentaba al principio de este epígrafe.

A.2. Operadores matriciales

Comparando la ecuación (A.16) con la ecuación de ondas inicial (A.1), se puede esperar que las matrices \overline{DD}_x y $\overline{\overline{P}}(\epsilon)$ de la ecuación (A.16) estén realizando la operación derivada segunda y producto por ϵ directamente sobre los coeficientes de la expansión en serie. Ésta es, precisamente, la definición de un operador matricial: es la matriz que, multiplicada por el vector de coeficientes de una función sobre la que se realiza cierta operación, da como resultado el vector de coeficientes de la función resultado de dicha operación [Wangüemert Pérez 1999]. A continuación se demuestra que los resultados obtenidos en el apartado anterior efectivamente son los operadores matriciales de la derivada segunda y del producto por una función y además se deduce el operador derivada primera, que también se ha empleado en esta Tesis. Para ello se desarrolla cada una de las operaciones sobre las correspondientes series de Fourier.

A.2.1. Operador derivada y derivada segunda

La derivada y derivada segunda del desarrollo en serie de la función $e_u^{TE}(x)$ son

$$\frac{\partial}{\partial x} e_y^{TE}(x) = \frac{\partial}{\partial x} \sum_k \phi_e^{(k)} e^{jkK_{X_0}x}$$
(A.17)

$$=\sum_{k}\frac{\partial}{\partial x}\phi_{e}^{(k)}\mathrm{e}^{jkK_{X_{0}}x}$$
(A.18)

$$=\sum_{k} jk K_{X_0} \phi_e^{(k)} e^{jkK_{X_0}x}$$
(A.19)

para la derivada y

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} e_y^{TE}(x) = \sum_k \left(jkK_{X_0} \right)^2 \phi_e^{(k)} e^{jkK_{X_0}x}$$
(A.20)

para la derivada segunda. Está claro que el armónico k-ésimo del desarrollo en serie de la derivada es el armónico k-ésimo de la función sin derivar multiplicado por jkK_{X_0} y que el de la derivada segunda es el armónico k-ésimo de la función sin derivar multiplicado por $(jkK_{X_0})^2$. Por tanto, los operadores derivada $\overline{\overline{D}}_x$ y derivada segunda $\overline{\overline{DD}}_x$ son dos matrices diagonales cuyos elementos de la diagonal son

$$D_{kk} = jkK_{X_0} \tag{A.21}$$

para el operador derivada primera y

$$DD_{kk} = \left(jkK_{X_0}\right)^2 \tag{A.22}$$

para el operador derivada segunda. Puede comprobarse que (A.22) es equivalente al resultado que se obtuvo en (A.9).

A.2.2. Operador producto

Considerando las expansiones en series de Fourier de las funciones $\epsilon(x)$ y $e_y^{TE}(x)$, el producto de ambas funciones se expresa como

$$\epsilon(x) \cdot e_y^{TE}(x) = \sum_p \phi_\epsilon^{(p)} \mathrm{e}^{jpK_{X_0}x} \sum_k \phi_e^{(k)} \mathrm{e}^{jkK_{X_0}x}$$
(A.23)

$$=\sum_{p}\sum_{k}\phi_{\epsilon}^{(p)}\phi_{e}^{(k)}\mathrm{e}^{j(k+p)K_{X_{0}}x}$$
(A.24)

$$=\sum_{i}\sum_{k}\phi_{\epsilon}^{(i-k)}\phi_{e}^{(k)}\mathrm{e}^{jiK_{X_{0}}x}$$
(A.25)

que es la convolución de los coeficientes de las dos funciones, como no podía ser de otra forma ya que el producto de dos funciones se transforma en la convolución de sus armónicos de Fourier. Así, si se desea obtener N + 1 armónicos del producto de las funciones $\epsilon(x)$ por $e_y^{TE}(x)$ a partir de N + 1 armónicos de la función $e_y^{TE}(x)$, será necesario este operador producto

$$\overline{\overline{P}}(\epsilon) = \begin{bmatrix} \phi_{\epsilon}^{(0)} & \phi_{\epsilon}^{(-1)} & \cdots & \phi_{\epsilon}^{(-N)} \\ \phi_{\epsilon}^{(1)} & \phi_{\epsilon}^{(0)} & \cdots & \phi_{\epsilon}^{(-N+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{\epsilon}^{(N)} & \phi_{\epsilon}^{(N-1)} & \cdots & \phi_{\epsilon}^{(0)} \end{bmatrix}$$
(A.26)

que es una matriz *circulante* o de *Toeplitz* obtenida a partir de los 2N + 1 primeros armónicos de Fourier de la función $\epsilon(x)$. Puede comprobarse que (A.25) es equivalente al resultado que se obtuvo en (A.15).

Si bien la obtención del operador derivada y derivada segunda se intuía poco costosa computacionalmente por ser matrices diagonales cuyos elementos se calculan de manera sencilla, el cálculo del operador producto parece requerir mayor esfuerzo computacional por tratarse de matrices densas cuyos elementos se obtienen a partir de una transformación. No obstante, el hecho de que, en realidad, sólo sean necesarios 2N + 1 elementos, en lugar de $(N + 1) \times (N + 1)$, y de que exista el algoritmo de la transformada rápida de Fourier o FFT (*Fast Fourier Transformation*); permiten obtener este operador de manera muy eficiente.

Apéndice B

Reglas de factorización para funciones discontinuas

Como se comentaba en el apartado 2.1.4, por el fenómeno de Gibbs, el desarrollo de una función discontinua en series de Fourier presenta, en las proximidades de la discontinuidad, un error punto a punto que no converge uniformemente a cero con el número de armónicos [Oppenheim 1997]. En este apéndice se explican las reglas de truncado que se han empleado para minimizar los efectos de dicho fenómeno [Li 1996, Sauvan 2004].

En los razonamientos que siguen, para facilitar la notación, se considerarán funciones cuya expansión en armónicos de Fourier se realiza desde k = 0 hasta k = Ndonde N es lo suficientemente elevado como para que, si la función considerada es continua, cualquier armónico por encima del armónico N tenga peso nulo. Se entiende que, por el fenómeno de Gibbs, las funciones discontinuas no podrán satisfacer dicha característica. Esto permite afirmar que, para una función continua $f_c(x)$, se cumple

$$f_c(x) = \sum_{k=0}^{N} \phi_{f_c}^{(k)} e^{jkK_{X_0}x}$$
(B.1)

donde $\phi_{f_c}^{(k)}$ es el armónico k-ésimo de la función $f_c(x)$ mientras que para una función discontinua $f_d(x)$ ocurre que

$$f_d(x) = \sum_{k=0}^N \phi_{f_d}^{(k)} e^{jkK_{X_0}x} + \sum_{k=N+1}^\infty \phi_{f_d}^{(k)} e^{jkK_{X_0}x}$$
(B.2)

donde $\phi_{f_d}^{(k)}$ es el armónico k-ésimo de la función $f_d(x)$ y donde se observa que, al considerar sólo los N + 1 primeros armónicos, se comete un error de truncamiento que no se producía en la función continua. Los coeficientes de los armónicos que determinan este error de truncamiento se agruparán en el vector columna \mathbf{O}_{f_d} tal que

$$\mathbf{O}_{f_d} = \begin{bmatrix} \phi_{f_d}^{(N+1)} \\ \phi_{f_d}^{(N+2)} \\ \vdots \end{bmatrix}.$$
 (B.3)

Obviamente, el vector \mathbf{O}_{f_c} es un vector nulo por ser $f_c(x)$ una función continua.

Considérese la función continua $c(x) = \frac{1}{\epsilon(x)} \cdot \frac{\partial}{\partial x} h_y(x)$ siendo las funciones $\frac{1}{\epsilon(x)}$ y $\frac{\partial}{\partial x} h_y(x)$ discontinuas. Teniendo en cuenta infinitos armónicos, la nomenclatura descrita al principio de este apartado y la definición del operador producto del apéndice A, este producto se expresa, en el dominio de los coeficientes de Fourier, como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}_{c} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{1/\epsilon}^{(0)} & \phi_{1/\epsilon}^{(-1)} & \cdots & \phi_{1/\epsilon}^{(-N)} & \phi_{1/\epsilon}^{(-N-1)} & \cdots \\ \phi_{1/\epsilon}^{(1)} & \phi_{1/\epsilon}^{(0)} & \cdots & \phi_{1/\epsilon}^{(-N+1)} & \phi_{1/\epsilon}^{(-N)} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \phi_{1/\epsilon}^{(N)} & \phi_{1/\epsilon}^{(N-1)} & \cdots & \phi_{1/\epsilon}^{(0)} & \phi_{1/\epsilon}^{(-1)} & \cdots \\ \phi_{1/\epsilon}^{(N+1)} & \phi_{1/\epsilon}^{(N)} & \cdots & \phi_{1/\epsilon}^{(1)} & \phi_{1/\epsilon}^{(0)} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}_{\frac{\partial}{\partial x}h_{y}} \\ \mathbf{O}_{\frac{\partial}{\partial x}h_{y}} \end{bmatrix}$$
(B.4)

donde se han usado líneas para marcar las N+1 primeras filas y columnas de cada matriz o vector, separando el operador producto de infinitos armónicos en 4 submatrices tal que

$$\begin{bmatrix} \overline{\overline{P}}(1/\epsilon) & \overline{\overline{P}}_{1,2}(1/\epsilon) \\ \overline{\overline{P}}_{2,1}(1/\epsilon) & \overline{\overline{P}}_{2,2}(1/\epsilon) \end{bmatrix}$$
(B.5)

permitiendo expresar Φ_c de manera más compacta como

$$\mathbf{\Phi}_{c} = \overline{\overline{\mathbf{P}}}(1/\epsilon) \mathbf{\Phi}_{\frac{\partial}{\partial x}h_{y}} + \overline{\overline{\mathbf{P}}}_{1,2}(1/\epsilon) \mathbf{O}_{\frac{\partial}{\partial x}h_{y}}.$$
(B.6)

Con esta expresión es fácil observar que, al truncar el problema y emplear únicamente los N + 1 primeros armónicos, se comete un error en el cálculo del vector Φ_c a pesar de que c(x) es una función continua. Dicho error es igual al segundo sumando de la expresión (B.6). Para reducirlo, considérese la expresión [Sauvan 2004]

$$\frac{\partial}{\partial x}h_y(x) = \epsilon(x) \cdot c(x) \tag{B.7}$$

que es equivalente al producto anteriormente realizado pero que, en lugar de obtener una función continua como producto de dos funciones discontinuas, obtiene una función discontinua como producto de una función discontinua por otra continua. Empleando la nomenclatura anterior y las submatrices del operador producto se tiene que

$$\Phi_{\frac{\partial}{\partial x}h_y} = \overline{\overline{P}}(\epsilon)\Phi_c \tag{B.8}$$

sin error de truncamiento porque O_c es nulo al ser continua la función c(x). Despejando el término que nos interesa de la expresión (B.8) se tiene

$$\boldsymbol{\Phi}_{c} = \left[\overline{\overline{\mathbf{P}}}(\epsilon)\right]^{-1} \boldsymbol{\Phi}_{\frac{\partial}{\partial x}h_{y}} \tag{B.9}$$

que permite calcular los coeficientes de Fourier de la función continua c(x) sin error de truncamiento siempre que $\overline{\overline{P}}(\epsilon)$ tenga matriz inversa.

Como conclusión, para realizar, en el dominio de Fourier, el producto de dos funciones discontinuas a(x) y b(x) cuyo producto es una función continua, la factorización correcta es

$$\left[\overline{\overline{P}}\left(\frac{1}{a(x)}\right)\right]^{-1} \Phi_b \tag{B.10}$$

donde $\overline{\overline{P}}\left(\frac{1}{a(x)}\right)$ es el operador producto de la función $\frac{1}{a(x)}$ y Φ_b es el vector de los coeficientes de Fourier de la función b(x).

Apéndice C El método del índice efectivo

El método del índice efectivo (EIM) es una técnica aproximada para el análisis modal de estructuras fotónicas 3D [Kumar 1983]. Se basa en calcular el perfil del modo y su constante de propagación resolviendo dos problemas de análisis modal 1D que se obtienen a partir de la sección transversal de la estructura 3D original. No obstante, en esta Tesis el EIM se emplea para eliminar una de las coordenadas transversales del problema 3D, simplificándolo a un modelo 2D que puede ser analizado por FEXEN para predecir el comportamiento de la estructura original. Es una técnica ampliamente conocida y es especialmente interesante por la reducción del coste computacional que supone su uso. A continuación se explica el método y se deducen las condiciones en las que los resultados son más próximos a la realidad.

Para explicar el EIM, considérese que desea emplearse para calcular el modo fundamental de un Si-Wire cuya sección transversal se muestra en la figura C.1. El procedimiento a seguir se puede resumir en estos dos pasos:

- 1. Se define un slab como el de la figura C.2(a), equivalente al problema original si W_A se considerase infinito. Se resuelven las ecuaciones del análisis modal de dicho slab identificando con n_{eq} el índice efectivo del modo fundamental y con Y(y) su perfil de campo transversal.
- 2. Se define un slab como el de la figura C.2(b) aumentando la dimensión H_A del problema original hasta infinito y sustituyendo el índice de refracción del núcleo de la guía por el valor n_{eq} calculado en el paso anterior. Se resuelven las ecuaciones del análisis modal de este nuevo slab identificando con β la constante de propagación del modo fundamental y con X(x) su perfil de campo transversal.



Figura C.1: Sección transversal de un Si-Wire.



Figura C.2: (a) *Slab* que permite calcular n_{eq} y (b) *slab* con el que se calcula β , una vez conocido n_{eq} .

La solución del problema original que el EIM ofrece es un modo cuya constante de propagación es β y su distribución de campo transversal es el producto X(x)Y(y).

Es posible, igualmente, aplicar el EIM en la otra dirección transversal, esto es, haciendo primero $H_A = \infty$ y después $W_A = \infty$. Esta alternativa ofrece un nuevo conjunto de soluciones β' , $X'(x) \in Y'(y)$ en general distinto al obtenido con la estrategia primera. Para conocer cuál de los dos conjuntos de soluciones es más preciso, es necesario aclarar que el problema 3D que realmente se resuelve con el EIM no es el original, sino el representado en las figuras C.3(a) y C.3(b), según se emplee la primera o la segunda forma de aplicar el método [Chen 2007]. Dado que dicho problema es distinto del original en algunas zonas fuera del núcleo de la estructura, la precisión del método se verá afectada por cómo la distribución de campo del modo se expanda por la cubierta y el sustrato de la guía. Así, si el perfil del modo se expande principalmente por encima y por debajo del núcleo, es de esperar que la primera estrategia sea más precisa que la segunda. Con la intención de comprobar esta afirmación, se aplicó el EIM a distintas guías como la de la figura C.1. Se comparó la constante de propagación obtenida con la ofrecida por una herramienta comercial (FIMMWAVE [Photon Design]), que utiliza un método riguroso como la técnica de ajuste modal de capas o Film mode matching[Sudbo 1993]. Los resultados se muestran en la tabla C.1. En ésta, el modelo 1 es el inicialmente propuesto [figura C.3(a)] y el modelo 2 es la alternativa mencionada después [figura C.3(b)]. Además, se han considerado las dos polarizaciones típicas de una guíaonda rectangular: la In-plane y la Out-of-plane. Dado que, en general, el campo se encuentra más confinado en la dirección en la que la dimensión del dispositivo es mayor, se puede prever que aumentar W_A favorece los resultados del modelo 1 mientras que aumentar H_A favorece los del modelo 2. Por otra parte, el modo In-plane se expande más en el eje x que el modo Out-of-plane, que lo



Figura C.3: Sección transversal de la guía analizada con el EIM (a) cuando el slab para calcular n_{eq} es invariante en x y (b) cuando el slab para calcular n'_{eq} es invariante en y.

WA	H_A	In-plane			Out-of-plane		
(μm)	(μm)	Mod.1	Mod. 2	FIMM	Mod. 1	Mod. 2	FIMM
0.5	0.25	2.6065	2.6326	2.5652	2.1306	2.1672	2.0566
2	0.25	2.9181	2.9213	2.9172	2.3140	2.3219	2.3110
2	1	3.3897	3.3898	3.3894	3.3748	3.3748	3.3744
0.25	0.25	1.9939	1.9278	1.7733	1.9165	1.9457	1.7414

Tabla C.1: Constante de propagación (β/k_0) del modo fundamental obtenida al aplicar el EIM sobre un *Si-wire* con cubierta de SU-8 [figura C.1]. $\lambda = 1.55 \mu m$.

hace en el eje y. Así, en guías cuadradas, el modelo 1 será más exacto en polarizaciones *Out-of-plane* mientras que el modelo 2 lo será para las polarizaciones *In-plane*. Todas estas características se aprecian en los errores cometidos al aplicar el método en las distintas configuraciones.

Por último, y como se adelantaba al principio, este método no se ha empleado en esta Tesis únicamente para obtener el modo fundamental de una guía 3D, sino para simplificarla permitiendo un análisis 2D de la misma. Así, el primer paso del EIM elimina la coordenada y del problema, obteniéndose un problema 2D en el que el núcleo del problema original se ha sustituido por el n_{eq} calculado. Después, en lugar de aplicar el segundo paso del EIM, se emplea FEXEN para el análisis completo de la estructura 2D resultante. A modo de ejemplo, en la figura C.4 se vuelven a mostrar los ejemplos que ya se adelantaban en el capítulo 1 y en los que se veía la simplificación que permite el EIM.



Figura C.4: (a) Estructura lentamente z-variante y (b) su modelo 2D al aplicar el EIM. (c) Estructura con discontinuidades abruptas en z y (d) su modelo 2D al aplicar el EIM.

Apéndice D

Publicaciones

D.1. Artículos en revistas

- L. Zavargo Peche, A. Ortega Moñux, J. G. Wangüemert Pérez e Í. Molina Fernández. Fourier based combined techniques to design novel sub-wavelength optical integrated devices. Progress in Electromagnetic Research, vol. 123, pp. 447-465. 2012.
- R. Halir, L. Zavargo Peche, D.-X. Xu, P. Cheben, R. Ma, J. H. Schmid, S. Janz, A. Densmore, A. Ortega Moñux, Í. Molina Fernández, M. Fournier y J. M. Fédeli. Single etch grating couplers for mass fabrication with DUV lithography. Optical and Quantum Electronics, vol. 44, no. 12-13, pp. 521-526. 2012
- C. Alonso Ramos, L. Zavargo Peche, A. Ortega Moñux, R. Halir, I. Molina Fernández y P. Cheben. *Polarization-independent grating coupler for micrometric* silicon rib waveguides. Optics Letters, vol. 37, no. 17, pp. 3663-3665. 2012.
- C. Alonso Ramos, A. Ortega Moñux, Í. Molina Fernández, P. Cheben, L. Zavargo Peche, R. Halir, S. Janz, D.-X. Xu, N. Kim y B. Lamontagne. *Grating couplers for thick SOI rib waveguides*. Optical and Quantum Electronics, vol. 44, no. 12-13, pp. 535-540. 2012
- A. Ortega Moñux, L. Zavargo Peche, A. Maese Novo, Í. Molina Fernández, R. Halir, J. G. Wangüemert Pérez, P. Cheben, J. H. Schmid. *High-performance multimode interference coupler in silicon waveguides with subwavelength structures*. Photonics Technology Letters, IEEE, vol. 23, no. 19, pp. 1406-1408. 2011.
- C. Alonso Ramos, A. Ortega Moñux, L. Zavargo Peche, R. Halir, J. de Oliva Rubio, Í. Molina Fernández, P. Cheben, D.-X. Xu, S. Janz, N. Kim y B. Lamontagne. Single-etch grating coupler for micrometric silicon rib waveguides. Optics Letters, vol. 36, no. 14, pp. 2647-2649. 2011.
- C. Alonso Ramos, A. Ortega Moñux, I. Molina Fernández, P. Cheben, L. Zavargo Peche y R. Halir. *Efficient fiber-to-chip grating coupler for micrometric* SOI rib waveguides. Optics Express, vol. 18, no. 14, pp. 15189-15200. 2010.

D.2. Congresos internacionales

- L. Zavargo Peche, J. Čtyroký, A. Ortega Moñux, J. G. Wangüemert Pérez, Í. Molina Fernández. *Efficient analysis of bent waveguides with Fourier modal methods*. 20th International Workshop on Optical Waveguide Theory and Numerical Modelling, p. 23, Sitges, Barcelona. 2012.
- D. Pérez Galacho, R. Halir, L. Zavargo Peche, J. G. Wangüemert Pérez, A. Ortega Moñux, Í. Molina Fernández, P. Cheben. *Adiabatic transitions for sub*wavelength grating waveguides. 16th European Conference on Integrated Optics (ECIO), Sitges, Barcelona. 2012.
- Í. Molina Fernández, R. Halir, A. Ortega Moñux, L. Zavargo Peche, S. Romero-García, A. Maese-Novo, D. Pérez-Galacho, G. Wangüemert-Pérez, P. Cheben, D.-X. Xu. New concepts in silicon component design using subwavelength structures. Proc. SPIE Silicon Photonics VII, 82660E, San Francisco, California. 2012.
- 4. Í. Molina Fernández, R. Halir, A. Ortega Moñux, L. Zavargo Peche, S. Romero García, D. Pérez Galacho, J. G. Wangüemert Pérez, P. Cheben y D.-X. Xu. Optical waveguide engineering for demanding applications. 16th European Conference on Integrated Optics (ECIO), Sitges, Barcelona. 2012.
- P. Cheben, J. H. Schmid, C. Alonso Ramos, R. Halir, L. Zavargo Peche, J. Lapointe, P. Bock, D.-X. Xu, S. Janz, A. Ortega-Moñux, I. Molina Fernández, R. Ma, M. Vachon, A. Delage y J.-M. Fédeli. *Diffractive and subwavelength grating couplers for microphotonic waveguides*. 14th International Conference on Transparent optical Networks (ICTON), pp. 1-4, Coventry, Inglaterra. 2012.
- 6. C. Alonso Ramos, A. Ortega Moñux, R. Halir, L. Zavargo Peche, Í. Molina Fernández, P. Cheben, D.-X. Xu y S. Janz. *Grating couplers in thick rib SOI waveguides for TE and TM polarizations*. Proc. SPIE Silicon Photonics and Photonic Integrated Circuits III, 84310E, Bruselas, Belgica. 2012.
- C. Alonso Ramos, A. Ortega Moñux, L. Zavargo Peche, R. Halir, J. de Oliva Rubio, Í. Molina Fernández, P. Cheben, D.-X. Xu, S. Janz y N. Kim. *Efficient fibre-chip grating coupler for thick SOI rib waveguide*. European Conference and Exposition on Optical Communications (ECOC), We.10.P1, Ginebra, Suiza. 2011
- C. Alonso Ramos, A. Ortega Moñux, Í. Molina Fernández, P. Cheben, L. Zavargo Peche, R. Halir, N. Kim, S. Janz y D.-X. Xu. *Design of an optimized grating coupler for thick SOI rib waveguides*. 2011 International Conference on Information Photonics (IP), pp. 1-3, Ottawa, Canadá. 2011.
- L. Zavargo Peche, C. Alonso Ramos, A. Ortega Moñux, R. Halir, J. G. Wangüemert Pérez e Í. Molina Fernández. A tool for automatic grating design. 18th International Workshop on Optical Waveguide Theory and Numerical Modelling, p. 45, Jena, Alemania. 2009.

Manual de usuario

A continuación se incluye el manual de usuario de FEXEN. Se ha adjuntado a esta Tesis porque permite conocer todas las funcionalidades de la herramienta. Está escrito en inglés para facilitar la futura difusión de ésta.

La primera parte es un tutorial que repasa las principales funcionalidades del simulador. Se comienza explicando, mediante ejemplos de complejidad creciente, las instrucciones para definir estructuras en FEXEN, empezando por una guía z-invariante y avanzando poco a poco hasta definir estructuras z-variantes, estructuras periódicas, dispositivos multipuerto, etc. Mediante estos ejemplos también se explican funcionalidades de la herramienta como la declaración de variables, el barrido multiparámetro y la definición de puertos. Después se detallan los *scripts* predefinidos de FEXEN que permiten realizar las simulaciones más comunes, como el cálculo de modos, la distribución de campo, los parámetros S o los monitores de potencia. La tercera parte del tutorial indica cómo abordar la definición de *scripts* personalizados. Por último se muestra cómo utilizar la herramienta mediante el interfaz gráfico de usuario o GUI (Graphical User Interface). En el manual se observa que se ha preferido explicar la herramienta empleando código MATLAB, en lugar del GUI. Esto se debe a que el código MATLAB permite explicar la filosofía de trabajo del simulador de una manera más sencilla que el GUI. No obstante, una vez conocido cómo se definen estructuras en FEXEN, el GUI permite hacerlo más rápida y directamente además de facilitar la ejecución de la simulación.

La segunda parte del manual incluye información para utilizar funcionalidades de FEXEN que no están contempladas en el tutorial. En concreto, se explican algunos aspectos avanzados del interfaz gráfico. Después, se indica cómo definir la dispersión del índice de refracción con un ejemplo sencillo. Por último se referencia la posibilidad de incluir materiales con constantes dieléctricas complejas, esto es, materiales con ganancia o pérdidas.

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA



$FEXEN user manual \\ _{Version \ 2.3.0}$

LUIS ZAVARGO¹

Departamento de Ingeniería de Comunicaciones.

November, 2012

Supported by the Consejería de Economía, Innovación y Ciencia of the Junta de Analucía under the project TIC-02946

 $^1 \verb"zavargo@ic.uma.es"$

Contents

1	Introduction 3								
2	Tutorial								
	2.1	Geometry definition	4						
		2.1.1 Example 1: a simple waveguide	4						
		2.1.2 Example 2: a single discontinuity	7						
		2.1.3 Example 3: a single step	10						
		2.1.4 Example 4: Use of variables sweep	11						
		2.1.5 Example 5: A periodic structure	12						
		2.1.6 Example 6: Multi-zone device	14						
		2.1.7 Example 7: Ports definition	16						
		2.1.8 Example 8: Tapers definition	18						
		2.1.9 Example 9: Softened transitions in periodic devices	19						
		2.1.10 Example 10: Use of functions to define variables	22						
		2.1.11 Example 11: MMI device where material dispersion is considered	23						
		2.1.12 Example 12: Segmented taper	23						
	2.2	Use of provided scripts	25						
		2.2.1 Script_Dibujar_Estructura	26						
		2.2.2 Script_Dibujar_Modo	26						
		2.2.3 Script_Dibujar_Campo	27						
		2.2.4 Script_Monitores	30						
		2.2.5 Script_Parametros_S	31						
		2.2.6 Script_Mapa_Gamma	32						
	2.3	Scripts definition	32						
	2.4	Use of the graphical user interface	32						
3	Ref	ference guide	36						
	3.1	SimulatorGUI	36						
	-	3.1.1 Menu bar	36						
		3.1.2 Project panel	36						
		3.1.3 Script panel	37						
		3.1.4 Script Options	37						
		3.1.5 Floquet options	37						
	3.2	Materials dispersion	38						
	3.3	Metallic structures	39						

Chapter 1

Introduction

FEXEN is a a computer aided design tool for integrated photonic devices. It performs a 2D analysis of devices. Therefore, it calculates TE and TM modes of structures whose refractive index is invariant in one of the transversal coordinates.

The electromagnetic core has been implemented using the Fourier Eigenmode Expansion Method (Fourier-EEM). Proper factorization rules based on the inverse rule have been used to improve the convergence problem of Fourier series when used to approximate discontinuous functions (i.e., TM modes). Perfectly matched layer absorbent boundary conditions (PML) are implemented to analyse radiating problems efficiently and accurately. It efficiently simulates periodic structures based on Floquet modes theory. These modes are Maxwell equations' solution for periodic devices and, therefore, they are the most convenient way to analyse and understand the behaviour of these structures.

FEXEN implements the following functionalities:

- Field distribution of propagating light.
- Power calculation.
- Multimode and multiport S parameters.
- Propagation constants and field distributions of modes and Floquet modes.
- Simultaneous multivariable sweeps.
- Customization through MATLAB scripts.

This manual is structured as follows:

- a tutorial introducing the basic concepts of FEXEN
- a reference guide

This document version is focused on the simulator version 2.3.0.

Chapter 2

Tutorial

To run a simulation with FEXEN, you have to run the function **simulador** with the appropriate parameters in the MATLAB command window. MATLAB is a well known software suite for mathematical computing. The working directory must be the same as the one in which the **simulador** function is placed.

The two main parameters in the simulador function are:

- the project folder
- the script name

The *project folder* is the path where the device geometry is described and where the temporary files and result files are stored.

The *script name* is a *.m* file that indicates the actions to perform over the indicated geometry. The actions to be taken vary from representing the device geometry to calculate the Floquet Modes. Some scripts are provided to perform the most commons task in device design. However, they are fully customizable and self written scripts are accepted too.

Additional options can be added to the simulador parameters. These options are to be recognized by the *script*.

2.1 Geometry definition

In the first part of this tutorial, it will be shown how the devices can be defined. So, very few attention will be paid to the scripts behaviour. Only three different scripts will be used:

- Script_Dibujar_Estructura represents the defined device.
- Script_Dibujar_Modo represents the field profile of a section mode.
- Script_Dibujar_Campo represents the field distribution upon a basic excitation.

2.1.1 Example 1: a simple waveguide

This example can be found in the folder *Tutorial_1*. The device to be defined is shown in the figure 2.1. In that folder, there are 4 files: ParametrosSimulador.m, Datos_dispositivo.m, Datos_zona_1.m and Datos_seccion_1.m.

Let's have a look at the ParametrosSimulador.m file. It contains the Simulator Parameters, such as window size, resolution grid or PML information.

```
% (All sizes in meters)
ParamContorno.Xo = 10e-6; % Simulation window size
```

4

X		n=1	4.85um
Y	Z	n=3.476	0.3um
Ū		n=1.444	4.85um

Figure 2.1: Simple waveguide

```
ParamNumericos.ArmonicosPorMicra = 5;
ParamNumericos.NPz=101;
ParamNumericos.dx1 = 4.85e-6; % One of the grid adjusting point
ParamNumericos.dx2 = 5.15e-6; % The other grid adjusting point
ParamNumericos.delta_x = 0.005e-6; % Resolution of the grid
ParamNumericos.TipoAnalisis = 21; % Analysis method:
% 21 = 2D polarization TE
% 22 = 2D polarization TM
```

```
ParamFisicos.lambda=1.55e-6; % vacuum wavelength
PML.AnchoX=1e-6; % PML width
PML.Orden=2; % PML order
PML.Amplitud=1; % PML amplitude
```

The first line is a MATLAB comment, marked by a % symbol. It reminds that all the defined distances are meters.

The non commented lines are definition of the variables used by the simulator. The variables are grouped in MATLAB structs:

- *ParamContorno.Xo.* It stores the width of the simulation window. It should be larger than any other transversal dimension in the device.
- ParamNumericos.ArmonicosPorMicra. It stores a number used to calculate the number of Fourier Harmonics to be used in the discretization. The number of harmonics is ParamNumericos.ArmonicosPorMicra * ParamContorno.Xo. If the product is not even, the next even integer is used.
- *ParamNumericos.NPz.* It stores the number of z-plains in which the field will be evaluated. Note that the field propagation is analytical, which means that this parameter does not affect the accuracy of the simulation.
- *ParamNumericos.dx1*. It stores the distance between the lower border of the window and a point that will lay in the middle of the separation of two discretization points.
- *ParamNumericos.dx2*. It stores the distance between the lower border of the window and another point that will lay in the middle of the separation of two discretization points.
- ParamNumericos.delta_x. It stores the discretization grid resolution.
- *ParamNumericos.TipoAnalisis.* It determines the kind of analysis to be performed. Supported analysis approaches are shown as MATLAB comments.

- ParamFisicos.lambda. It stores the vacuum wavelength of the simulated light.
- *PML.AnchoX*¹. It stores the width of the PML layer. Note that the PML layer lays inside the discretization window.
- *PML.Orden.* It stores the order of the function that defines the PML. In this example, *PML.Orden=2* means that $s_x(x)$ is a quadratic function.
- PML.Amplitud. It stores the maximum attenuation of the PML.

Now, let's have a look at Datos_seccion_1.m.

```
h{1} = 4.85e-6;
h{2} = 0.3e-6;
h{3} = 4.85e-6;
n{1} = 1.444;
n{2} = 3.476;
n{3} = 1;
n_mapa={1 2 3};
```

Datos_seccion_1.m describes the thickness and the refractive index of the layers in the analysed slab. So:

- h{1} = 4.85e-6. It is the thickness of the bottom layer (layer '1').
- h{2} = 0.3e-6. It is the thickness of the middle layer (layer '2').
- h{3} = 4.85e-6. It is the thickness of the top layer (layer '3').
- $n\{1\} = 1.444$. It is the refractive index of the material '1'.
- $n\{2\} = 3.476$. It is the refractive index of the material '2'.
- $n{3} = 1$. It is the refractive index of the material '3'.
- n_mapa={1 2 3}. Indicates that the refractive indexes of the layers 1-3 are those of the materials 1-3 respectively.

The aim of Datos_zona_1.m will be explained in further examples. Anyway, the contents are

tipo = 1;

```
OrdenSecciones = 1;
OrdenPropagadores = {10e-6};
```

It is worth to remark that:

- OrdenSecciones = 1; indicates that the 'section' which is defined in Datos_seccion_1.m is taken into account. If the line were OrdenSecciones = 3;, the 'section' that should be defined in Datos_seccion_3.m should be taken into account.
- OrdenPropagadores = $\{10e-6\}$; indicates that the length of the device is $10\mu m$.

Finally, the contents of the file Datos_dispositivo.m are

```
num_zonas = 1;
% Termination conditions
id_izq=1;
id_dcha=1;
% Ports configuration
puertos_izq = 1;
puertos_dcha = 1;
```

¹Usually, the values of *PML*. AnchoX, *PML*. Orden and *PML*. Amplitud used in this example are valid.

6

The description of each line is:

- num_zonas = 1; indicates that only Datos_zona_1.m is to be read. If *num_zonas* were 3, for example, it would be necessary to read the files Datos_zona_1.m, Datos_zona_2.m and Datos_zona_3.m. This functionality will be clarified in further examples.
- id_izq=1 and id_dcha=1. They indicate that the terminating sections in the left and right ends of the devices are defined by Datos_seccion_1.m.
- puertos_izq = 1; and puertos_dcha = 1;. They indicate the number of ports to be considered in the left and right ends of the device.

Once the device is described, the following instructions can be run:

- simulador('Tutorial_1', 'Script_Dibujar_Estructura'). This command result is a figure that shows the device interfaces. In this example, it is a set of 4 horizontal lines at, approximately -5, -0.15, 0.15 and 5. These lines start at 0 and end at 10. As can be seen, the plot measurements are in microns. The z direction is in the horizontal axes and the x direction is in the vertical axes.
- simulador('Tutorial_1', 'Script_Dibujar_Modo'). The result of this command is a figure that shows the electrical field amplitude of the waveguide fundamental mode. It is represented in logarithmic units and the title of the figure shows the effective index of that mode.
- simulador('Tutorial_1', 'Script_Dibujar_Campo'). The result is a figure that shows the electrical field amplitude at all the (z, x) points of the device in lineal units when the device is excited by the fundamental mode of the port 1.

2.1.2 Example 2: a single discontinuity

This example can be found in the folder *Tutorial_2*. The device to be defined is shown in the figure 2.2.In that folder, 6 files can be found:

- ParametrosSimulador.m
- Datos_dispositivo.m
- Datos_zona_1.m
- Datos_seccion_1.m
- Datos_seccion_2.m
- Variables.m

Let's have a look at ParametrosSimulador.m and Datos_seccion_1.m:

```
--- ParametrosSimulador.m ---
```

```
% (All sizes in meters)
ParamContorno.Xo = 'Xo'; % Simulation window size
ParamNumericos.ArmonicosPorMicra = 'ArmonicosPorMicra';
ParamNumericos.NPz='NPz';
ParamNumericos.dx1 = 'dx1'; % One of the grid adjusting point
ParamNumericos.dx2 = 'dx2'; % The other grid adjusting point
ParamNumericos.delta_x = 'delta_x'; % Resolution of the grid
ParamNumericos.TipoAnalisis = 'TipoAnalisis'; % Analysis method:
% 21 = 2D polarization TE
```



```
n{3} = 'n_cubierta';
n_mapa={1 2 3};
```

The structures of these files are similar to the ones of the previous example, but the numbers that defined the structure have disappeared. Instead, strings are assigned to the variables. To understand what has happened, it is necessary to have a look at the Variables.m file:

```
lambda = 1.55e-6;
AnchoPMLX = 1e-6;
AmplitudPML = 1;
TipoAnalisis = 21;
% 21 = 2D polarization TE
% 22 = 2D polarization TM
Xo = 10e-6;
ArmonicosPorMicra = 5;
delta_x = 0.005e-6;
delta_z = 0.2e-6;
l_bajo = 5e-6;
l_alto = 5e-6;
h_sustrato = 4e-6;
h_{bajo} = 0.3e-6;
relleno_bajo = 'Xo-h_bajo-h_sustrato';
h_alto = 0.6e-6;
```

```
relleno_alto = 'Xo-h_alto-h_sustrato';
dx1 = 'h_sustrato';
dx2 = 'h_sustrato + h_bajo';
n_nucleo = 3.476;
n_sustrato = 1.444;
n_cubierta = 1;
l_total = 'l_bajo+l_alto';
NPz = 'round(l_total/delta_z)+1';
```

As can be seen, the numbers have gone to this file. And it can be seen also that the strings of the previous files are defined in this file as variables. Note that some variables, e.g. dx1, are assigned a string, instead of a value. When a variable is assigned a string, the string is evaluated and the result is assigned to the variable. The variables can also be defined using MATLAB expressions, instead of strings that contain MATLAB expressions. However, it is not recommended to do that, as will be explained in further examples. Finally, it can be seen that some variables have not been used in the previous files, e.g. l_total and h_alto . The first one is a temporal variable used in the definition of NPz while the second one is used in a file that has not been explained yet.

As the reader may have seen, this example includes 2 new files:

- Variables.m.
- Datos_seccion_2.m.

. The first one has already been detailed. The second one contents are:

```
h{1} = 'h_sustrato';
h{2} = 'h_alto';
h{3} = 'relleno_alto';
n{1} = 'n_sustrato';
n{2} = 'n_nucleo';
n{3} = 'n_cubierta';
n_mapa={1 2 3};
```

The contents of this file are very similar to the ones of Datos_seccion_1.m. The differences are h{2} and h{3}. Looking at the figure 2.2, it can be seen that the device is longitudinally split into two 'sections'. The first one (on the left) is low ('bajo' in Spanish) and the second one (on the right) is high ('alto' in Spanish). Therefore, Datos_seccion_1.m defines the section on the left and Datos_seccion_2.m defines the section on the right. That's the reason why h{2} is 'h_bajo' in the section 1 file and 'h_alto' in the section 2 file.

As can be seen, Datos_seccion_?.m files do not specify the length of the sections. Instead, it is indicated in the Datos_zona_1.m file, whose contents are:

tipo = 1;

```
OrdenSecciones = [1 2];
OrdenPropagadores = {'l_bajo' 'l_alto'};
```

The meaning of each line is:

- tipo = 1;. This line indicates that the device is a normal one. In further examples, other types of devices will be introduced. Until then, please keep this variable set to 1.
- OrdenSecciones = [1 2]; This line indicates the order of the sections. As can be seen in the figure 2.2, the section in the left side is the lowest one and the one on the right is the highest one. As could be seen, Datos_seccion_1.m defined the lowest section while the section 2 defined the highest one. That's why the variable is assigned those values.

• OrdenPropagadores = {'1_bajo' '1_alto'};. This line indicates the length of each used section. The actual definition is in the Variables.m file.

Finally, the contents of the Datos_dispositivo.m are:

```
num_zonas = 1;
% Termination conditions
id_izq=1;
id_dcha=2;
% Ports configuration
puertos_izq = 1;
puertos_dcha = 1;
```

The file is almost the same as the one in the previous example. Only the line id_dcha=2; makes the difference. As the section on the left side is a type 2 section, it makes sense terminating the device with a type 2 section too.

In this example we have learned the use of the Variables.m file. It is very useful to put all the changes in the same file. So, if, e.g., the refractive index of the substrate is to be changed, it is only necessary to change it in the Variables.m file. Otherwise, the modification of Datos_seccion_1.m and Datos_seccion_2.m may be needed. Also, if, e.g., the window size is changed, the expressions in Variables.m automatically resize all the dimensions of the device. If Variables.m did not exist, all the dimensions in all the 'section' files should have been modified.

Similar to the previous example, the following instructions can be run:

- simulador('Tutorial_2', 'Script_Dibujar_Estructura').
- simulador('Tutorial_2', 'Script_Dibujar_Modo').
- simulador('Tutorial_2', 'Script_Dibujar_Campo').

The behaviour of each command is the same as the ones in the previous example. Additionally, the second command can be extended as:

• simulador('Tutorial_2', 'Script_Dibujar_Modo',...
'zona', 1, 'seccion', 2)

This command will show the fundamental mode of the section 2, that is, the highest one. If no section is specified, section 1 is shown.

2.1.3 Example 3: a single step

Let's now have a look at the figure 2.3.



Figure 2.3: Single step.

As can be seen, the device is very similar to the one in the example 2, but a type 1 section is again placed in the right end of the device. The files that describe this structure are placed in the Tutorial_3 folder. The name of the files are the same as the ones in the previous example. In fact, only the files Datos_zona_1.m and Datos_dispositivo.m have been modified. Their contents are:

```
--- Datos_dispositivo.m ---
num_zonas = 1;
% Termination conditions
id_izq=1;
id_dcha=1;
% Ports configuration
puertos_izq = 1;
puertos_dcha = 1;
--- Datos_zona_1.m ---
tipo = 1;
OrdenSecciones = [1 2 1];
OrdenPropagadores = {'1_bajo' '1_alto' '1_bajo'};
```

The modification in Datos_dispositivo.m is in the id_dcha definition, which is set to 1 again. Looking at the figure 2.3, it is seen that both ends of the device are a type 1 section. Regarding Datos_zona_1.m, a type 1 section is added in OrdenSecciones and the length of this new section 'l_bajo' is added to the OrdenPropagadores variable. A third file has been modified: Variables.m. The modification just corrects the length of the device, indicated in 'l_total', which takes into account that the actual length is l_bajo+l_alto+l_bajo.

FEXEN uses the Fourier eigenmode expansion method. This method divides the device in z-invariant sections and requires the modal analysis of each of those sections. As the sections at the left and right ends are similar, the modal analysis of them are the same. Using the type 1 section in both sides of the device improves the efficiency of the method as the modal analysis of the type 1 section is only performed once.

The test commands indicated in the previous examples can be run for Tutorial_3 as well.

2.1.4 Example 4: Use of variables sweep

In this example, it will be shown the way in which the sweeps have to be done. The structure of the previous example will be used. For example, the width of the central section will be modified. To do that, it is only necessary to modify the Variables.m file. Its contents are

```
lambda = 1.55e-6;
AnchoPMLX = 1e-6;
AmplitudPML = 1;
TipoAnalisis = 21;
% 21 = 2D polarization TE
% 22 = 2D polarization TM
Xo = 10e-6;
ArmonicosPorMicra = 5;
delta_x = 0.005e-6;
delta_z = 0.2e-6;
l_bajo = 5e-6;
l_alto = [4 5 6]*1e-6;
h sustrato = 4e-6;
h_{bajo} = 0.3e-6;
relleno_bajo = 'Xo-h_bajo-h_sustrato';
h_{alto} = 0.6e-6;
```

```
relleno_alto = 'Xo-h_alto-h_sustrato';
dx1 = 'h_sustrato';
dx2 = 'h_sustrato + h_bajo';
n_nucleo = 3.476;
n_sustrato = 1.444;
n_cubierta = 1;
l_total = 'l_bajo+l_alto+l_bajo';
NPz = 'round(l_total/delta_z)+1';
```

The difference with the previous example is in the l_alto definition. As it can be seen, the variable is defined as a vector of elements, not as a single element nor a string. When a variable is defined as an array of elements, the simulador function performs the script on the device originated by every element of the vector. In this example, simulador would analyse the device 3 times. Each time, l_alto would be 4, 5 and 6 microns respectively. Some considerations are to be taken into account:

- If a variable 'a' is defined using another variable 'b', the variable 'a' will be evaluated using the value of the variable 'b' that corresponds to the current iteration. In the example, 1_total will be assigned the total length of the device that is currently analysed. Therefore, the expression included in the string stored in the variable 'a' should consider the variable 'b' to be a single value, not an array.
- If the variable 'a' is an 'm' element vector and the variable 'b' is an 'n' element vector, simulador will iterate $m \cdot n$ times. In the iteration i + m(j-1), the used values are a(i) and b(j).
- If the variable 'a' is defined as a function of another variable 'b', the variable 'b' is an 'm' element vector and the definition of 'a' is not using a string but a MATLAB expression (e.g., l_total = l_bajo + l_alto), the variable 'a' will be also an 'm' element vector. It means that simulador will perform, at least, m · m iterations, which may not be desired.

2.1.5 Example 5: A periodic structure

In this example, it is explained the way to efficiently define a periodic structure. The presented device is shown in the figure 2.4. If the reader has run the previous examples, the mentioned figure may look familiar as it is the output of the simulator.

The folder *Tutorial_5* contains the required files to define that structure. Compared to the previous example, the only modified files are:

- Variables.m
- Datos_zona_1.m

Their contents are:

```
--- Datos_zona_1.m ---
```

```
tipo = 2;
num_periodos = 'num_periodos';
OrdenSecciones = [1 2 1];
OrdenPropagadores = {'l_bajo' 'l_alto' 'l_bajo'};
```



NPz = 'round(l_total/delta_z)+1';

The first modification is in Datos_zona_1.m. As can be seen, the *tipo* value is 2, instead of 1. *tipo* may be assigned 4 basic values:

- 1. Generic zone. It is used to define any kind of device, as it has been done in all the previous examples.
- 2. Periodic zone. It is used to define a periodic device. OrdenSecciones and OrdenPropagadores are used to define a single period geometry, as it has been done in tipo=1 structures. The variable num_periodos indicates the number of times the period is repeated. As can be seen, the figure is formed by 10 periods, which matches the value of num_periodos.
- 3. Taper zone. See section 2.1.8.
- 4. Copied zone. See section 2.1.8.

More advanced zone types are shown in the last examples.

The other modifications are in Variables.m. The modified variables are:

- Xo. It is not a necessary modification. It just makes a better match between the device size and the window size. It could have been done in previous examples too.
- *h_sustrato*. The new value relates the window size with the substrate height. As the previous one, this modification is not related with the periodic structure.
- Variables under % Longitudinal definitions. Are used to define the single period length as well as the duty cicle rate.

When defining periodic structures, it is highly recommended the most left period section to be the same as the most right period section. In this example, OrdenSecciones(1) is the same as OrdenSecciones(3).

Once again, the simulador commands can be run to test the behaviour of the device.

2.1.6 Example 6: Multi-zone device

Up to now, one is able to generate a periodic device. But, how can a device like the one in the figure 2.5 be efficiently defined?



Figure 2.5: Device with a periodic zone.

As can be seen, there are 3 areas: two of them formed by a simple waveguide and one of them formed by a periodic device. The contents of the folder $Tutorial_6$ allow the generation of that kind of figure. This folder has 2 new files, if compared to $Tutorial_5$ folder:

```
• Datos_zona_2.m
```

• Datos_zona_3.m

Besides, the following files have been modified:

- Datos_zona_1.m
- Variables.m
- Datos_dispositivo.m

The contents of the new and modified files are:

```
--- Datos_zona_1.m ---
tipo = 1;
OrdenSecciones = 1;
OrdenPropagadores = {'l_acceso'};
--- Datos zona 2.m ---
tipo = 2;
num_periodos = 'num_periodos';
OrdenSecciones = [1 2 1];
OrdenPropagadores = {'l_bajo' 'l_alto' 'l_bajo'};
--- Datos_zona_3.m ---
tipo = 1;
OrdenSecciones = 1;
OrdenPropagadores = {'l_salida'};
--- Datos_dispositivo.m ---
num zonas = 3;
% Termination conditions
id_izq=1;
id_dcha=1;
% Ports configuration
puertos_izq = 1;
puertos_dcha = 1;
--- Variables.m ---
\% Generic parameters
lambda = 1.55e-6;
AnchoPMLX = 1e-6;
AmplitudPML = 1;
TipoAnalisis = 21;
% 21 = 2D polarization TE
\% 22 = 2D polarization TM
Xo = 5e-6;
ArmonicosPorMicra = 5;
delta_x = 0.005e-6;
delta_z = 0.2e-6;
% Material definitions
n_{nucleo} = 3.476;
```

```
n_{sustrato} = 1.444;
n_cubierta = 1;
% Tansversal definitions
h_sustrato = '(Xo - h_alto)/2';
h_{bajo} = 0.3e-6;
relleno_bajo = 'Xo-h_bajo-h_sustrato';
h_{alto} = 0.6e-6;
relleno_alto = 'Xo-h_alto-h_sustrato';
dx1 = 'h_sustrato';
dx2 = 'h_sustrato + h_bajo';
% Longitudinal definitions
periodo = 1e-6;
DC = 0.5;
num_periodos = 10;
l_bajo = 'periodo/2*(1-DC)';
l_alto = 'periodo*DC';
l_acceso = 5e-6;
l_salida = 5e-6;
l_total = 'l_acceso + num_periodos*periodo + l_salida';
NPz = 'round(l_total/delta_z)+1';
```

As can be seen, Datos_zona_1.m and Datos_zona_3.m are quite similar to Datos_zona_1.m in 2.1.1. The only difference is the content of *OrdenPropagadores*, as the one in 2.1.1 used a number and the ones in this example use variables.

On the other hand, Datos_zona_2.m is the Datos_zona_1.m file in the previous example, as it defines the same grating.

Regarding Datos_dispositivo.m, the only modified variable is *num_zonas*, which has been modified to take the three zones into account.

Finally, Variables.m has been modified to add the variables *l_acceso* and *l_salida*. Obviously, *l_total* has also been modified accordingly.

2.1.7 Example 7: Ports definition

Let's consider the figure 2.6 representing a couple of parallel waveguides. As can be seen, it is possible to identify 4 access ports in the device: 2 on the left hand side and 2 on the right hand side.

The definition files are (Datos_zona_1.m and ParametrosSimulador.m are not shown as they do not supply new information)

```
--- Variables.m ----
% Generic parameters
lambda = 1e-6;
AnchoPMLX = 0.1e-6;
AmplitudPML = 0.1;
TipoAnalisis = 21;
% 21 = 2D polarization TE
% 22 = 2D polarization TM
Xo = 3e-6;
ArmonicosPorMicra = 20;
delta_x = 0.001e-6;
delta_z = 1e-6;
```


```
--- Datos_Dispositivo.m ---
num_zonas = 1;
% Termination conditions
id_izq=1;
id_dcha=1;
% Ports configuration
puertos_izq = 2;
puertos_dcha = 2;
```

There are two main differences. The first one is in Datos_seccion_1.m, where a multilayer section is defined. However, there are no new concepts in this kind of section. The second main difference is in Datos_dispositivo.m, specially in the *Ports configuration* part. In this device, *puertos_izq* and *puertos_dcha* are assigned the value 2, that means that the left and right hand device side have 2 logical ports.

To really understand the meaning of the mentioned ports, it is recommended to run the following instructions

```
• simulador('Tutorial_7', 'Script_Dibujar_Campo', 'puerto', 1)
```

The result is a figure that shows the electrical field amplitude when the excitation is set in the lowest left hand side port, which is the port number one.

```
• simulador('Tutorial_7', 'Script_Dibujar_Campo', 'puerto', 2)
```

The port number 2 is the top left one, so the field distribution corresponds to the excitation of the upper waveguide, instead of the one on the bottom.

2.1.8 Example 8: Tapers definition

Now, let's try to define the device presented in the figure 2.7. As can be seen, this device has tapers, i.e., structures z-variants. To define the device, 5 zones (they are NOT the 5 squares in the middle) have been used: the 2 homogeneous access sections, the central thick homogeneous section and the two tapers.

We will just focus on the zone definition files. Namely, those files that describe the tapers. The contents of the zone 2 (most left taper) are:

```
--- Datos_zona_2.m ---

tipo = 3;

num_discontinuidades = 100;

taper = [2 4];

OrdenSecciones = [1 2];

OrdenPropagadores = {'1_guia' '1_guia'};
```

As can be seen, a zone with tipo=3 is described. The two well known variables, *OrdenSecciones* and *OrdenPropagadores*, are present. However, two new variables (*num_discontinuidades* and *taper*) are defined. The description of these 4 variables are:

- *OrdenSecciones.* It defines the initial and the final sections of the taper. The section number one defines the section with thin access waveguides while the section 2 defines the thick central waveguides.
- OrdenPropagadores. It defines the length of the taper, which is the sum of both items. Then, the taper length is l_guia+l_guia .



Figure 2.7: Tapered structure

- num_discontinuidades. It indicates the number of discontinuities that will be used to emulate the z-variant structure. The actual taper is a lineal width variation between the section 1 and the section 2. The simulator discretize the z axes and linearly shift the interfaces to simulate the taper. The number of discretization steps is controlled by this variable.
- *taper*. It indicates the layers where the tapers are defined. In this example, there are 5 layers defined, marked with numbers in a square, and the tapers are defined in the layers 2 and 4. A layer is the part of a device that lays between two horizontal interfaces. The layer 1 is the one between the bottom end of the window and the interface closest to that end.

Regarding the zone 4 (most right taper), a different zone type is used, as can be seen in the contents of the file that defines it:

--- Datos_zona_4.m --tipo = 4; ZonaACopiar = -2;

The zone tipo=4 copies another zone. In this example, the zone 2 is copied. However, it is needed to orientate the zone in the opposite way. *ZonaACopiar* is the only variable used in this kind of zones and indicates the zone to copy. If a negative zone is indicated, the zone to be copied is flipped horizontally.

The complete definition of the structure is included in the *Tutorial_8* folder.

2.1.9 Example 9: Softened transitions in periodic devices

In this example, the way to efficiently define the device depicted in the figure 2.8 will be shown.

As can be seen, the device to represent is actually composed by 2 parts. The part in the bottom is an S-Bend that connects 2 waveguides separated 0.9 microns. The other part is a grating. In order to define it efficiently, the sections in the figure 2.9 are programmed. It can be done in the same way as it was done in previous examples.

The key file to define the structure is the Datos_zona_1.m file, whose contents are:



```
--- Datos_zona_1.m ---
tipo = 5;
num_periodos = 'num_periodos';
OrdenSecciones = [1 2 3 4];
OrdenPropagadores = {'1_bajo' '1_alto' '1_alto' '1_bajo'};
CapasSuavizadas = [1 1 1 1 1; 2 2 2 2; 3 3 3 3];
num_discontinuidades = 'num_discontinuidades';
funcion = @Sinusoide;
% 1: Sinusoidal
% 2: Linear
% function_handle: customized
```

Let's have a look at each line:

- tipo = 5. It indicates the type of zone. Zone type 5 is the one used to this type of structure.
- num_periodos = 'num_periodos'. It indicates the number of repetitions of the periodic part. As can be seen, the number is actually defined in the Variables.m file.
- OrdenSecciones = [1 2 3 4]. It is the order in which the section files are to be used. Each one of the 4 sections shown in the figure 2.9 are matched to the 4 elements of this variable.
- OrdenPropagadores =.... Similar to the previous line, but referred to the sections length. The actual values are defined in the Variables.m file.
- CapasSuavizadas = Every column indicates the layers that will be softened, instead of repeated, in the corresponding section. The layers are defined in the same way as 2.7. In this example, the layers 1-3 in all the sections are to be softened while the layers 4 and 5, which form the grating, are to be just repeated.
- num_discontinuidades = It indicates the minimum number of discontinuities to be used in the softened transition. The actual number of discontinuities is set by the simulator according to the following criteria (consider num_discontinuidades = N_d , num_periodos = N_p and length(OrdenSecciones) = N_s):
 - If $N_d > N_p N_s$. The number of discontinuities is set to N, where $N = (kN_pN_s) 1$ letting $N > N_d$ and k the lower integer that satisfies the previous condition.
 - Otherwise, the actual number of discontinuities N is $N = N_d + r$, where r is the lowest integer that lets N + 1 be a divisor of $N_p N_s$.

Using this criteria, the number of different sections is minimized, reducing the computational effort.

• function = @Sinusoide. This line indicates the type of function to be used in the softening. The integers 1 or 2 can be used to use a sinusoidal or linear function. However, the example uses a customized function, letting function be a MATLAB function handle. The function (y = f(x)) must be defined in the x = [0-1] range. Besides, f(0) = 0 and f(1) = 1. Finally, the MATLAB function must accept a single matrix M_i as an input argument, letting the output parameter be a matrix M_o , the same size as M_i , where $M_o^{(r,s)} = f(M_i^{(r,s)})$. The customized function (Sinusoide in this example) must be placed in the project folder or in the MATLAB path.

Some additional details:

- The total length of the zone is the length of one period times the number of periods.
- The example shows an S-Bend structure. However, a taper can also be defined by an appropriate definition of the edge sections.

- A type 3 zone can be defined using a type 5 one.
- If necessary, a type 4 zone can be used to copy type 5 zones too.
- To obtain the best approximation of the softened transition, it is recommended the sections that define the period to be chosen with similar lengths. That is the reason why the central part of the grating is divided in two parts, getting 4 sections with a length equal to the fourth part of the period length.

2.1.10 Example 10: Use of functions to define variables

In this example, the use of functions to aid the definition of structures is explained. The structure depicted in the figure 2.10 is used as an example. To define it, the following file was used (for brevity, just a section of that file is shown):



NPz = 'round(L_total/delta_z)+1';

As can be seen, the variable OutputStruct is actually defined using the function CalculateSWG, which is a user defined one. It is used to obtain the number of periods required for a given device length, as can be seen in its source code

```
function OutputStruct =...
   CalculateSWG(L_MMI, DC, L_pitch_max, L_min_feat)
K = L_MMI/L_pitch_max;
OutputStruct.L_pitch = L_MMI/ceil(K);
OutputStruct.L_gap = OutputStruct.L_pitch*(1-DC);
OutputStruct.Num_periods = ceil(K);
if (OutputStruct.L_gap < L_min_feat) ||...</pre>
     ((OutputStruct.L_pitch-OutputStruct.L_gap)...
      < L_min_feat)
  warning('CalulateSWG:MinFeatSizeExceeded',...
   'There are dimenssions smaller than the specified L_min_feat');
```

end;

The user defined function can be located in the root directory (location of simulador.m) or in the project folder, as done in this example. Note that OutputStruct is defined as a string that will be evaluated in run-time, using the current values of the involved variables.

Example 11: MMI device where material dispersion is considered 2.1.11

This tutorial project is used as an example of the material dispersion explained in section 3.2.

2.1.12Example 12: Segmented taper

This tutorial project is specially aimed to design structures formed by two tapers that are interleaved a given number of times. In figure 2.11, this kind of structure is represented. The two tapers start with the same width but one of them ends in a narrower waveguide while the other one ends in a wider waveguide. As a sum up, the overall structure works as a smooth transition between a simple waveguide to a periodic waveguide.

The key file to define the structure is the Datos_zona_2.m file, whose contents are:

```
--- Datos_zona_2.m ---
tipo = 6;
OrdenSecciones = [1 3 2 4];
OrdenPropagadores = 'TaperPropagators';
```

Let's have a look at each line:

- tipo = 6. It indicates the type of zone. Zone type 6 is the one used for this type of structure.
- OrdenSecciones = [1 3 2 4]. It indicates the sections at the edges of each taper. The first two sections determine the begining and end of the first taper and the last sections determine the beginning and end of the last taper. It can be seen that sections 1 and 2 are identical as both tapers start with the same width.
- OrdenPropagadores = 'TaperPropagators'. It indicates the lengths of each section. It is an arrow vector cell array with a number of elements divisible by 4. The number of sections that form the whole structure is determined by the number of elements in this cell array.



2.2 Use of provided scripts

In this section, some provided scripts are explained. If the previous section has been followed, some scripts have been used in the simulador commands. Namely:

- Script_Dibujar_Estructura
- Script_Dibujar_Modo
- Script_Dibujar_Campo

Besides, two more scripts will be explained:

- Script_Monitores
- Script_Parametros_S

When running the simulador function, it could be seen that 2 parameters were used: the folder name and a string starting with the word *Script*. The actual syntax of simulador is:

simulador(ProjectFolder[, ScriptName[, Options]])

The description of the parameters are:

- *ProjectFolder*. It is the folder where the device geometry is stored. This parameter is mandatory. The expected data type is a string.
- ScriptName. It is the name of the script that will be evaluated for each geometry described in *ProjectFolder*. If the device in *ProjectFolder* has no Variables.m or no defined variable has multiple elements, *ProjectFolder* defines a single geometry and *ScriptName* will be evaluated just once. E.g., section 2.1.1 defines a single geometry while section 2.1.4 defines three different geometries. The expected data type is a string. This parameter is optional. If it is not indicated, the evaluated script is Script_Dibujar_Estructura.
- Options. Depending on the script, there may be options to modify the behaviour of the script. All the options are written as pairs Tag-Value, where the Tag is the identifier of the script option to modify and the Value indicates how the modification of that option is done. For example, in section 2.1.2, the Script_Dibujar_Modo is used and the options seccion and zona were modified. The expected data type for Tags is a string. The expected data type of the Value depends on the specified Tag.

Under the *ProjectFolder*, at least two sub folders are usually generated:

- *tmp*. This folder stores some temporal files that the simulator generates. If simulador is not running, this folder can be deleted. Sometimes, the deletion of this folder prevent the simulator to reuse some calculations, which makes the computational cost higher.
- *resultados.* This folder is created to store the results of the simulations. If no special indication is given along this document, all script results are to be stored in this folder. It will be referred as the results folder. Almost all the files in this folder will look like:

$IterationName[_Content].extension$

where the *IterationName* is formed by the name of the project folder and the information about the iteration point. The *Content* indicates the kind of information stored. The file without *Content* indication will be referred as the basic result. The possible values for *extension* are **mat** (if the file stores variables) and **fig** (if the file stores MATLAB figures).

In the following sub-sections, the following facts will be explained about the scripts mentioned above:

- Behaviour of the script
- Available options
- $\bullet\,$ Generated files

			seccion	
		'izq' or 'dcha'	a>0	0
	'puerto'		port a	
zona	0	ending section		
	h		section a in	Floquet mode
	0		zone b	in zone b

Table 2.1: Allowed combinations of *seccion* (columns) and *zona* (rows). *a* and *b* are integers.

2.2.1 Script_Dibujar_Estructura

The aim of this script is to show the defined structure. It generates a MATLAB Figure with a group of black lines in the locations were the interfaces are. The axis units are microns. The horizontal axis is the z coordinate and the vertical one is the x coordinate.

The available option is:

- Represent. It accepts 2 different strings: *Outline* and *Index*. If *Outline* is selected, the lines delimiting the device are depicted. If *Index* is chosen, a colour graph with the refractive index is shown.
- Mallar. It accepts an integer used as boolean. If it is not zero and *Outline* is selected a group of horizontal gray lines is also included in the figure. Each horizontal line marks a discretization point used to define the device interfaces. It is recommended all black lines (actual device) to lay just in the middle of two discretization (gray) lines. This condition always happen in the points *ParamNumericos.dx1* and *ParamNumericos.dx2*. If the *Value* is 0, the gray lines are not showed. The default value for this option is 0. Instead, if *Index* is selected, a non-zero value shows a contour map of the refractive index, which matches the simulated structure (once discretized). If the value is 0, the structure shown is the original one. Note that Represent set to *Index* and Mallar set to a non-zero value may require a big amount of memory.

This script does not generate any result file.

2.2.2 Script_Dibujar_Modo

This script is used to represent the profile of the modes that have been calculated for each section. The options are:

- 'zona' and 'seccion'. They indicate the section type that will be used in the modal analysis. The allowed values are shown in the table 2.1. The default values for both options is 1.
- 'modo'. It is a vector of integers that indicates the modes to be represented. The mode number 1 is the fundamental mode. The following modes are ordered by descending effective index real part. The default value is 1.
- 'representar'. It is a string indicating the way in which the mode is represented. The accepted values are:
 - 'log'. The field is represented in logarithmic units.
 - 'lin'. The field is represented in lineal units.
 - 'no'. The field is not represented.

The default value is 'log'.

• 'campo'. It is a string indicating the field to represent. The accepted values are:

- 'E'. The represented field is the electrical one.
- 'H'. The represented field is the magnetic one.

The default value is 'E'. In addition, 'campo' can be assigned the variable {'E', 'H'}, which will represent the electrical and the magnetic field in two separated MATLAB figures.

- 'parte'. It is a string indicating the part of the complex field to represent. The accepted values are:
 - 'real'. The real part of the field is represented.
 - 'imag'. The imaginary part of the field is represented.
 - 'abs'. The module of the field is represented.

The default value is 'real'.

• 'Normalizado'. It is an integer used as a boolean value. If it is 0, the field is presented in V/m. If not, the field is normalized to its maximum value. The default value is 0.

The generated result files are:

- Basic file. It includes the simulation parameters, i.e., the device definition and the simulator configuration.
- *IterationName_modo_ModeNumber.mat*. This file contains 3 variables:
 - E_3D. Contains a vector with the complex field value in each point of the discretization window.
 - Gamma. A complex value representing the effective index of the mode.
 - eje_X. It is the horizontal axis where the field is to be represented. plot(eje_X, abs(E_3D)) will show the module of the electrical field with the appropriate horizontal axes.

In addition, if the option 'campo' was set to {'E', 'H'}, the file name actually will be *IterationName_modo_ModeNumber_campo_Field.mat*, letting *Field* be E or H, depending on the stored field.

• IterationName_modo_ModeNumber.fig. This file stores the represented MATLAB figure. Similar to the previous file, the name could include a field identification if both E and H fields are to be represented. If 'representar' was set to 'no', no figure is represented and no .fig file is generated.

2.2.3 Script_Dibujar_Campo

This script is used to represent the field distribution along the whole device. The options are:

- 'puerto'. It indicates the logical port that will carry the excitation. A row vector can be used to indicate more than one port. Note that the ports must be placed in the same edge of the device (left or right side). The power in each port will be 1W. The default value is 1.
- 'logaritmico'. An integer used as a boolean. If set to 0, the field will be displayed in linear units, otherwise, logarithmic units will be used. The default value is 0.
- 'RepresentarPotencia'. An integer used as a boolean. If not set to 0, an additional figure will show the power evolution along the z direction. The default value is 0.

- 'modo'. It indicates the mode of the logical port to excite. The excitation power will be 1W. A row vector can be used to excite more than one mode, but special care must be used as the total power may not be the addition of the modes power due to non orthogonal modes. The default value is 1.
- 'ParteADibujar'. A string value is expected. The expected strings are:
 - 'real'. The real part of the field is represented.
 - 'imag'. The imaginary part of the field is represented.
 - 'abs'. The module of the field is represented.

The default value is 'abs'.

- 'PartePoynting'. A string value is expected. The expected strings are:
 - 'long'. The longitudinal part of the Poynting vector is represented.
 - 'trans'. The transversal part of the Poynting vector is represented.
 - 'abs'. The module of the Poynting vector is represented.

Obviously, this option is only relevant when the Poynting vector is to be represented. When the Poynting vector is represented, the information is represented in two different ways simultaneously. One of them show the vector as arrows, then this option is not affecting this representation. However, the arrows are not displayed over blank axes. Instead, a contour figure is presented and the magnitude used to draw the contour map is determined by this variable. Note the difference between representing the module of the complex field (previous option) and the module of the Poynting vector. When power is to be represented, the real part should be used in the previous option. This does not prevent this option to be assigned the value *abs*, that will present the module of the real part of the Poynting vector. The default value of this option is 'abs'.

- 'campo'. A string value is expected. The expected strings are:
 - 'E'. The electrical field is presented.
 - 'Ef'. The electrical field is presented using just the forward modes.
 - 'Eb'. The electrical field is presented using just the backward modes.
 - 'H'. The magnetic field is presented.
 - 'Hf'. The magnetic field is presented using just the forward modes.
 - 'Hb'. The magnetic field is presented using just the backward modes.
 - 'S'. The product ExH* is presented, letting 'x' be the vectorial product and * the complex conjugate operator. In this document, the previous product will be called the Poynting vector. However, the actual Poynting vector can be calculated using the real part of the mentioned product.
 - 'Sf'. The Poynting vector is presented using just the forward modes.
 - 'Sb'. The Poynting vector is presented using just the backward modes.

The default value is 'E'.

• 'excitacion'. This option allows an arbitrary excitation to be used. To use this option, a vector column containing the coefficients of all the supermodes in the first section of the device has to be provided. By default, an empty vector is assigned, which bypasses the arbitrary excitation capability.

- 'variable'. A character x, y or z is expected. It indicates the dimension that will be considered constant to represent the field. Considering a 3D device, a slab is a invariant structure in one dimension. By convention, the devices are considered to be invariant in the y dimension. Then, representing the field in a constant y plane, causing an x-z representation, provides all the information in a slab device. However, it is also possible to represent the field in an x or z constant plane, causing a 1D plot instead of a 2D contour map. The default value is 'y'.
- 'valor'. An integer indicates the constant value used in the dimension specified in the previous option in meters. If 'y' is used, this option will be unnecessary. The default value is 0.
- 'Normalizado'. An integer used as boolean. If set to 0, the field is represented in V/m or equivalent units. If not set to 0, the field is normalized to the maximum represented value of the field. The default value is 0.
- 'z_range'. A 2 element row vector. The first element is the first z point to represent and the second element is the last z point to represent. The default value is an empty vector which represents the whole device.

The generated result files are:

- Basic file. Simulation parameters, similar to the previous script.
- *IterationName_excitacion.mat*. It stores the mode coefficients in each z point. The stored variables are:
 - *ParamContorno*, *ParamNumericos* and *device* are variables that can be also found in the basic file and are related to the simulation parameters.
 - eje_Z has the value of the z coordinate for each column of the following variables.
 - zona_seccion_Z identifies the zone and the section in which the modes are defined for each z point.
 - Phi_f_final . The m,n element of this matrix represents the coefficient of the m forward mode at the n longitudinal point, whose z coordinate value is the nth element of the eje_Z vector.
 - Phi_b_final . The m,n element of this matrix represents the coefficient of the m backward mode at the n longitudinal point, whose z coordinate value is the nth element of the eje_Z vector.
- *IterationName_campo.mat*. It stores the field distribution. The stored variables are:
 - ParamContorno and ParamNumericos are related to the simulation parameters.
 - param1. It is a row vector with the dimensions in microns of the horizontal axes.
 - param2. It is a row vector with the dimensions in microns of the vertical axes.
 - *etiquetaX*. It is the dimension represented in the horizontal axes.
 - *etiquetaY*. It is the dimension represented in the vertical axes.
 - $Campo_2D$. It is a matrix whose element m,n is the field value in the point determined by the *m*th element of the vector *param2* and the *n*th element of the vector *param1*.
 - *titulo*. It is a string describing the represented field in Spanish.

2.2.4 Script_Monitores

The aim of this script is to calculate the power that flows through a segment placed in the simulation domain. It is important to remark that the script has two behaviour schemas. The first one is focused on rectangular monitors while the second one allows arbitrary monitors. In the first behaviour schema, a rectangle is determined and the monitors are the sides of it.

The allowed options are:

- 'Superior'. When using rectangular monitors, it determines the top x value in meters. The default value is 3e-6.
- 'Inferior'. When using rectangular monitors, it determines the bottom x value in meters. The default value is -3e-6.
- 'Entrada'. When using rectangular monitors, it determines the left z value in meters. The default value is 0.
- 'Salida'. When using rectangular monitors, it determines the right z value in meters. The default value is 1e-6.
- 'Monitores'. It is a string whose characters indicate the sides of the rectangle to be evaluated. The possible characters are:
 - 'e'. Monitor on the left side. The net power flux is positive if it goes leftward.
 - 'o'. Monitor on the right side. The net power flux is positive if it goes rightward.
 - 's'. Monitor on the top side. The net power flux is positive if it goes upward.
 - 'i'. Monitor on the bottom side. The net power flux is positive if it goes downward.

If a monitor is to be represented, the character must be included in the string. The default value includes all the monitors in the rectangle, i.e., {'eosi'}.

- 'puerto'. It indicates the port in which the excitation is to be injected. The default value is 1.
- 'Manual'. It is a matrix with 4 rows and as many columns as arbitrary monitors are to be used. For each column (monitor), the first 2 rows indicate the *x* coordinates of the starting and ending points of the monitor. The last 2 rows indicate the *z* coordinates of the starting and ending points of the monitor. Note that the starting and ending points can not be swapped, as the power flow is considered positive when the flow direction 'sees' the starting point in the left and the ending point in the right, as shown in the figure 2.12. The default value is an empty matrix, bypassing the arbitrary monitors and letting the rectangular monitor to be used.
- 'modo'. It indicates the mode(s) to be used in the excitation. More details are shown in the Script_Dibujar_Campo description. The default value is 1.

The output files are:

- Basic file. Stores simulation parameters.
- *NombreIteracion_monitores.mat.* It stores the following variables:
 - resultado. It is a cell array with as many elements as defined monitors. The *n*th element is an scalar that stores the power flux through the *n*th monitor.
 - monitores. It is a row vector of chars. The nth element indicates the kind of monitor of the nth monitor. The relationship between the monitor type and the used chars are the same than those used in the option 'Monitores'. If 'Manual' monitors are used, this variable is a vector with as many 'm' characters as defined monitors in the 'Manual' matrix.



Figure 2.12: Monitors orientation. The starting monitor point is 1 and the ending one is 2. The arrows show the power flow.

2.2.5 Script_Parametros_S

This script calculates the S parameters of the structure.

The allowed options are:

- 'PuertosEntrada'. It is a row vector with the ports that will be used as input ports. The default value is an empty matrix, which is actually the way to specify all the ports defined in the device.
- 'PuertosSalida'. It is a row vector with the ports that will be used as output ports. Again, the empty vector is the default value, that means again the whole set of defined ports. Considering S a matrix containing the S parameters, the only calculated elements are the elements (m,n) where m is in *PuertosSalida* and n is in *PuertosEntrada*.
- 'Modos'. It is a row vector that indicates the modes to use in the S parameters calculation. The default value is 1, causing the fundamental mode of each port to be the only mode to be taken into account.
- 'Floquet'. It is an scalar used as a boolean. If it is 0, normal propagation is used to calculate the S parameters. However, if a value different from 0 is used, the Floquet modes are used if possible, which means that, if a periodic zone is present in the device, the propagation through that zone is done efficiently, making the computational effort not dependent on the number of periods defined in that zone. The default value is 0, i.e., uses the normal propagation regardless the existence of periodic zones.

The only output file of this script is the basic file. However, this file includes an additional variable S, which stores the S parameters. S is a PxP cell array matrix, being P the total number of ports defined in the device. The (i,j) element of the S matrix stores the S parameters when the j port is used as input and the i port is used as output. The (i,j) element is an MxM matrix, being M the number of modes specified in the option 'Modos'. The (m,n) element of the matrix $S\{i,j\}$ is the S parameter when the input is the n mode of the j port and the output is the m mode of the i port. If the port i is not included in 'PuertosSalida' or the port j is not included in 'PuertosEntrada', the $S\{i,j\}$ element is an empty matrix.



Figure 2.13: Two 2x2 MMI in back-to-back configuration.

2.2.6 Script_Mapa_Gamma

This script represents the propagation constants of the selected modes. The allowed options are:

- 'zona' and 'seccion'. Similarly to Script_Dibujar_Modo, the set of modes is selected using these options.
- 'direction'. Two strings are the accepted values: 'forward' and 'backward'. Depending on the selected option, the forward or backward Floquet modes are represented. The default value is *forward*. If non-Floquet modes are represented, this option is irrelevant.

The only output is the basic file, as the main output of this script is the generated figure, which is not saved in any file.

2.3 Scripts definition

FEXEN allows the definition of customized scripts. A script is a .m file with a group of instructions. Options can be used if a .ini file with the same script name is defined. See defined scripts in the *Scripts* folder. The ScriptTemplate script is provided as a template.

2.4 Use of the graphical user interface

FEXEN includes a graphical user interface (GUI). To run the GUI, just type in the MATLAB command window FEXEN. The main GUI window will appear. The main features of the GUI will be explained in the following tutorial.

It shows the definition of a device formed by two 2x2 MMI in back-to-back configuration, as shown in figure 2.13. The main window of FEXEN would look like the figure 2.14. As the device can be defined with one zone, we have selected 1 in the # Zones drop list. The left and right sides of the device have two ports, so the appropriate number is written on the top boxes. The zone 1 is selected and five sections are indicated in the number of sections. The lengths of the sections are indicated. We have used variables that will be defined later. Now, for each section, the button *Edit* is pressed. The section definitions for the first section may look like the one shown in the figure 2.15. This two ports section has five layers with alternating refractive indices. We have indicated both the refractive indices and the thickness of the layers. Again, we are using variables to define them. The MMI section is defined similarly but, instead of five layers, it only has three layers. To define sections 3, 4 and 5, the *Import* button can be pressed so that previous sections can be reused. All the variables used in the definitions can be defined in the *variables* dialogue, shown in the figure 2.16 As can be seen, a value or an expression can be assigned to variables. Once the device is defined, the *Launch* button in the main window can be pressed to get the simulation launcher.

New Project	Ope	n Project	Ports	Solver Params
Zones 1	-		Right 2	Variables
Zone			.,	Zone Options
Sections	5 🔹	Length(um) Comments	# Periods
Section 1	Edit	La	2guides	1
Section 2	Edit	Lmmi	MMI	
Section 3	Edit	Lb	2guides	
Section 4	Edit	Lmmi	MMI	
Section 5	Edit	La	2guides	

Figure 2.14: Main FEXEN GUI window for 2x2MMI back to back device.

Import	Com	ment 2g	uides		
Section Layers 5	•	Width(un	n) Ir	ndex	
Layer 1		WfillA		nc	
Layer 2		Wa		nf	
Layer 3		Wg		nc	
Layer 4		Wa		nf	
Layer 5		WfillA		nc	1

Figure 2.15: Section FEXEN GUI window for 2 guides section.

	0.00		
Vame	Value		
a	10e-6	(Save
Name	Value		Remove
.a	10e-6		
b	2*La		
mmi	100e-6		
с	1	E	
ıf	2		
Va	1e-6		
VfillA	(Xo-2*Wa-Wg)/2		OK
Vg	1e-6		Concel
Xo	10e-6		Cancer

Figure 2.16: Variables GUI window.

The general look of the simulation launcher is shown in figure 2.17. When this GUI is invoked from the device editor, the project under edition is automatically loaded. However, this GUI is planned as a stand alone program. Therefore, the working project can be chosen using the *Load* button in the *Project* panel. If project selection has properly been done, the project name should appear in the *Project* panel after the *Path*: label.

Once the project is loaded, let's show the device layout. To do so, check the *Script* panel to make sure Script_Dibujar_Estructura is selected. Then, press the *Run* button in the *Project* panel. A figure showing the device structure will appear.

We will now show the fundamental mode of the waveguide. To do so, in the *Script* panel select Script_Dibujar_Modo. On the right panel, labelled *Script Options*, the options of the selected script (see previous paragraphs) appear and the default value is set. In this tutorial, default values are right. Obviously, they can be modified at user's will. Once the options are properly set (default ones are fine), press the *Run* button to obtain the mode profile. A progress bar showing the estimated end time will appear. Remaining scripts on the *Script* panel can be explored at user's will.

ptions Script menu				2
Project Path: C:\Users\zavarqo\Documents\MA	TLAB\Projects\MMlbackTo	Back		
Load	un E	dit		
Script	- Script Options			
Script_Dibujar_Estructura	puerto	1		
Script_Dibujar_Modo	logaritmico			
Script_Dipujar_Campo	RepresentarPotencia			
Script_Monitories	modo	1		
Radio Button	Porto I Dibuior			
Radio Button	FarteADibujar	aps		
	PartePoynting	abs		
Floquet options	campo	E	T	
🗸 SWG	excitacion	-		
Use Symmetry	variable	У	•	
Guiding Zones	valor	0		
	Normalizado			
	z_range			
	-	2		

Chapter 3

Reference guide

The full functionality of FEXEN is detailed in this chapter. Up to now, only the GUI is described.

3.1 SimulatorGUI

Every detail in the GUI is explained in this section.

3.1.1 Menu bar

The menu bar is placed on the top of the GUI window. Initially, only the *Options* menu is enabled. A disable *Script menu* is also present.

The *Options* menu has three items:

- *Export GUI handle*. Once pressed, a handle to the GUI MATLAB figure will be exported to the MATLAB command variables space under the variable *SimulatorGuiHandle*.
- Use Contour. Click on it to use contourf to represent field maps.
- Use Surface. Click on it to use surf to represent field maps.

The Script menu can be used to insert options in user defined scripts. Do not use this feature if you are not an advanced FEXEN user. Every time a script is selected in the Script panel, the function UpdateScriptMenu is executed with the script name as an input variable. See the included example under the script $Script_Coefficients$ to understand the use of this feature.

3.1.2 Project panel

This panel is divided in two main parts: a text line and three buttons.

The text line includes the path of the selected project. If no project is selected, the string *No* project loaded is shown.

The three buttons are:

- *Load.* It allows the user to indicate FEXEN the project folder where the structure is defined and where the results are to be stored.
- *Run.* It executes the selected script on the loaded project. If no project is loaded, this button is not enabled.
- *Edit.* It opens a file selection dialogue placed on the project folder to ease the user the edition of structure definition files. The selected file will be opened with the MATLAB file editor.

3.1.3 Script panel

In this panel, the script to be used is selected. Five fixed scripts are placed in first place. See the previous chapter to understand their behaviour. Two more disabled options are present. The last one is reserved for future implementations. The sixth option can be used to run any other defined scripts.

To select a script, press the ... button on the right of the sixth option. A selection file dialogue showing the root path will appear. Select the desired script and it will be shown in the sixth option of the *Script panel*. Once the sixth option is selected, the script options, if available, will be shown in the right *Scrip options* panel. Script and script options definition is detailed in the chapter 2.3.

3.1.4 Script Options

In this panel, the selected script options are shown. Once a script is selected, its options are displayed and the default value is set. There are three kinds of options:

- *Edit* options. An edit box is provided. Any input is allowed. Refer to script reference to know the expected value. If a vector is to be used, use MATLAB expressions to define it.
- *List* options. A drop list box is provided. Select the desired option among the available ones. See the script reference to understand each option.
- *Boolean* options. A check box is provided. Select or deselect the option depending on the desired behaviour.

3.1.5 Floquet options

FEXEN is able to obtain the Floquet modes of a periodic structure. Because of implementation facts, the determination of Floquet modes effective index is not deterministic and some information can be provided to FEXEN to let it get more reliable results.

To aid Floquet modes calculation, the user can provide information through three different interfaces:

- *SWG* check box. If device period length is shorter than Bragg period, marking this box will increase Floquet mode calculation reliability.
- Use Symmetry check box. If SWG check box is marked and the device period is longitudinally symmetric, marking this check box usually increases the accuracy of the Floquet mode calculation and reduces the computational effort.
- *Guiding zones* dialogue. If *SWG* check box is NOT marked, filling up this form is strongly recommended. This dialogue has 5 fields. The first two fields are used to indicate the lower and higher X position of the periodic device. It aids the mode ordering, letting FEXEN find the fundamental mode. The next two fields are reserved for future use, as they are not used in 2D devices. Finally, the fifth field stores the expected effective index of the fundamental Floquet mode. It allows FEXEN know which is the nearest Bragg region, letting the effective index be correctly calculated.
- **Warning** Floquet mode ordering (and, in consequence, effective index determination) is based on the experimental observation of typical Floquet modes. Then, FEXEN output accuracy is limited. Some common situations are:
 - Mode ordering is based on the number of minimums the electrical field present in the waveguide zone. That's the reason why *Guiding zones* is necessary. When there is only one guided Floquet mode and first radiated Floquet modes do not present any minimum in the waveguide zone, the fundamental mode is selected randomly among all modes with no minimums in the waveguide, which usually implies a mode ordering error. To

solve this issue, use Script_Dibujar_Modoto identify the appropriate waveguide width that make radiated modes present a minimum while the guided mode does not present any of them.

• Lossless modes attenuation constant is ideally zero. When numerical calculations are used and PML is present, the attenuation constant becomes negligible but larger than zero in absolute value. This error can be positive or negative. However, as forward and backward classification is based on attenuation constant sign, some forward modes can be considered as backward ones and vice-versa causing an error in the effective index calculation. This is a known issue, but a solution has not been found yet.

3.2 Materials dispersion

FEXEN is a 2D simulator that relies on the Effective Index Method (EIM) to analyse 3D devices. The EIM has to be applied by the designer. However. FEXEN can aid the user on the application of the EIM.

To consider the variation of the effective index of the '2D' materials with the wavelength, FEXEN has to use a function that returns the material effective index on each wavelength. To clarify this functionality, see the Variables.m of the 11th Tutorial

```
% Generic parameters
lambda = 1.55e-6;
AnchoPMLX = 1e-6;
AmplitudPML = 0.2;
TipoAnalisis = 22;
% 21 = 2D polarization TE
% 22 = 2D polarization TM
Xo = 12e-6;
ArmonicosPorMicra = 20;
delta_x = 0.005e-6;
delta_z = 'L_total/100';
% Material definitions
n_core = 'GetN(lambda, ''EIMsu8SiSiO2h260TE.cht'')';
n_{cover} = 1.58;
% Tansversal definitions
W_A = 1.5e-6;
s = 2e-6;
g = 's - W_A';
W_{MMI} = 7.75e-6;
W_fill_MMI = '(Xo-W_MMI)/2';
W_g_edge = '(W_MMI - 4*W_A - 3*g)/2';
W_fill_port_out = 'W_fill_MMI+W_g_edge';
W_fill_port_in_middle = 'W_A + 2*g';
W_fill_port_in_low = 'W_fill_MMI + W_g_edge + W_A + g';
W_fill_port_in_top = 'W_fill_port_out';
dx1 = 'W_fill_MMI';
dx2 = 'dx1+W_MMI';
% Longitudinal definitions
L_MMI = 113e-6;
L_A = 'L_MMI/10';
```

```
L_total = 'L_MMI+2*L_A';
NPz = 'round(L_total/delta_z)+1';
```

It represents the top view of an MMI on a SOI waveguide of height H=260nm with an SU-8 cover. Special attention should be paid to n_core definition. As can be seen, it is defined using a function with two parameters. The first one is the working wavelength. The second one is a file with a table that relates the effective index of the silicon layer with the working wavelength. This file can be obtained running the EIM.m script on the EIMcalculator project. Any user that has completed the tutorial may find that project easy to understand. It represents a *Si* layer of height *H* over a *SiO*₂ substrate covered by a SU-8 cladding. *Si* and *SiO*₂ refractive indexes are obtained from .cht files that relate the material refractive index with the working wavelength. The only interesting option of the EIM script is the file name in which the table wavelength - effective index is stored.

3.3 Metallic structures

Even though FEXEN is aimed to analyze dielectric structures, some experiments have been done with structures containing metallic layers. Namely, an SOI grating with a gold layer below the bottom oxide has been succesfully analyzed.

To include metallic layers in a given project, just insert a material layer with the complex refractive index of the metal you are including. For example, gold has a refractive index $n_{Au} = 0.57431 + 9.65623i$ at a wavelength $\lambda = 1.55 \mu m$. You can then define the rest of the structure as usual. Note that the use of PMLs defined in a material with complex refractive index is not supported.

The use of metallic layers complicates the solution of longitudinal discontinuities. Therefore, it is strongly recommended to carefuly analyse the effects of metallic layers in the discontinuity calculation. If unexpected results are obtained, a reduction in the number of harmonics usually improves the results as the numerical problem becomes better conditioned.

Bibliografía

- [Alonso Ramos 2010] C. A. Alonso Ramos, A. Ortega Moñux, I. Molina Fernández, P. Cheben, L. F. Zavargo Peche and R. Halir. *Efficient fiber-to-chip grating coupler for micrometric SOI rib waveguides*. Opt. Express, vol. 18, no. 14, pp. 15189–15200, 2010.
- [Alonso Ramos 2011] C. A. Alonso Ramos, A. Ortega Moñux, L. Zavargo Peche, R. Halir, J. de Oliva Rubio, I. Molina Fernández, P. Cheben, D.-X. Xu, S. Janz, N. Kim and B. Lamontagne. Single-etch grating coupler for micrometric silicon rib waveguides. Opt. Lett., vol. 36, no. 14, pp. 2647–2649, 2011.
- [Alonso Ramos 2012] C. Alonso Ramos, L. Zavargo Peche, A. Ortega Moñux, R. Halir, I. Molina Fernández and P. Cheben. *Polarization-independent grating coupler* for micrometric silicon rib waveguides. Opt. Lett., vol. 37, no. 17, pp. 3663– 3665, 2012.
- [Bach 2007] H.-G. Bach. Ultra high-speed photodetectors and photoreceivers for telecom and datacom also aiming at THz applications. In Proceedings of the European Conference on Integrated Optics ECIO 2007, Copenhagen, Denmark, 2007.
- [Bachmann 1994] M. Bachmann, P. A. Besse and H. Melchior. General self-imaging properties in N x N multimode interference couplers including phase relations. Appl. Opt., vol. 33, no. 18, pp. 3905–3911, 1994.
- [Berenger 1994] J.-P. Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. Journal of Computational Physics, vol. 114, no. 2, pp. 185 – 200, 1994.
- [Besbes 2007] M. Besbes, J. P. Hugonin, P. Lalanne, S. van Haver, O. T. A. Janssen, A. M. Nugrowati, M. Xu, S. F. Pereira, H. P. Urbach, A. S. van de Nes, P. Bienstman, G. Granet, A. Moreau, S. Helfert, M. Sukharev, T. Seideman, F. I. Baida, B. Guizal and D. van Labeke. *Numerical analysis of a slit-groove diffraction problem*. Journal of the European Optical Society, Rapid Publications, no. 2, pp. 07022/1–07022/17, 2007.
- [Bienstman 2001] P. Bienstman. Rigorous and efficient modelling of wavelength scale photonic components. PhD thesis, Gent University, 2001.
- [Bienstman 2007] P. Bienstman. [Online], 2007. http://camfr.sourceforge.net.
- [Bierwirth 1986] K. Bierwirth, N. Schulz and F. Arndt. Finite-Difference Analysis of Rectangular Dielectric Waveguide Structures. Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, vol. 34, no. 11, pp. 1104 – 1114, 1986.

- [Bilodeau 1995] F. Bilodeau, D. Johnson, S. Theriault, B. Malo, J. Albert and K. Hill. An all-fiber dense wavelength-division multiplexer/demultiplexer using photoimprinted Bragg gratings. Photonics Technology Letters, IEEE, vol. 7, no. 4, pp. 388–390, 1995.
- [Bloch 1929] F. Bloch. Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern. Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei, vol. 52, pp. 555–600, 1929. 10.1007/BF01339455.
- [Bock 2010a] P. J. Bock, P. Cheben, J. H. Schmid, J. Lapointe, A. Delâge, S. Janz, G. C. Aers, D.-X. Xu, A. Densmore and T. J. Hall. Subwavelength grating periodic structures in silicon-on-insulator: a new type of microphotonic waveguide. Opt. Express, vol. 18, no. 19, pp. 20251–20262, 2010.
- [Bock 2010b] P. J. Bock, P. Cheben, J. H. Schmid, J. Lapointe, A. Delâge, D.-X. Xu, S. Janz, A. Densmore and T. J. Hall. Subwavelength grating crossings for silicon wire waveguides. Opt. Express, vol. 18, no. 15, pp. 16146–16155, 2010.
- [Boyd 1989] J. P. Boyd. Chebyshev and Fourier Spectral Methods. Dover, 1989.
- [Cao 2002] Q. Cao, P. Lalanne and J.-P. Hugonin. Stable and efficient Bloch-mode computational method for one-dimensional grating waveguides. J. Opt. Soc. Am. A, vol. 19, no. 2, pp. 335–338, 2002.
- [Cheben 2006] P. Cheben, D.-X. Xu, S. Janz and A. Densmore. Subwavelength waveguide grating for mode conversion and light coupling in integrated optics. Opt. Express, vol. 14, no. 11, pp. 4695–4702, 2006.
- [Cheben 2010] P. Cheben, P. J. Bock, J. H. Schmid, J. Lapointe, S. Janz, D.-X. Xu, A. Densmore, A. Delâge, B. Lamontagne and T. J. Hall. *Refractive index* engineering with subwavelength gratings for efficient microphotonic couplers and planar waveguide multiplexers. Opt. Lett., vol. 35, no. 15, pp. 2526–2528, 2010.
- [Chen 2007] C.-L. Chen. Foundations for guided-wave optics. Wiley-Interscience, 2007.
- [Chew 1994] W. C. Chew and W. H. Weedon. A 3-D perfectly matched medium from modified Maxwell's equations with stretched coordinates. Micro. Opt. Tech. Lett., vol. 7, no. 13, pp. 599–604, 1994.
- [Chew 1997] W. Chew, J. Jin and E. Michielssen. Complex coordinate stretching as a generalized absorbing boundary condition. Micro. Opt. Tech. Lett., vol. 15, no. 6, pp. 363–369, 1997.
- [Ctyroký 2007] J. Ctyroký. Improved bidirectional-mode expansion propagation algorithm based on Fourier Series. Lightwave Technology, Journal of, vol. 25, no. 9, pp. 2321–2330, 2007.
- [Čtyroký 2012] J. Čtyroký. 3-D Bidirectional Propagation Algorithm Based on Fourier Series. Lightwave Technology, Journal of, vol. PP, no. 99, p. 1, 2012.

- [Densmore 2009] A. Densmore, M. Vachon, D.-X. Xu, S. Janz, R. Ma, Y.-H. Li, G. Lopinski, A. Delâge, J. Lapointe, C. C. Luebbert, Q. Y. Liu, P. Cheben and J. H. Schmid. Silicon photonic wire biosensor array for multiplexed real-time and label-free molecular detection. Opt. Lett., vol. 34, no. 23, pp. 3598–3600, 2009.
- [D'Orazio 2003] A. D'Orazio, M. de Sario, V. Petruzelli and F. Prudenzano. Bidirectional beam propagation method based on the method of lines for the analysis of photonic band gap structures. Optical and quantum electronics, vol. 35, pp. 629–640, 2003.
- [Feit 1978] M. D. Feit and J. J. A. Fleck. Light propagation in graded-index optical fibers. Appl. Opt., vol. 17, no. 24, pp. 3990–3998, 1978.
- [Floquet 1883] G. Floquet. Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques. Annales scientifiques de l'É.N.S., vol. 12, pp. 47–88, 1883.
- [Forum 2010a] O. I. Forum. 100G Ultra long haul DWDM framework document, 2010.
- [Forum 2010b] O. I. Forum. Implementation agreement for integrated dual polarization intradyne coherent receivers, 2010.
- [Gallawa 1991] R. Gallawa, I. Goyal, Y. Tu and A. Ghatak. Optical waveguide modes: an approximate solution using Galerkin's method with Hermite-Gauss basis functions. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 27, no. 3, pp. 518 –522, 1991.
- [Halir 2009] R. Halir, P. Cheben, S. Janz, D.-X. Xu, I. Molina-Fernández and J. G. Wangüemert-Pérez. Waveguide grating coupler with subwavelength microstructures. Opt. Lett., vol. 34, no. 9, pp. 1408–1410, 2009.
- [Halir 2010] R. Halir. Photonic Reflectometer on Silicon-on-Insulator. PhD thesis, Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación – Universidad de Málaga (ETSIT/UMA), Departamento de Ingeniería de Comunicaciones, 2010.
- [Halir 2011] R. Halir, G. Roelkens, A. Ortega-Moñux and J. G. Wangüemert-Pérez. High-performance 90° hybrid based on a silicon-on-insulator multimode interference coupler. Opt. Lett., vol. 36, no. 2, pp. 178–180, 2011.
- [Halir 2012a] R. Halir, L. Zavargo-Peche, D.-X. Xu, P. Cheben, R. Ma, J. Schmid, S. Janz, A. Densmore, A. Ortega-Moñux, Molina-Fernández, M. Fournier and J.-M. Fédeli. Single etch grating couplers for mass fabrication with DUV lithography. Optical and Quantum Electronics, vol. 44, pp. 521–526, 2012. 10.1007/s11082-012-9563-2.
- [Halir 2012b] R. Halir, A. Maese-Novo, A. Ortega-Moñux, I. Molina-Fernández, J.G.Wangüemert-Pérez, P. Cheben, D.-X. Xu, J. H. Schmid, and S. Janz. Colorless directional coupler with dispersion engineered sub-wavelength. Optics Express (Accepted), 2012.
- [Helfert 2002] S. F. Helfert and R. Pregla. The Method of Lines: A Versatile Tool for the Analysis of Waveguide Structures. Electromagnetics, vol. 22, no. 8, pp. 615–637, 2002.

- [Hilbert 2011] M. Hilbert and P. López. Supporting online material for The World's technological capacity to store, communicate and compute information. Science Express, 2011.
- [Hill 1978] K. O. Hill, Y. Fujii, D. C. Johnson and B. S. Kawasaki. Photosensitivity in optical fiber waveguides: Application to reflection filter fabrication. Applied Physics Letters, vol. 32, no. 10, pp. 647–649, 1978.
- [Ikeda 2008] K. Ikeda, M. Nezhad and Y. Fainman. Wavelength selective coupler with vertical gratings on silicon chip. Applied Physics Letters, vol. 92, no. 20, pp. 201111 –201111–3, 2008.
- [Ikeuchi 1981] M. Ikeuchi, H. Sawami and H. Niki. Analysis of Open-Type Dielectric Waveguides by the Finite-Element Iterative Method. Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, vol. 29, no. 3, pp. 234 – 240, 1981.
- [Itoh 1989] T. Itoh, editor. Numerical techniques for microwave and millimeter-wave passive structures. Wiley, 1989.
- [ITU-T 2012] ITU-T: Telecommunication standarization sector of International Telecommunication Union. Spectral grids for WDM applications: DWDM frequency grid (G.694.1), 2012.
- [James 2003] S. James and R. Tatam. Optical fibre long-period grating sensors: characteristics and application. Measuremente sicence and technology, Institute of Physics Publishing, vol. 14, pp. 49–61, 2003.
- [Joannopoulos 2008] J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn and R. D. Meade. Photonic crystals: Molding the flow of light (second edition). Princeton University Press, 2 edición, 2008.
- [Johnson 2001] S. Johnson and J. Joannopoulos. Block-iterative frequency-domain methods for Maxwell's equations in a planewave basis. Opt. Express, vol. 8, no. 3, pp. 173–190, 2001.
- [Kumar 1983] A. Kumar, K. Thyagarajan and A. K. Ghatak. Analysis of rectangularcore dielectric waveguides: an accurate perturbation approach. Opt. Lett., vol. 8, no. 1, pp. 63–65, 1983.
- [Lalanne 1998] P. Lalanne and J.-P. Hugonin. High-order effective-medium theory of subwavelength gratings in classical mounting: application to volume holograms.
 J. Opt. Soc. Am. A, vol. 15, no. 7, pp. 1843–1851, 1998.
- [Lalanne 2000] P. Lalanne and E. Silberstein. Fourier-modal methods applied to waveguide computational problems. Opt. Lett., vol. 25, no. 15, pp. 1092–1094, 2000.
- [Levy 2012] J. S. Levy, D. Feng, W. Qian, H. Liang, R. Shafiiha, A. V. Krishnamoorthy and M. Asghari. *High efficiency grating coupler for 3µm SOI waveguides*. Rapport technique, Kotura Inc. and Oracle Labs, 2012.

- [Li 1996] L. Li. Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures. J. Opt. Soc. Am. A, vol. 13, no. 9, pp. 1870–1876, 1996.
- [Maese Novo 2011] A. Maese Novo, A. Ortega Moñux, L. F. Zavargo Peche, R. Halir, I. Molina Fernández and J. G. Wangüemert Pérez. Divisor de polarización basado en MMI con subwavelength grating. In XXVI Simposium nacional de la unión científica internacional de radio, 2011.
- [Maese Novo 2012] A. Maese Novo, R. Halir, S. Romero García, D. Pérez Galacho, L. Zavargo Peche, A. Ortega Moñux, i. Molina Fernández, J. G. Wangüemert Pérez and P. Cheben. Wavelength-independent multimode interference coupler. To be submitted, 2012.
- [Marcuse 1992] D. Marcuse. Solution of the vector wave equation for general dielectric waveguides by the Galerkin method. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 28, no. 2, pp. 459 –465, 1992.
- [Miller 1969] S. E. Miller. Integrated optics: an introduction. Bell System Technical Journal, vol. 48, pp. 2059–2069, 1969.
- [Miller 2010] D. A. B. Miller. Optical interconnects to electronic chips. Appl. Opt., vol. 49, no. 25, pp. F59–F70, 2010.
- [Molina Fernández 2005] i. Molina Fernández, J. G. Wangüemert-Pérez, A. Ortega-Moñux, A. R. G. Bosisio and K. Wu. Planar lightwave circuit six-port technique for optical measurements and characterizations. Journal of Lightwave Technology, vol. 23, pp. 2148–2157, 2005.
- [Mur 1974] G. Mur. Finite difference method for the solution of electromagnetic waveguide discontinuity problem. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-22, pp. 54–57, 1974.
- [Mustieles 1993] F. Mustieles, E. Ballesteros and F. Hernandez-Gil. Multimodal analysis method for the design of passive TE/TM converters in integrated waveguides. Photonics Technology Letters, IEEE, vol. 5, no. 7, pp. 809 –811, 1993.
- [Nagarajan 2010] R. Nagarajan, M. Kato, J. Pleumeekers, P. Evans, S. Corzine, S. Hurtt, A. Dentai, S. Murthy, M. Missey, R. Muthiah, R. A. Salvatore, C. Joyner, R. Schneider, M. Ziari, F. Kish and D. Welch. *InP photonic integrated circuits*. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, vol. 16, no. 5, pp. 1113–1125, 2010.
- [Najjar 2011] M. Najjar, R. Rejeb, H. Rezig and M. S. Obaidat. Comparison of the Design Characteristics of MMI Wavelength Demultiplexers Using Different Approaches by Computing the Effective Index. Journal of Networks, vol. 6, no. 4, 2011.
- [Niemeier 1986] T. Niemeier and R. Ulrich. Quadrature outputs from fiber interferometer with 4 × 4 coupler. Opt. Lett., vol. 11, no. 10, pp. 677–679, 1986.
- [Oppenheim 1997] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky and S. Hamid. Signals and systems. Prentice Hall, 1997.

- [Ortega-Monux 2007] A. Ortega-Monux, J. G. Wanguemert-Perez and I. Molina-Fernandez. Accurate Analysis of Photonic Crystal Fibers by Means of the Fast-Fourier-Based Mode Solver. Photonics Technology Letters, IEEE, vol. 19, no. 6, pp. 414 –416, 2007.
- [Ortega Moñux 2005] A. Ortega Moñux, I. Molina Fernández and J. G. Wangüemert Pérez. 3D-Scalar Fourier Eigenvector Expansion Method (Fourier-EEM) for analyzing optical waveguide discontinuities. Optical and Quantum Electronics, vol. 37, no. 1, pp. 213–228, 2005.
- [Ortega Moñux 2008] A. Ortega Moñux. Desarrollo de herramientas numéricas para el análisis y diseño de dispositivos fotónicos. PhD thesis, Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación – Universidad de Málaga (ETSIT/UMA), Departamento de Ingeniería de Comunicaciones, 2008.
- [Ortega Moñux 2011] A. Ortega Moñux, L. Zavargo Peche, A. Maese Novo, I. Molina Fernández, R. Halir, J. G. Wangüemert Pérez, P. Cheben and J. H. Schmid. *High performance multimode interference coupler in Silicon waveguides with subwavelength structures.* Photonics Technology Letters, IEEE, vol. 23, no. 19, pp. 1406–1408, 2011.
- [Ortega Moñux 2012] A. Ortega Moñux. Compact 2x2 MMI based on SWG structures. To be submitted, 2012.
- [Page 1985] J. E. Page and J. Rebollar. Temas avanzados en teoría electromagnética. Servicio de publicaciones, E.T.S.I. Telecomunicación, Madrid, 1985.
- [Pavesi 2004] L. Pavesi and D. J. Lockwood, editors. Silicon photonics, volume 94 of Topics in applied physics. Springer Berlin Heidelberg, 2004.
- [Photon Design] Photon Design. *FimmProp.* Online. http://www.photond.com/ products/fimmprop.htm.
- [Pregla 1989] R. Pregla and W. Pascher. Numerical techniques for microwave and millimeter-wave passive structures, capítulo The Method of Lines, pp. 381–446. In Itoh [Itoh 1989], 1989.
- [Pérez Galacho 2012] D. Pérez Galacho, R. Halir, L. F. Zavargo Peche, J. G. Wangüemert Pérez, A. Ortega Moñux, I. Molina Fernández and P. Cheben. Adiabatic transitions for sub-wavelength grating waveguides. In Proceedings of the 16th European Conference on Integrated Optics, ECIO 2012, pp. (71)1–2, Sitges, Barcelona, Spain, 2012.
- [Rahman 2001] B. Rahman, N. Somasiri, C. Themistos and K. Grattan. Design of optical polarization splitters in a single-section deeply etched MMI waveguide. Applied Physics B: Lasers and Optics, vol. 73, pp. 613–618, 2001. 10.1007/s003400100680.
- [Romero García 2011] S. Romero García, D. Pérez Galacho, L. Zavargo Peche, R. Halir, A. Ortega Moñux, J. G. Wangüemert Pérez and i. Molina Fernández. Aplicación de estructuras subwavelength al diseño de filtros ópticos integrados. In Actas del Simposio URSI 2011, pp. 48, (297)1–4, 2011.

- [RSoft] RSoft. FullWave. Online. http://www.rsoftdesign.com/products.php? sub=Component+Design&itm=FullWAVE.
- [Rytov 1956] S. M. Rytov. Electromagnetic properties of a finely stratified medium. Sov. Phys. JETP, vol. 2, no. 3, pp. 466–475, 1956.
- [Sacks 1995] Z. S. Sacks, D. M. Kingsland, R. Lee and J.-F. Lee. A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition. IEEE Transactions on antennas and propagation, vol. 43, no. 12, pp. 1460–1463, 1995.
- [Sagan 1989] H. Sagan. Boundary and eigenvalue problems in mathematical physics. Dover Publications, New York, 1989.
- [Sakai 2001] A. Sakai, G. Hara and T. Baba. Propagation Characteristics of Ultrahigh-∆ Optical Waveguide on Silicon-on-Insulator Substrate. Japanese Journal of Applied Physics, vol. 40, no. Part 2, No. 4B, pp. L383–L385, 2001.
- [Sauvan 2004] C. Sauvan, P. Lalanne and J. P. Hugonin. Truncation rules for modelling discontinuities with Galerkin method in electromagnetic theory. Optical and Quantum Electronics, vol. 36, pp. 271–284, 2004.
- [Scarmozzino 2000] R. Scarmozzino, A. Gopinath, R. Pregla and S. Helfert. Numerical techniques for modeling guided-wave photonic devices. Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 6, no. 1, pp. 150-162, 2000.
- [Schmid 2007] J. H. Schmid, P. Cheben, S. Janz, J. Lapointe, E. Post and D.-X. Xu. Gradient-index antireflective subwavelength structures for planar waveguide facets. Opt. Lett., vol. 32, no. 13, pp. 1794–1796, 2007.
- [Scott 2011] A. Scott, P. Bock, C. A. Alonso-Ramos, B. Lamontagne, P. Cheben, M. Florjanczyk, I. Molina-Fernández, S. Janz, A. Ortega-Monux, B. Solheim and D.-X. Xu. *Improved coupling to integrated spatial heterodyne spectrometers* with applications to space. In S. Garcia-Blanco and R. Ramesham, editors, Reliability, Packaging, Testing, and Characterization of MEMS/MOEMS and Nanodevices X, volume 7928, p. 79280K, 2011.
- [Seimetz 2006] M. Seimetz and C.-M. Weinert. Options, feasibility, and availability of 2 /spl times/ 4 90/spl deg/ hybrids for coherent optical systems. Lightwave Technology, Journal of, vol. 24, no. 3, pp. 1317 -1322, 2006.
- [Shibata 1984] J. Shibata, I. Nakao, Y. Sasai, S. Kimura, N. Hase and H. Serizawa. Monolithic integration of an InGaAsP/InP laser diode with heterojunction bipolar transistors. Applied Physics Letters, vol. 45, no. 3, pp. 191–193, 1984.
- [Shih 1989] Y. C. Shih. Numerical techniques for microwave and millimeter-wave passive structures, capítulo The Mode-Matching Method, pp. 622–636. In Itoh [Itoh 1989], 1989.
- [Snyder 1983] A. Snyder and J. Love. Optical waveguide theory. Chapman and Hall, 1983.

- [Soldano 1995] L. Soldano and E. Pennings. Optical multi-mode interference devices based on self-imaging: principles and applications. J. Lightw. Technol., vol. 13, no. 4, pp. 615–627, 1995.
- [Soref 1985] R. Soref and J. Lorenzo. Single-crystal silicon: a new material for 1.3 and 1.6 µm integrated-optical components. Electronics Letters, vol. 21, no. 21, pp. 953 –954, 1985.
- [Soref 2006] R. Soref. The past, present and future of Silicon photonics. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, vol. 12, no. 6, pp. 1678–1687, 2006.
- [Sudbo 1993] A. S. Sudbo. Film mode matching: a versatile numerical method for vector mode field calculations in dielectric waveguides. Pure and Applied Optics: Journal of the European Optical Society Part A, vol. 2, no. 3, p. 211, 1993.
- [Szabó 2010] Z. Szabó, G.-H. Park, R. Hedge and E.-P. Li. A Unique Extraction of Metamaterial Parameters Based on Kramers-Kronig Relationship. Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, vol. 58, no. 10, pp. 2646-2653, 2010.
- [Taillaert 2004] D. Taillaert, P. Bienstman and R. Baets. Compact efficient broadband grating coupler for silicon-on-insulator waveguides. Optics Letters, vol. 29, no. 23, pp. 2749–2751, 2004.
- [Tamir 1977] T. Tamir and S. T. Peng. Analysis and Design of Grating Couplers. Applied Physics, vol. 14, pp. 235–254, 1977.
- [Tamir 1988] T. Tamir. Guided-wave optoelectronics. Springer Series in Electronics and Photonics. Springer-Verlag, 1988.
- [Wangüemert Pérez 1999] J. G. Wangüemert Pérez. Desarrollo y Validación de Métodos Espectrales para el Análisis y Diseño de Dispositivos Ópticos Lineales y No-Lineales. PhD thesis, Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación – Universidad de Málaga (ETSIT/UMA), Departamento de Ingeniería de Comunicaciones, 1999.
- [Wangüemert Pérez 2007] J. G. Wangüemert Pérez, R. Godoy Rubio, A. Ortega Moñúx and I. Molina Fernández. Removal of the Gibbs phenomenon and its application to fast-Fourier-transform-based mode solvers. Journal of the Optical Society of America A, vol. 24, pp. 3772–3780, 2007.
- [Xu 2007] D.-X. Xu, A. Densmore, P. Waldron, J. Lapointe, E. Post, A. Delâge, S. Janz, P. Cheben, J. H. Schmid and B. Lamontagne. *High bandwidth SOI* photonic wire ring resonators using MMI couplers. Opt. Express, vol. 15, no. 6, pp. 3149–3155, 2007.
- [Xu 2008] D. X. Xu, A. Densmore, A. Delâge, P. Waldron, R. McKinnon, S. Janz, J. Lapointe, G. Lopinski, T. Mischki, E. Post, P. Cheben and J. H. Schmid. Folded cavity SOI microring sensors for highsensitivity and real time measurement ofbiomolecular binding. Opt. Express, vol. 16, no. 19, pp. 15137–15148, 2008.

- [Yeh 1977] P. Yeh, A. Yariv and C.-S. Hong. Electromagnetic propagation in periodic stratified media. I. General theory. J. Opt. Soc. Am., vol. 67, no. 4, pp. 423–438, 1977.
- [Zavargo Peche 2012a] L. Zavargo Peche, J. Čtyroký, A. Ortega Moñux, J. G. Wangüemert Pérez and i. Molina Fernández. Efficient analysis of bent waveguides with Fourier modal methods. In 20th International Workshop on Optical Waveguide Theory and Numerical Modelling, p. 23, 2012.
- [Zavargo Peche 2012b] L. Zavargo Peche, A. Ortega Moñux, J. G. Wangüemert Pérez and I. Molina Fernández. Fourier based combined techniques to design novel sub-wavelength optical integrated devices. Progress In Electromagnetics Research, vol. 123, pp. 447–465, 2012.