Universidad de Málaga

Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación Programa de Doctorado en Ingeniería de Telecomunicación





TESIS DOCTORAL

Caracterización y modelado de canales inalámbricos con variaciones temporales y diversidad espacial

Autor:

Adrián Sauco Gallardo

Directores:

Luis Díez del Río Unai Fernández Plazaola

Málaga, 2023





DECLARACIÓN DE AUTORÍA Y ORIGINALIDAD DE LA TESIS PRESENTADA PARA OBTENER EL TÍTULO DE DOCTOR

D./Dña ADRIÁN SAUCO GALLARDO

Estudiante del programa de doctorado INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN de la Universidad de Málaga, autor/a de la tesis, presentada para la obtención del título de doctor por la Universidad de Málaga, titulada: CARACTERIZACIÓN Y MODELADO DE CANALES INALÁMBRICOS CON VARIACIONES TEMPORALES Y DIVERSIDAD ESPACIAL

Realizada bajo la tutorización de UNAI FERNÁNDEZ PLAZAOLA y dirección de LUIS DÍEZ DEL RÍO Y UNAI FERNÁNDEZ PLAZAOLA (si tuviera varios directores deberá hacer constar el nombre de todos)

DECLARO QUE:

La tesis presentada es una obra original que no infringe los derechos de propiedad intelectual ni los derechos de propiedad industrial u otros, conforme al ordenamiento jurídico vigente (Real Decreto Legislativo 1/1996, de 12 de abril, por el que se aprueba el texto refundido de la Ley de Propiedad Intelectual, regularizando, aclarando y armonizando las disposiciones legales vigentes sobre la materia), modificado por la Ley 2/2019, de 1 de marzo.

Igualmente asumo, ante a la Universidad de Málaga y ante cualquier otra instancia, la responsabilidad que pudiera derivarse en caso de plagio de contenidos en la tesis presentada, conforme al ordenamiento jurídico vigente.

En Málaga, a 9 de JUNIO de 2023

Fdo.: UNAI FERNÁNDEZ PLAZAOLA Tutor/a
PLAZAOLA



AUTORIZACIÓN PARA LA LECTURA DE LA TESIS POR COMPENDIO DE PUBLICACIONES

D. Luis Díez del Río y D. Unai Fernández Plazaola, profesores doctores del departamento de Ingeniería de Comunicaciones de la Universidad de Málaga

CERTIFICAN

Que D. Adrián Sauco Gallardo, Ingeniero de Telecomunicación, ha realizado en el departamento de Ingeniería de Comunicaciones de la Universidad de Málaga, bajo su dirección el trabajo de investigación correspondiente a su TESIS DOCTORAL titulada:

"Caracterización y modelado de canales inalámbricos con variaciones temporales y diversidad espacial"

En dicho trabajo se han propuesto aportaciones originales para el modelado de canales inalámbricos tanto en radio como en acústica subacuática. Los resultados expuestos han dado lugar a las siguientes publicaciones:

- Sauco-Gallardo, U. Fernández-Plazaola, L. Díez, E. Martos-Naya, "Higher Order Statistics in Switch and Stay Diversity Systems", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 66, no. 2, pp. 1222-1232, febrero 2017, doi: 10.1109/TVT.2016.2557659
- A. Sauco-Gallardo, U. Fernández-Plazaola, L. Díez, "On the Mobile-to-Mobile Linear Time-Variant Shallow-Water Acoustic Channel Response", International Journal of Communication Systems. vol. 31, enero 2018, doi:10.1002/dac.3474
- Sauco-Gallardo, U. Fernández-Plazaola, J. F. Paris, A. Sánchez, L. Díez, "A simulator for mobileto-mobile shallow-water acoustic channels'", *OCEANS 2016 MTS/IEEE*, Monterey, septiembre 2016, pp. 1-5, doi: 10.1109/OCEANS.2016.7761355
- A. Sauco-Gallardo, U. Fernández-Plazaola, J. F. Paris, A. Sánchez, L. Díez, "Simulador de canal acústico móvil en aguas someras", XXXI Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio, Madrid, septiembre 2016

Por todo ello, los directores consideran que esta tesis es apta para su presentación al Tribunal que ha de juzgarla y AUTORIZAN la presentación de la tesis por COMPENDIO DE PUBLICACIONES en la Universidad de Málaga. Igualmente, certifican que las publicaciones que avalan la tesis no han sido empleadas en trabajos anteriores a la misma.

En Málaga, a 31 de mayo de 2023

Los directores:

Fdo.: Luis Díez del Rio

Fdo.: D. Unai Fernández Plazaola

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN

Reunido el tribunal examinador en el día de la fecha, constituido por:

Presidente: Dr.	. D
Secretario: Dr.	. D
Vocales: Dr	. D
Dr	. D
Dr	r. D

para juzgar la Tesis Doctoral titulada *Caracterización y modelado de canales inalámbricos con variaciones temporales y diversidad espacial* realizada por D. Adrián Sauco Gallardo y dirigida por el Dr. D. Luis Díez del Río y el Dr. D. Unai Fernández Plazaola, acordó por

_____ otorgar la calificación de

_____ y para que conste, se

extiende firmada por los componentes del tribunal la presente diligencia.

Málaga a _____ de _____ del _____

El presidente:

El secretario:

Fdo.:_____

Fdo.:_____

El vocal:

El vocal:

El vocal:

Fdo.: _____

Fdo.: _____

Fdo.: _____

Agradecimientos

Al Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER), Gobierno de España, y Junta de Andalucía por los fondos que permitieron esta investigación. A la Sociedad Anónima de Electrónica Submarina (SAES) por las mediciones del canal acústico subacuático. A F. Javier L. M., Eduardo M. N. y J. F. Paris, por todo su apoyo durante el desarrollo de este trabajo, y en especial a Luis D. y Unai F. P., directores de esta tesis.

Índice

Re	Resumen				
Ał	Abstract VII				
Lis	sta de acrónimos	IX			
Int	troducción	1			
1.	Canales de comunicaciones inalámbricas	5			
	1.1. Características de los canales inalámbricos	5			
	1.1.1. Canal radio	6			
	1.1.2. Canal acústico subacúatico	8			
	1.2. Modelos de canales inalambricos	10			
	1.2.1. Modelo del canal acustico subacuatico en aguas someras	13 15			
	1.3 Técnicas de diversidad conmutadas	$\frac{10}{26}$			
	1.3.1. Selection Combining v Opportunistic Relaying	$\frac{20}{27}$			
	1.3.2. Switch & Stay Combining $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	28			
	1.4. Estadísticos de orden superior: Level Crossing Rate y Average Fade Duration	30			
2.	Resumen de publicaciones	35			
2.	2.1. Higher Order Statistics in Switch and Stay Diversity Systems	35			
	2.2. On the mobile-to-mobile linear time-variant shallow-water acoustic channel	4.1			
	$\begin{array}{c} \text{response} \\ \text{Older } \\ \text{Older }$	41			
	2.3. A Simulator for Mobile-to-Mobile Shallow-Water Acoustic Channels	47			
3.	Higher Order Statistics in Switch and Stay Diversity Systems	53			
4.	On the mobile-to-mobile linear time-variant shallow-water acoustic channel response	65			
5	A Simulator for Mobile-to-Mobile Shallow-Water Acoustic Channels	75			
J .	A Simulator for Widdle-to-Widdle Shallow-Water Acoustic Chalinels	10			
6.	Conclusiones y líneas futuras	81			

Resumen

Esta tesis doctoral analiza algunas de las características de los canales inalámbricos, principalmente el efecto de sus variaciones temporales o el del uso de técnicas de diversidad espacial. De estos se ha estudiado el canal radio y el canal acústico subacuático. Del primero se han considerado las técnicas de diversidad espacial commutadas, de nuevo en auge en el contexto de las redes distribuidas de *relays*, y el análisis de estadísticos de orden superior que sinteticen la información de cómo evolucionan temporalmente estos canales con discontinuidades inherentes a su definición. Del segundo, se ha obtenido un modelo de canal acústico móvil en aguas someras, con el cual se ha realizado un simulador capaz de computar las respuestas variantes de canal acústico que se establecen entre dos móviles sumergidos en entornos marítimos de poca profundidad. Este simulador resulta una herramienta de gran utilidad para investigar esos canales, ya que sus propiedades poco convencionales hacen que su caracterización mediante campañas de medidas sea todo un reto. Los resultados obtenidos, tanto para uno como para otro, se han publicado en revistas de alto impacto y presentado en congresos nacionales e internacionales. Por ello, se opta por presentar esta tesis doctoral como compendio de publicaciones.

El canal radio se caracteriza por la variabilidad de la potencia de señal recibida en cada instante, la cual se da tanto a largo plazo como a corto plazo. La variabilidad a corto plazo se produce por las interferencias tanto constructivas como destructivas que provoca la propagación multicamino. En el canal radio es habitual poder tomar consideraciones de banda estrecha que permiten modelar las variaciones como una señal aleatoria conocida como fading. El estudio en términos estadísticos del fading ha dado lugar a modelos de canales radio con extraordinaria transcendencia en el desarrollo de las comunicaciones a través de ellos. Una de las técnicas que se utiliza para mitigar los efectos del *fading* es la diversidad en recepción. Esta consiste en recibir distintas versiones de la señal transmitida, lo cual puede conseguirse de distintas maneras. Una de las más comunes es la diversidad espacial, la cual tradicionalmente ha consistido en dotar a los receptores de distintas antenas; aunque este tipo de diversidad también se puede obtener actualmente estableciendo vías de comunicación a través de distintas estaciones retransmisoras (relays). De entre las distintas técnicas de diversidad existentes, este trabajo se centra en las técnicas conmutadas, las cuales consisten en cambiar de versión de señal recibida a conveniencia según varíe la potencia con la que se recibe cada una. Tanto algunos esquemas de retransmisión que se emplean en las redes de *relays* como las técnicas de diversidad conmutadas provocan discontinuidades en la potencia de señal recibida, lo cual dificultaba el análisis de estadísticos de orden superior que modelaran la variabilidad temporal de esta. En este trabajo se emplea un enfoque novedoso para el estudio de estos estadísticos con el que se obtienen distintas expresiones cerradas para ellos. Este estudio permite concluir cómo se comporta temporalmente el *fading* en un sistema capaz de conmutar entre distintas fuentes de diversidad, admitiendo todo tipo de distribuciones estadísticas y modelos de correlación temporal para la señal aleatoria. En la línea de este trabajo también se presenta un análisis en condiciones de alta SNR para los estadísticos de orden superior que concluye que estos son asintóticamente independientes de la correlación temporal.

El canal acústico subacuático, y especialmente el de aguas someras, está considerado entre los más hostiles canales de comunicación. Estos se comportan como un filtro paso bajo con altas pérdidas de propagación, y se caracterizan por la baja velocidad de propagación de la onda en el medio. Esto último provoca significativos ensanchamientos Doppler de las señales no solo en las comunicaciones móviles, sino incluso en condiciones cuasiestáticas donde la única variabilidad es provocada por las condiciones climáticas que perturban la geometría del canal con oleaje o corrientes. Además, el canal de aguas someras destaca por un acentuado efecto multicamino que realza la variabilidad temporal. Este es provocado por la superficie y el fondo marinos, que actúan como reflectores de onda. La propagación multicamino, unida a la baja velocidad de propagación, provocan un perfil de alta dispersión temporal en la respuesta impulsiva del canal. Los canales, donde la dispersión es significativa tanto en la frecuencia como en el tiempo, se conocen como canales overspread. Estos son canales cuyas respuestas duran más que el tiempo que estas mismas tardan en variar significativamente, lo cual dificulta extraordinariamente obtener una caracterización significativa mediante sondeo en campañas de medición. Por ello, este trabajo también presenta el modelo matemático para un simulador de canales acústicos móviles en aguas someras. Se parte de un modelo del canal en condiciones estáticas mediante un enfoque geométrico basado en el trazado de rayos entre transmisor y receptor. Los distintos caminos de propagación se caracterizan por una respuesta en frecuencia construida a partir de las expresiones que se encuentran en la literatura para la absorción y los coeficientes de reflexión. Estas respuestas se superponen considerando los distintos retardos de propagación para obtener la respuesta al impulso del canal a partir de la transformada de Fourier inversa. A partir de la respuesta estática construida se proponen distintas estructuras de sistemas que permiten la obtención de respuestas temporalmente variantes a partir de distintas respuestas invariantes. Este modelo ha sido contrastado con los resultados de una campaña de medidas de un canal real en términos de la función de *scattering*, la cual presenta la distribución de la potencia de un canal en la frecuencia y en el tiempo. La investigación realizada ha llevado a confirmar que estos canales pueden resultar *overspread* incluso para bajas velocidades de navegación de los transceptores. Además, un análisis detallado de la respuesta variante de estos canales también ha llevado a concluir que los canales acústicos subacuáticos no son recíprocos en lo que a la movilidad de los transceptores se refiere. Esto es, que la respuesta de los canales no se da en términos de la velocidad relativa entre transmisor y receptor, sino que es necesario tener en cuenta las velocidades absolutas de cada uno.

VI

Abstract

This doctoral thesis analyzes some of the characteristics of wireless channels, focusing on the effect of their temporal variations or the use of spatial diversity techniques. We studied both the radio channel and the underwater acoustic channel. Switched diversity techniques and higher-order statistics were considered for the first one. These techniques have been trending upward since the introduction of distributed cooperative diversity in relay networks, and these statistics summarize channel's temporal evolution. For the second one, we obtained a shallow-water acoustic channel model that allowed for a simulator capable of computing time-variant channel responses. This simulator is a very useful tool for this kind of channels research as their unconventional characteristics hinder their characterization via measuring campaign. We published the results for both in high impact factor journals and presented them in national and international congresses. For this reason, we have chosen to present this doctoral thesis as a compendium of publications.

The received power variability characterizes the radio channel. These temporal variations can be long and short-term. Short-term variations are caused by multipath propagation interferences. In radio channels, it is usual to consider narrow-band assumptions where a random signal known as fading models power variations. The statistical analysis of fading has allowed for channel models with outstanding significance on radio communications development. Reception diversity is one of the techniques that is widely used to mitigate the effects of fading. This technique consists in receiving different versions of the transmitted signal, which is achievable in various manners. One of the most common is spatial diversity, which has traditionally consisted of equipping the receivers with multiple antennas. Nonetheless, this kind of diversity can also be obtained nowadays by establishing communication through different relay stations. Among the existing diversity combination techniques, this work focuses on the switched ones, which consist in switching conveniently, when the received power change, to a different diversity source. Some relaying techniques, and switched diversity techniques also, cause discontinuities on the received power, which complicates the higher-order statistics analysis that models its temporal variability. On this report we employ a pioneering framework to study these statistics and obtain closed-form expressions for them. This analysis resolves how fading behaves temporally in a switched diversity system and admits all kind of statistical distributions and correlation models for random signal. In line with this work we also present an analysis for the higher-order statistics under high SNR conditions, which concludes that they are asymptotically independent of temporal correlation.

The underwater acoustic channel, and especially the shallow water channel, is considered among the most hostile communication channels. They behave like a low-pass filter with high propagation loss, and a low speed of propagation depicts them. The latter causes significant signal Doppler spread not only in mobile communications, but also in quasi-static conditions, where the only variations derive from weather conditions as swell and tides that disturb the channel geometry. In addition, the shallow water channel presents a strong multipath effect that enhances temporal variations as the water surface and the ocean bottom act as wave reflectors in these channels. The multipath propagation, coupled with the slow speed of propagation, results in a channel impulse response with an extraordinarily long delay profile. Channels with significant frequency and time spread are known as overspread channels. This kind of channel responses last longer than the time it takes for them to vary significantly. This characteristic makes it extremely difficult to obtain a meaningful characterization of them by sounding in measurement campaigns. Therefore, this work also presents the mathematical model for a simulator of mobile acoustic channels in shallow waters. The basis for this model is a geometrical approach based on ray tracing between transceivers. Each of the propagation paths is modelled by a frequency response constructed from the expressions for absorption and reflection coefficients found in the literature. Considering the different path delays the frequency responses get superimposed, from which we obtain the static channel impulse response by means of the inverse Fourier transform. We use this to propose different system structures to obtain time-varying responses from different static channel invariant responses. This model was corroborated by comparing it with a measurement campaign of a real channel in terms of the scattering function. This function shows the channel power distribution in frequency and time. This research confirms that these channels can result overspread even at low transceivers speed. Moreover, our in-depth analysis of the channel variant response has led to the conclusion that underwater acoustic channels are not reciprocal in terms of transceiver mobility. In other words, the channel response cannot be expressed in terms of the relative speed between transmitter and receiver, but it is necessary to take into account the absolute speed of each of them.

Lista de Acrónimos

AFD	Duración media del desvanecimiento (Average Fade Duration)
CDF	Función de distribución acumulada (<i>Cumulative Distribution Function</i>)
CIR	Respuesta al impulso del canal (<i>Channel Impulse Response</i>)
IDFT	Transformada discreta de Fourier inversa (Inverse Discrete Fourier Transform)
LCR	Tasa de cruces por nivel (Level Crossing Rate)
LOS	Línea de visión directa (<i>Line Of Sight</i>)
LTI	Lineal temporalmente invariante
LTV	Lineal temporalmente variante
PDF	Función densidad de probabilidad (Probability Density Function)
SNR	Relación señal-ruido (Signal-to-Noise Ratio)
SSC	Switch & Stay Combining
UAC	Comunicación acústica subacuática (Underwater Acoustic Communication)

Introducción

Objetivos de la Tesis

Los canales inalámbricos desempeñan un papel fundamental en las comunicaciones actuales, ya que permiten transmitir información en distintos entornos sin necesidad de desplegar infraestructuras con conexiones físicas y permiten la movilidad de los transceptores. Sin embargo, estos canales presentan características complejas y variantes que pueden afectar significativamente al rendimiento de los sistemas de comunicación. Es por eso que resulta necesario establecer modelos que permitan comprender y predecir el comportamiento de estos canales. Existen distintos tipos de canales inalámbricos con características distintas según el tipo de onda que se utilice para la comunicación y el medio por el que se transmitan. En esta tesis se ha estudiado el canal radio, de ondas electromagnéticas que se propagan por el aire, y el canal acústico subacuático.

Una de las características fundamentales del canal radio son las rápidas variaciones a corto plazo que sufre la potencia de señal recibida a través del mismo. Estas variaciones súbitas se deben a la interferencia entre distintas versiones de la señal que se reciben reflejadas desde distintos puntos con retardos similares. En el canal radio es habitual poder tomar asunciones de banda estrecha, lo cual permite modelar la potencia recibida como una señal aleatoria conocida como fading.

El análisis de estadísticos de orden superior de esta señal aleatoria, como son el *Le-vel Crossing Rate* y el *Average Fade Duration*, permite sintetizar en solamente algunos parámetros información relevante sobre cómo varían temporalmente estos canales. Para este análisis, se ha tomado tradicionalmente como punto de partida el trabajo de Rice [1], el cual tan solo impone una condición: la señal aleatoria debe ser continua. Este enfoque ha sido el empleado para encontrar un gran número de resultados en distintas casuísticas que presenta los canales.

Para mitigar los efectos del *fading* surgen distintas técnicas, entre ellas las configuraciones de diversidad espacial conmutada. Estas ténicas parten de la posibilidad de establecer distintos enlaces entre transceptores, de entre los cuales se puede elegir uno a conveniencia en cada momento. Estas técnicas, que tradicionalmente se habían implementado en receptores multiantena, vuelven a estar al alza desde la aparición del concepto de diversidad espacial distribuida que introdujeron las redes de *relays* [2–4]. Sin embargo, la condición de continuidad impuesta por Rice no se cumple en los canales con esta configuración. Por este motivo, en la literatura se encuentran pocos e inexactos resultados de estos estadísticos en canales con diversidad espacial conmutada. Por otra parte, en este tipo de análisis, cuando se usa la propuesta de Rice u otros enfoques alternativos, es necesario partir de algunas funciones de densidad de probabilidad, o de distribución de la misma, que no siempre se encuentran disponibles. Por ello, también resulta interesante investigar qué condiciones particulares permitirían relajar los requisitos necesarios para poder estudiar estos estadísticos en ciertos canales.

En cuanto al canal acústico subacuático, este empezó a despertar gran interés hace pocas décadas motivado por aplicaciones como la recolección de datos de investigación oceánica, o la comunicación con buzos o vehículos submarinos tanto tripulados como teledirigidos. Este canal presenta algunas peculiaridades que lo diferencian claramente de los canales inalámbricos más habituales, convirtiéndolo en un objeto de investigación cuyo potencial está aún por determinar. Esta tesis pretende profundizar en el estudio de las variaciones que sufre este canal cuando se admite el libre movimiento de los transceptores.

El empleo de ondas mecánicas para la comunicación hace necesario un estudio minucioso del canal que no tome asunciones erróneamente heredadas de otros canales más profundamente investigados. Se pueden encontrar distintas publicaciones donde se dan propuestas de respuestas del canal móvil acústico subacuático [5,6], sin embargo ninguna resuelve con precisión cuál es su definición de respuesta variante, lo cual da lugar a ciertas ambigüedades. Por ello, se hace necesario partir de la definición de respuesta variante del canal subacuático entre dos móviles.

Como se decía previamente, el canal acústico subacuático presenta ciertas características particulares que lo convierten en objeto de estudio. Entre ellas destaca la baja velocidad de propagación, que hace que incluso para velocidades moderadas en los móviles los desplazamientos Doppler de la frecuencia resulten muy significativos. Esta particularidad se ve realzada en los canales acústicos en aguas someras, donde también se potencia la propagación multicamino. Esto se debe a que, en aguas someras, la comunicación suele tener una dirección horizontal, lo cual provoca que tanto el fondo submarino como la superficie del agua actúen como reflectores de ondas. Si bien la baja velocidad de propagación causa desplazamientos Doppler relevantes, esta misma unida a la propagación multicamino provoca ensanchamiento espectral de la señal y un extenso perfil de retardos en la respuesta del canal. Estas dos características convierten al canal acústico en aguas someras en potencialmente overspread, es decir canales donde su respuesta dura más tiempo del que tarda en variar significativamente. Esta última propiedad convierte la caracterización de este canal mediante mediciones en una tarea en absoluto trivial [7]. Por ello, un simulador de este tipo de canales se plantea como una herramienta de gran utilidad.

Por todo ello, en esta tesis se plantean los siguientes objetivos orientados a contribuir al modelado tanto del canal radio como del canal acústico subacuático:

- Análisis de los estadísticos de orden superior de canales basados en técnicas de diversidad espacial conmutadas. Para ello, será necesario hacer un análisis alternativo al de Rice que tengan en cuenta el carácter discontinuo de la señal.
- Propuesta de alguna condición que permita, en cierto tipo de canales, una obtención más sencilla de los estadísticos de orden superior.
- Obtención de un modelo de canal acústico subacuático variante definido por las ecuaciones de movimiento del transmisor y el receptor.
- Implementación de un simulador de canal subacuático móvil en aguas someras que permita salvar las limitaciones que este canal presenta para su sondeo.

Organización de la Tesis

Este trabajo se organiza en seis capítulos. El primero presenta el estado del arte de los canales inalámbricos. Se discuten las principales características del canal radio y del canal acústico subacuático, y se detallan los resultados de los que se parte para modelar estos canales. También se exponen las técnicas de diversidad conmutada, y se presentan los antecedentes de cálculo de estadísticos de orden superior.

En el capítulo 2 se ofrece un resumen de las publicaciones que avalan la tesis, las cuales se presentan en los subsiguientes capítulos 3, 4, y 5. Las publicaciones consisten en un análisis de estadísticos de orden superior en escenarios de comunicaciones con diversidad conmutada; dos definiciones de la respuesta de canales temporalmente variantes que se emplean para discutir el modelado del canal móvil acústico subacuático; y los resultados de un simulador del canal móvil acústico subacuático en aguas someras, los cuales se comparan con los de una campaña de sondeo del canal.

Por último, en el capítulo 6 se exponen las conclusiones y líneas futuras que emanan de este trabajo.

Capítulo 1 Canales de comunicaciones inalámbricas

En este capítulo se hace un recorrido por las características más relevantes de los canales inalámbricos que han sido objeto de estudio de la tesis doctoral, así como por las técnicas de comunicación consideradas y los resultados de los que parten los trabajos publicado que la avalan.

Primero se pone el foco de forma cualitativa en el canal radio y el canal acústico subacuático, destacando las particularidades y singularidades que comparten o diferencian a ambos canales inalámbricos. Después se describen distintos modelos de canal inalámbrico: uno del canal acústico subacuático en aguas someras, y otro para los canales radio, que pueden asumirse de banda estrecha. Para estos últimos se detallan los principales modelos estadísticos de *fading*. También se presentan las técnicas de diversidad conmutadas que se han empleado tradicionalmente en receptores multiantena, y que ahora heredan modelos de diversidad distribuida existentes en las redes de *relays* modernas. Por último, se señalan algunas métricas que se emplean para estudiar la dinámica de las variaciones temporales de los canales inalámbricos.

1.1. Características de los canales inalámbricos

Los canales inalámbrico son medios de transmisión de información que permiten las comunicación sin la necesidad cables físicos. En su lugar, se utilizan ondas electromagnéticas de frecuencias de radio u ópticas, u ondas acústicas, que se propagan por el espacio libre, el cual típicamente es el aire, como en las comunicaciones radio; el vacío en las comunicaciones por satélite; o el agua en comunicaciones subacuáticas. Según el tipo de onda empleada y el medio de propagación, los canales inalámbricos presentan distintas propiedades. En este apartado se analizan las principales características del canal radio, que se basa en ondas electromagnéticas que se propagan por el aire, y del canal acústico subacuático.

1.1.1. Canal radio

El canal radio fue el canal inalámbrico más minuciosamente investigado durante el siglo XX desde que, poco antes de su comienzo, Marconi probase la posibilidad de transmitir a gran distancia ondas electromagnéticas por el aire [8]. Desde entonces las prestaciones de este nuevo canal se harían evidentes y su desarrollo imparable, consiguiéndose extender ampliamente el alcance de las comunicaciones, mejorar su coste energético, y abaratar los costes de producción de equipos terminales.

No obstante, no ha sido trivial el desarrollo de las técnicas que han permitido alcanzar las comunicaciones de alta velocidad y fiabilidad que hoy caracterizan al canal radio. Este canal, además de sufrir los inconvenientes clásicos como el ruido o las interferencias, también afronta las variaciones temporales en la potencia de la señal recibida debidas a la movilidad de la que se puede dotar a los terminales, o al siempre posible movimiento del resto de elementos del entorno que configuran el canal radio.

La variabilidad de la potencia recibida afecta de manera obvia a la relación señal-ruido (SNR) en el receptor, un parámetro clave para la correcta decodificación de mensajes. Estas variaciones pueden darse a pequeña escala, y a gran escala. Estas últimas las representan dos fenómenos diferenciables por la incertidumbre que provocan [9]:

- Pérdidas de propagación: las variaciones por este motivo se pueden anticipar, ya que se refieren a la atenuación que sufre la señal al propagarse por un medio, la cual se puede calcular dadas la longitud de onda empleada, la distancia entre terminales y la directividad de sus antenas.
- *Shadowing* o ensombrecimiento: representa las variaciones en la potencia media recibida que puede provocar la intromisión fortuita de objetos entre transmisor y receptor que absorban potencia de la señal.

Las pérdidas de propagación tienen relevancia al variar ampliamente la distancia entre terminales (100-1000 metros, según la banda del espectro empleada), mientras que los cambios que provoca el *shadowing* se manifiestan en un margen de variación de las distancias que configuran la geometría del canal proporcional al tamaño de los objetos que lo provoquen (10-100 metros en exteriores, y menos en interiores) [9]. Dentro de estos márgenes se pueden asumir condiciones cuasiestáticas del canal en cuanto a variaciones a gran escala de la potencia recibida.

Las variaciones a pequeña escala son aquellas que se dan por movimientos comparables a la longitud de onda, la cual se reduce hasta el orden del milímetro en las comunicaciones radio actuales. Esto es debido a la propagación multicamino, por la cual distintas versiones de la señal transmitida van llegando al receptor con distinta fase (y atenuación), provocando así interferencias tanto constructivas como destructivas. La propagación multicamino se refiere a los distintos caminos de propagación que encuentra la señal hasta alcanzar el receptor, al cual no llegará únicamente por un camino recto entre los terminales (LOS), si es que lo hay; sino también a través de distintos caminos que surgen por reflexión, dispersión o difracción en suelos, paredes, techos y otros objetos que las ondas electromagnéticas encuentren en su propagación. Esto da lugar a que la respuesta al impulso del canal (CIR) venga dada por un tren de pulsos que alcanzan el receptor con distinta atenuación y distintos retardos de propagación, que los hacen llegar con distinta fase [9].

Las ecuaciones de Maxwell permiten conocer con exactitud las características de propagación en un entorno dadas las condiciones de frontera que se obtengan de las características físicas de los objetos que compongan su geometría [9]. Sin embargo, la complejidad de este problema es elevada y no siempre es posible conocer al detalle todas las condiciones de frontera. Por ello, para obtener una aproximación de los múltiples caminos de propagación es habitual recurrir a la técnica del trazado de rayos, la cual aproxima los frentes de onda como partículas simples, como ya hizo Snell en el campo de la óptica.

El trazado de rayos permite construir modelos simples de propagación multicamino cuando se conoce la localización y las propiedades dieléctricas de los objetos que provocarán las principales reflexiones y refracciones que encontrará la onda electromagnética en su camino entre terminales. Esto permite calcular con aceptable precisión los retardos de propagación de los pulsos más relevantes de la respuesta del canal. Sin embargo, no es así con la atenuación de estos. Es excepcional que las reflexiones que conforman un camino de propagación sean en superficies perfectamente pulidas, más bien se darán reflexiones en superficies rugosas que provocan la dispersión (*scattering*) del rayo. Esto se traduce en que cada rayo estará realmente formado a su vez por un número elevado de subrayos, donde el retardo de cada uno de ellos sufrirá una variación irresoluble en torno al retardo asociado al rayo resuelto geométricamente. Así, un mismo rayo de nuestro modelo macrogeométrico está compuesto por múltiples versiones del pulso con diferentes fases, lo cual ya crea interferencias constructivas y destructivas en el propio camino, el cual posteriormente también interaccionará constructiva y destructivamente con el resto de pulsos asociados al resto de caminos [9].

Debido a esto último, es habitual hacer un análisis estocástico de este fenómeno de propagación que hace que la variación de la potencia recibida se dé también a pequeña escala (distancias del orden de la longitud de onda empleada) y resulte azarosa. A este proceso estocástico se le conoce como *fading* (desvanecimiento), y existen numerosos modelos estadísticos que se han ido proponiendo para caracterizar los desvanecimientos que se dan en los entornos más habituales en el canal radio. Estos modelos de *fading* se basan en asunciones de banda estrecha que se desglosan más adelante en este capítulo.

1.1.2. Canal acústico subacúatico

Desde hace algunos años el interés por las comunicaciones subacuáticas inalámbricas se ha incrementado notoriamente. Esta tecnología encuentra diversas aplicaciones entre las que se encuentran la monitorización de contaminación en sistemas medioambientales, el control de la industria del gas y el petróleo en alta mar, o la recolección de datos de medidas científicas en el fondo marino sin necesidad de retirar la instrumentación o de tener que utilizar cables para la comunicación. También en este entorno son esenciales las comunicaciones móviles con requisitos de tiempo real para garantizar las seguridad de las operaciones: en la industria naval posibilitan a los barcos y submarinos mantener una comunicación continua y eficaz; en aplicaciones de servicios de emergencia o en labores de investigación científica de los ecosistemas subacuáticos, donde también permiten la comunicación en tiempo real con buzos, o el manejo remoto de vehículos no tripulados [10].

Los sistemas de comunicaciones subacuáticos inalámbricos pueden estar basados en ondas electromagnéticas, ya sean de frecuencias de radio u ópticas, o en ondas acústicas. La alta permitividad y conductividad eléctrica del medio acuoso hacen que las ondas electromagnéticas de radio sufran una altísima atenuación que impide la comunicación incluso a distancias cortas [11]. Las ondas electrómagnéticas a frecuencias ópticas presentan menos atenuación, pero son muy sensibles a la turbidez del agua y, debido a la directividad de los dispositivos láser que utilizan, requieren sistemas complejos de apuntamiento automático [12]. Las ondas acústicas, en cambio, sufren menor atenuación en el agua y, por ello, permiten conseguir alcances que, dependiendo de las frecuencias utilizadas, pueden llegar a varios kilómetros. Esto motiva que las comunicaciones acústicas subacuáticas (UAC) sean la opción escogida en la mayoría de las aplicaciones. Pese a esto, este canal no es en absoluto ideal, pues las ondas acústicas sufren en su propagación subacuática diversos tipos de degradación y perturbaciones difíciles de compensar. Esta problemática convierte este canal en un foco actual de investigación.

Cabe distinguir dos tipos de canales acústicos subacuáticos según la profundidad en la que se trabaje. Cuando es mayor de 100 metros se les conoce como de aguas profundas y, si es menor, como de aguas someras. En aguas profundas, lo habitual, es que la comunicación tenga dirección vertical, perpendicular a la superficie del agua. Sin embargo, en aguas someras, la dirección suele ser horizontal, paralela a la superficie. Esta diferencia de dirección hace que en los segundos se produzcan reflexiones de las ondas en la superficie del agua y el fondo del mar que dan lugar a fenómenos de multicamino, con más degradación de las señales transmitidas. Si, ya de por sí, los canales UAC presentan complicaciones, el de aguas someras en concreto está considerado como uno de los canales de comunicaciones más hostiles [13, 14].

Las principales características de los UAC son las siguientes:

 Elevada atenuación. Se debe a dos fenómenos: la absorción y la dispersión. El primero de ellos es debido a la conversión de energía mecánica de la onda acústica en calor. El segundo es consecuencia de la dispersión de la energía debida a las características de propagación de la onda en el medio. Ambos mecanismos dan lugar a una atenuación que es creciente con la frecuencia y la distancia [15]. Lo cual limita el ancho de banda efectivo de estos canales a decenas de kHz a distancias de centenares de metros, o menos aún, si se quieren conseguir alcances de unos pocos kilómetros.

- Ruido. Tiene una componente ambiental ocasionada por el movimiento del agua y otra más específica del entorno debida a turbulencias, el romper de las olas, lluvia, barcos cercanos, etc. El ruido ambiental admite un modelado razonablemente bueno mediante la distribución Gaussiana, pero no así el específico del entorno. Además, el ruido resultante no es blanco (constante en frecuencia), sino coloreado con un decaimiento en alta frecuencia, fruto del incremento de la atenuación del mar con la frecuencia, que actúa como filtro paso bajo para el ruido externo. Además, en las aguas someras de todo el mundo es habitual contar con la presencia de gambas pistoleras que chascan sus pinzas provocando un potente ruido de banda ancha con carácter impulsivo que alejan al ruido del perfil Gaussiano [16].
- Variación temporal. Las variaciones de la respuesta del canal se deben principalmente a los movimientos de los transmisores y receptores, casi inevitables en un medio con tantos vaivenes y corrientes, y a las olas, que provocan variaciones en las reflexiones en la superficie. Esta variación temporal es muy significativa debido a la baja velocidad de propagación del medio, de tan solo unos 1500 m/s. Esta última característica, además de causar una gran latencia en los enlaces, incrementa de forma muy significativa el *delay spread* (ensanchamiento del retardo) en los enlaces multicamino y provoca desplazamientos y ensanchamiento Doppler extremos, aunque el transmisor y/o receptor se muevan a velocidades no muy elevadas [13,14,17].
- Propagación multicamino. Las múltiples reflexiones en la superficie y en el fondo marino, unido a la baja velocidad de propagación de las ondas acústicas en el agua provocan unas respuestas impulsivas muy largas y con múltiples componentes. Esta fuerte dispersión temporal supone una gran selectividad en frecuencia que se añade a una atenuación creciente con la frecuencia, característica de la propagación en el medio acuático. También los distintos ángulos de la propagación en cada camino provocan que el Doppler en cada uno de ellos sea distinto, dando lugar a un ensanchamiento espectral de la señal además de su desplazamiento por efecto Doppler [5,6,18,19].

Las características de variabilidad temporal y propagación multicamino se ven extraordinariamente acentuadas por la baja velocidad de propagación. Todo ello provoca ensanchamientos espectrales y respuestas impulsivas de larga duración, efectos que descartan la posibilidad de tomar las asunciones de banda estrecha que tan efectivas resultan en el análisis del canal radio. Cuando el *delay spread* de los canales no se puede considerar pequeño comparado con la inversa del ancho de banda aparece una distorsión de la señal muy significativa [9]. De hecho, en algunos casos puede ocurrir que se cumpla la condición de *overspread*: canales cuya respuesta impulsiva dura más tiempo que el que esta misma tarda en variar significativamente [20]. Por tanto, el canal UAC será estudiado como una canal de banda ancha, modelo que se desglosará más adelante.

Como conclusión cabe resaltar que no existe un canal UAC típico. Las condiciones climáticas, los ciclos estacionales y el lugar del océano escogido, las pérdidas de transmisión, el ruido, la dispersión, los estadísticos del *fading* y los ensanchamientos Doppler y del retardo cambian drásticamente; los sistemas de comunicación que funcionan satisfactoriamente en un sitio pueden no hacerlo en otro [17, 21].

1.2. Modelos de canales inalámbricos

Los modelos de canal son herramientas esenciales para comprender y diseñar sistemas de comunicaciones inalámbricas. Por ello se dedica este apartado a presentar los modelos en los que se basan los trabajos que esta tesis reúne.

Como se ha mencionado anteriormente la propagación multicamino es un fenómeno clave para entender la variabilidad e incertidumbre que se produce en las comunicaciones inalámbricas. Esta se produce cuando las señales transmitidas desde una fuente llegan al receptor a través de diferentes trayectorias debido a la reflexión, difracción y refracción en el entorno de propagación. Esto hace que distintas versiones de la señal transmitida alcancen el receptor interfiriendo entre sí y provocando variaciones súbitas de la potencia de señal recibida. Por este motivo, para modelar los canales inalámbricos, se utiliza una CIR variable temporalmente, la cual se define a partir de la siguiente expresión [22, Ecuación 1.3-3]:

$$r(t) = \int_0^\infty s(t-\tau)h(\tau,t)d\tau, \qquad (1.1)$$

donde r(t) es la señal recibida, la cual se obtiene por la convolución de la señal transmitida s(t) con la CIR $h(\tau, t)$, que representa la respuesta del canal en t a un impulso transmitido al canal en $t-\tau$, con $\tau > 0$ ya que el canal será un sistema causal. En la expresión anterior, para evitar desviar la atención del problema que se está planteando, se ha ignorado la señal ruido aditivo que también incorporará el canal.

Para poder modelar dicha CIR se parte de una señal a transmitir [22, Ecuación 2.1-8]:

$$s(t) = \Re \{ u(t)e^{j2\pi f_c t} \}, \tag{1.2}$$

donde u(t) es una envolvente compleja con ancho de banda B. Si para cada instante t el modelo geométrico de trazado de rayos permite establecer que existen un total de N(t)

caminos de propagación además del camino LOS, la señal recibida puede expresarse como

$$r(t) = \Re \left\{ \sum_{n=0}^{N(t)} \alpha_n(t) u \big(t - \tau_n(t) \big) e^{j2\pi f_c \big(t - \tau_n(t) \big)} \right\},$$
(1.3)

donde $\alpha_n(t), \tau_n(t)$ son, respectivamente, la atenuación y retardo asociados al *n*-ésimo camino de propagación, siendo n = 0 el camino LOS¹.

De estas expresiones se concluye que el equivalente paso bajo de la CIR que modela el canal inalámbrico en un instante t a un impulso transmitido τ segundos antes es [9]:

$$h(\tau, t) = \sum_{n=0}^{N(t)} \alpha_n(t) e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} \delta(\tau - \tau_n(t)).$$
(1.4)



Figura 1.1: Escenario de comunicación inalámbrica con propagación multicamino.

En la Figura 1.1 se muestra un escenario en un instante dado, t_0 , donde el modelo geométrico de trazado de rayos permite modelar el canal caracterizándolo como una propagación multicamino con $N(t_0) = 4$. La señal viaja del transmisor al receptor a través de un camino LOS, al que se agregan los caminos que crean tres reflectores planos,

¹Esta expresión proviene de [9, Ecuación 3.2], donde también aparece una componente ϕ_{D_n} para representar un desplazamiento Doppler de la fase. En este trabajo se entiende que el desplazamiento Doppler se deriva de las variaciones temporales de $\tau_n(t)$.

uno de ellos móvil, y también el de una superficie rugosa que crea un camino que a su vez estará formado por múltiples caminos con distinta fase.

Los cinco caminos de este modelo macrogeométrico se considerarán resolubles siempre que la diferencia entre el retardo entre uno y otro sea mucho mayor al ancho de banda de la señal transmitida $(|\tau_i - \tau_j| >> B^{-1})$ [9].

Por supuesto, el escenario propuesto en la Figura 1.1 ofrece una imagen sencilla pero poco realista de la dispersión que sufre la señal inalámbrica. Los reflectores planos son ideales, y en escenarios reales las reflexiones serán generalmente sobre superficies rugosas. Como se ya se ha señalado, estas reflexiones imperfectas configuran escenarios con altos niveles de dispersión, donde los rayos macrométricos están típicamente formados por múltiples rayos con retardos de propagación similares pero no idénticos que interfieren entre sí. Esto introduce en el canal una incertidumbre que hace necesaria la propuesta de modelos estadísticos.

En el canal radio, donde la propagación de las ondas electromagnéticas ocurre a la velocidad de la luz, la similitud entre los retardos generalmente permite tomar una asunción de banda estrecha para el modelado. Esto, como se expondrá más adelante, posibilita un modelado estadístico sencillo de estos canales que ha permitido significativos avances en su estudio. En cambio, cuando no se puede tomar esta asunción, como ocurre en los UAC, donde se espera tener extensos *delay spreads* debido a la baja velocidad de propagación y un acuciante efecto multicamino, un modelado efectivo de los mismos sigue siendo objeto de investigación.

Como se ha visto, la caracterización completa de un canal la da su CIR temporalmente variable. Sin embargo, esta función es una cantidad de información abrumadora que no favorece la comprensión intuitiva del comportamiento del canal, o una posible clasificación en canales típicos que permitan encontrar modelos comunes. Es por ello que algunas métricas de canales permiten condensar la información disponible sobre el canal con el objetivo de hacer su comprensión y análisis más accesible [23].

Algunas de las métricas más relevantes de los canales, como el *power delay profile*, el tiempo de coherencia, el ensanchamiento Doppler, o el ancho de banda de coherencia, se derivan de su función de autocorrelación o de su función de *scattering* [9].

Se define la función autocorrelación de un canal estacionario tanto temporalmente como en frecuencia como

$$R(\Delta t, \Delta f) = E[H^*(f, t)H(f + \Delta f, t + \Delta t)], \qquad (1.5)$$

donde

$$H(f,t) = \int_0^\infty h(\tau,t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$
(1.6)

es la respuesta en frecuencia del canal, la cual evoluciona temporalmente.

Mediante transformadas de Fourier en ambos dominios de la autocorrelacion se obtiene la función de *scattering* [9, Ecuación 3.63]

$$C(\nu,\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R(\Delta t, \Delta f) e^{-j2\pi\nu\Delta t} e^{j2\pi\tau\Delta f} d\Delta t d\Delta f, \qquad (1.7)$$

también conocida como la función de ensanchamientos Doppler y del retardo, la cual muestra el potencia media asociada a cada retardo τ y frecuencia Doppler ν en el canal.

1.2.1. Modelo del canal acústico subacuático en aguas someras

Ya se ha señalado que el canal acústico en aguas someras añade a las, de por sí, hostiles características de los UAC, el efecto de una propagación multicamino extrema causada por potentes reflexiones de la señal tanto en el fondo como la superficie marina. Esto unido a la baja velocidad de propagación $c \sim 1500$ m/s, provoca un *delay spread* significativamente prolongado donde, además, el efecto Doppler también será muy representativo.

Por tanto, el canal se asume selectivo tanto en tiempo como en frecuencia, y con posibilidad de resultar ser lo que se conoce como canal *overspread* [20]. Se consideran canales *overspread* aquellos en los el producto del máximo desplazamiento Doppler y el máximo retardo es elevado. Esto se traduce en que la respuesta de estos canales dura más tiempo que el que la propia respuesta tarda en variar significativamente. Esta característica, además de dificultar el modelado de estos canales, también convierte en una tarea compleja el diseño de las señales de sondeo que permitan extraer información significativa mediante campañas de medición de este tipo de canales [7,21].

Para entender cómo actúa un canal de estas características, se plantea un primer modelo determinista basado en geometría de rayos con reflectores planos inspirado en la propuesta de Qarabaqi y Stojanovic [18]. La Figura 1.2 muestra un esquema del modelo a partir de una serie de parámetros que configuran la geometría del escenario: la profundidad del agua, w, la cual se considera constante; la altura del transmisor y el receptor sobre el fondo, w_{Tx} , w_{Rx} ; y la distancia horizontal entre transmisor y receptor, d.

A partir de estos datos, mediante trigonometría, se obtienen las longitudes y ángulos de reflexión asociados a cada camino de propagación. A partir de las longitudes de cada rayo p_i se puede calcular los retardos τ_i y las pérdidas de propagación, mientras que con los ángulos θ_i se pueden obtener los coeficientes de pérdidas por reflexión. Esto permite construir una respuesta en frecuencia del canal.



Figura 1.2: Esquema de la propagación multicamino de un UAC en aguas someras.

$$H(f) = \sum_{i=0}^{P} H_i(f) e^{-j2\pi f\tau_i},$$
(1.8)

donde $H_i(f)$ es la atenuación en frecuencia a cada camino, y P determina el número de caminos a considerar. La atenuación en frecuencia de cada camino, $H_i(f)$, refleja las pérdidas de propagación y la pérdida de potencia por cada reflexión en la superficie y fondo marino. El efecto de la propagación se puede modelar mediante las ecuaciones de pérdidas libres de propagación y las fórmulas de Thorp y de Marsh-Schulkin del coeficiente de absorción para las ondas acústicas en el mar [24, Capítulo 1], las cuales dependen de la frecuencia. Mientras que las pérdidas en cada reflexión se calculan mediante coeficientes que se calculan a partir de, entre otros, las densidades de los medios [24, Capítulo 3].

A partir de este modelo estático se pueden computar los puntos necesarios de la respuesta en frecuencia para, mediante la transformada discreta de Fourier inversa (IDFT), obtener la respuesta al impulso del modelo.

Considerando rayos hasta que estos se ven atenuados más de 40 dB con respecto a LOS, este modelo arroja respuestas al impulso con un *delay spread* de centenas de milisegundo, siendo más prolongadas cuando se consideran fondos rocosos, donde las pérdidas por reflexión son menores que en fondos arenosos. Con esta duración de la respuesta al impulso queda confirmada la necesidad de estudiarlo como un canal de banda ancha. Es decir, que no se cumple la condición de banda estrecha que se describe en la siguiente sección. Pues para hacerlo, no sólo sería necesario trabajar a velocidades de transmisión excesivamente bajas (menor a 10 símbolos por segundo), sino que serían necesarias asunciones demasiado comprometidas como que un medio tan turbulento no variará en unos márgenes temporales tan amplios, cuando simplemente el oleaje en la superficie puede cambiar drásticamente los ángulos de reflexión.

Este modelo determinista puede completarse con la variación temporal y ensanchamiento Doppler mediante algunas caracterizaciones estadísticas en condiciones estacionarias. Estas añaden al modelo geométrico la incertidumbre que introduce al canal considerar rugosidad en los reflectores o algunos fenómenos como el oleaje, las corrientes submarinas, o las burbujas [14, 18, 19, 25, 26]. Otra perspectiva para ampliar este modelo es utilizarlo como referente para un canal con la variabilidad temporal no estacionaria que introduce el movimiento libre de los transceptores en el medio. Esta última idea se presenta en los Capítulos 4 y 5.

1.2.2. Modelos de canales de banda estrecha

Como se ha señalado previamente, el canal radio permite tomar la asunción de banda estrecha, lo cual simplifica el modelado de los canales como se explica a continuación.

Un canal se dice que es de banda estrecha si el delay spread es significativamente inferior a la inversa de su ancho de banda, máx $\{\tau_i - \tau_j\} \ll B^{-1}, \forall i, j \in [0, N(t)]$. En este caso se puede asumir que $u(t - \tau_i) \approx u(t)$. Por lo cual se puede reescribir (1.3) como:

$$r(t) = \Re \left\{ u(t)e^{j2\pi f_c t} \left[\sum_{n=0}^{N(t)} \alpha_n(t)e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} \right] \right\}.$$
 (1.9)

Es decir, que bajo esta suposición y una aproximación, se puede decir que la señal recibida será la señal transmitida multiplicada por un factor de escala complejo que no depende de lo que se transmita, siempre que se pueda considerar de banda estrecha.

Este factor de escala complejo es lo que se denomina fading:

$$a(t) = a_I(t) + ja_Q(t), (1.10)$$

donde $a_I(t), a_Q(t)$ son respectivamente las componentes en fase y cuadratura del *fading*, o desvanecimientos, de la señal recibida:

$$a_I(t) = \sum_{n=0}^{N(t)} \alpha_n(t) \cos(2\pi f_c \tau_n(t)), \qquad (1.11)$$

$$a_Q(t) = \sum_{n=0}^{N(t)} \alpha_n(t) \sin(2\pi f_c \tau_n(t)).$$
(1.12)

A partir de estos resultados y de distintas asunciones sobre las características del escenario donde se produce la comunicación inalámbrica, se obtienen los principales modelos estadísticos de *fading* que se usan para el análisis de canales inalámbricos de banda estrecha.

Distribución normal o gaussiana:

Cuando N(t) es grande, es decir si existe abundancia de caminos irresolubles en recepción, y las amplitudes y fases de los distintos caminos son independientes entre sí, el Teorema central del límite permite caracterizar las componentes en fase y cuadratura del fading, $a_I(t), a_Q(t)$, como variables aleatorias gaussianas independientes.

Una variable aleatoria que sigue una distribución normal o gaussiana, $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, se define por la función densidad de probabilidad (PDF) [22]:



$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}.$$
(1.13)

Figura 1.3: PDF distribución normal con distintas medias y varianzas. y su función de distribución acumulada (CDF) es

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(u) du = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^x e^{-(u-\mu)^2/2\sigma^2} du$$
$$= \frac{1}{2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{(x-\mu)/\sqrt{2\sigma^2}} e^{-t^2} dt$$
$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{x-\mu}{\sqrt{2\sigma^2}}\right), \qquad (1.14)$$

donde $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ es la función de error de Gauss. La Figura 1.3 y la Figura 1.4 muestran representaciones de (1.13) y (1.14) respectivamente para distintos valores de la media y la varianza.


Figura 1.4: CDF de la distribución normal con distintas medias y varianzas.

Una característica interesante de la distribución normal es que, dadas n variables aleatorias normales e independientes, $X_i \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2)$, su suma $Y = \sum X_i$ es otra variable aleatoria normal, $Y \sim \mathcal{N}(\sum \mu_i, \sum \sigma_i^2)$ [22].

Distribución chi-squared, χ^2

La distribución *chi-squared* o χ^2 es una generalización que entre sus casos particulares incluye las distribuciones Rayleigh y Rice. Estas dos distribuciones se explican más adelante y describen escenarios de *fading* muy típicos en comunicaciones inalámbricas. Se detalla primero la distribución *chi-squared* para posteriormente poder exponer Rayleigh y Rice con solo un par de concreciones sobre este modelo. El principal atractivo de *chisquared* frente a Rayleigh o Rice es que ofrece más grados de libertad por lo que es más fácil que se ajuste a un *fading* del que se han tomado medidas empíricas.

Esta distribución se basa en variables aleatorias subyacentes, gaussianas todas ellas. Dadas k variables aleatorias independientes con distribución normal, $X_i \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma^2)$, donde todas tienen la misma varianza aunque no necesariamente misma media; se dice que la variable aleatoria

$$Y = \sum_{i=1}^{k} X_i^2$$
 (1.15)

sigue una distribución χ^2 con k grados de libertad [22].

En el caso particular que todas las gaussianas sean de media nula, $X_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \forall i$, se dice que Y será *chi-squared* central. La PDF de una variable χ^2 central con k grados de libertad es

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sigma^k 2^{k/2} \Gamma(0,5k)} y^{k/2-1} e^{-y/2\sigma^2} \text{ con } y \ge 0,$$
(1.16)

donde $\Gamma(p) = \int_0^\infty t^{p-1} e^{-t} dt \mod p > 0$ es la función Gamma. La Figura 1.5 muestra representaciones de (1.16) para distintos valores de k.





La CDF de una variable χ^2 central con k grados de libertad es

$$F_Y(y) = \int_{-\infty}^y f_Y(u) du = \int_0^y \frac{1}{\sigma^k 2^{k/2} \Gamma(0,5k)} u^{k/2-1} e^{-u/2\sigma^2} du.$$
(1.17)

Esta integral puede ser fácilmente manipulada para expresarse en forma de la función gamma incompleta, la cual está tabulada [22]. Sin embargo, cabe destacar que en el caso particular en que k es par, esta CDF sí tiene una expresión cerrada. Para $m = \frac{k}{2}$, con $m \in \mathbb{N}$, la expresión de la CDF de un distribución χ^2 central con k (par) grados de libertad es

$$F_Y(y) = 1 - e^{-y/2\sigma^2} \sum_{i=0}^{m-1} \frac{1}{i!} \left(\frac{y}{2\sigma^2}\right)^i, \text{ con } y \ge 0.$$
(1.18)

Volviendo sobre la definición de Y en (1.15), cuando al menos una de las gaussianas subyacentes tiene media no nula, se dice que Y será *chi-squared* no central. La PDF de una variable χ^2 no central con k grados de libertad es

18

$$f_Y(y) = \frac{1}{2\sigma^2} \left(\frac{y}{s^2}\right)^{(k-2)/4} e^{-(s^2+y)/2\sigma^2} I_{k/2-1}\left(\sqrt{y}\frac{s}{\sigma^2}\right) \text{ con } y \ge 0,$$
(1.19)

donde $I_n(x)$ es la función modificada de Bessel de primera especie de orden n, y $s^2 = \sum \mu_i^2$ es el parámetro de no centralidad de la distribución.



Figura 1.6: PDF de la distribución χ^2 no central con distintos grados de libertad y distintos parámetros de no centralidad ($\sigma^2 = 1$).

Para obtener la CDF, $F_Y(y) = \int_{-\infty}^y f_Y(u) du$ conduce nuevamente a una integral que no tiene una expresión cerrada. Sin embargo, una vez más, cuando $m = \frac{k}{2} \in \mathbb{N}$, se da que

$$F_Y(y) = 1 - Q_m\left(\frac{s}{\sigma}, \frac{\sqrt{y}}{\sigma}\right) \text{ con } y \ge 0,$$
(1.20)

donde $Q_m(a,b) = \int_b^\infty x \left(\frac{x}{a}\right)^{m-1} e^{-(x^2+a^2)/2} I_{m-1}(ax) dx$ es la función Q generalizada de Marcum de orden *m*, la cual se puede encontrar tabulada [22].

Distribución Rayleigh

Esta distribución se utiliza para caracterizar la envolvente R de una señal de banda estrecha en canales inalámbricos, $R(t) = \sqrt{a_I^2(t) + a_Q^2(t)}$. En concreto la distribución modela entornos con mucha dispersión, como los canales de una red celular [22], donde los distintos caminos se combinarán en una único rayo resoluble sin que predomine ninguno de los rayos no resolubles en particular. Como se vio anteriormente, bajo esta premisa, según el Teorema central de límite, $a_I(t), a_Q(t)$ serán variables aleatorias conjuntamente gaussianas en las que, además, $\mu = 0$ al no predominar ninguna fuente de dispersión.

Para poder caracterizar la variable aleatoria R se recurre a la distribución χ^2 central con dos grados de libertad. Sea la variable aleatoria $Y = a_I^2 + a_Q^2$, con $a_I, a_Q \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, de (1.16) con k = 2, se obtiene su PDF

$$f_Y(y) = \frac{1}{2\sigma^2} e^{-y/2\sigma^2} \text{ con } y \ge 0.$$
 (1.21)

Por tanto, $R = \sqrt{a_I^2 + a_Q^2} = \sqrt{Y}$, y mediante un cambio de variable en (1.21) se obtiene la PDF de una distribución Rayleigh

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2} \text{ con } r \ge 0.$$
 (1.22)

La CDF de una distribución Rayleigh resulta:

$$F_R(r) = \int_{-\infty}^r f_R(u) du = 1 - e^{-r^2/2\sigma^2} \text{ con } r \ge 0.$$
 (1.23)

La Figura 1.7 y la Figura 1.8 muestran representaciones de (1.22) y (1.23) respectivamente para distintos valores de la varianza σ^2 de las distribuciones normales de las componentes de fase y cuadratura.



Figura 1.7: PDF de la distribución Rayleigh para distintos valores de la varianza de a_I y a_Q .



Figura 1.8: CDF de la distribución Rayleigh para distintos valores de la varianza de a_I y a_Q .

Distribución Rice

Esta distribución también modela la envolvente R de una señal de banda estrecha en canales inalámbricos. Al igual que la distribución Rayleigh pretende modelar entornos con mucha dispersión donde todos los caminos se combinarán en una único rayo resoluble, diferenciándose esta vez en que sí que existirá un camino predominante entre ellos: una componente LOS. Por lo que en este caso $a_I(t), a_Q(t)$ serán variables aleatorias conjuntamente gaussianas con media, $\mu \neq 0$.

Por lo tanto, en este caso se recurre a la distribución χ^2 no central, de nuevo con dos grados de libertad correspondientes a las componentes en fase y cuadratura de la envolvente. Sea, en este caso, la variable aleatoria $Y = a_I^2 + a_Q^2 \operatorname{con} a_I, a_Q$ gaussianas independientes de varianza σ^2 y medias μ_1 y μ_2 respectivamente, de (1.19) con k = 2, se obtiene su PDF

$$f_Y(y) = \frac{1}{2\sigma^2} e^{-(s^2 + y)/2\sigma^2} I_0\left(\sqrt{y}\frac{s}{\sigma^2}\right) \text{ con } y \ge 0,$$
(1.24)

donde $s^2 = \mu_1^2 + \mu_2^2$.

Por lo que, de nuevo, atendiendo a que $R = \sqrt{Y}$ y mediante cambio de variable en (1.24) se tiene que la PDF de una distribución Rice es

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-(r^2 + s^2)/2\sigma^2} I_0\left(\frac{rs}{\sigma^2}\right) \text{ con } r \ge 0.$$
(1.25)

La CDF de una distribución Rice se obtiene a partir de (1.20) con m = 1

$$F_R(r) = 1 - Q_1\left(\frac{s}{\sigma}, \frac{r}{\sigma}\right) \text{ con } r \ge 0.$$
(1.26)

La Figura 1.9 y la Figura 1.10 muestran representaciones de (1.25) y (1.26) respectivamente para distintos valores del parámetro de no centralidad s con varianza unitaria para las componentes de fase y cuadratura, $\sigma^2 = 1$. Como es de esperar, el caso s = 0coincide con una distribución Rayleigh.



Figura 1.9: PDF de la distribución Rice para distintos valores de s ($\sigma^2 = 1$).



Figura 1.10: CDF de la distribución Rice para distintos valores de s ($\sigma^2 = 1$).

Distribución Nakagami-m

Otra distribución que se utiliza frecuentemente para modelar la envolvente R del fading en canales ianlámbricos es la distribución Nakagami-m, un modelo empírico propuesto por Nakagami en 1960 [22].

Este modelo propone la siguiente PDF:

$$f_R(r) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m r^{2m-1} e^{-mr^2/\Omega},$$
(1.27)

donde $\Omega = E(R^2)$ es el valor cuadrático medio de la envolvente, y $m \ge \frac{1}{2}$ es un parámetro propio de esta distribución. Este último determina la forma que toma la PDF, y se define como

$$m = \frac{E^2(R^2)}{VAR(R^2)} = \frac{\Omega^2}{E((R^2 - \Omega)^2)}, \ m \ge \frac{1}{2}.$$
 (1.28)

En la Figura 1.11 se puede observar cómo m modifica por completo la distribución. En ella se representa (1.27) para distintos valores de Ω y del parámetro m.



Figura 1.11: PDF de la distribución Nakagami-m para distintos valores de Ω , y m.

La distribución Nakagami-m con m = 1 coincide con la Rayleigh. En el caso $\frac{1}{2} \leq m < 1$, se obtienen distribuciones con colas más largas que una Rayleigh. En cambio, cuando m > 1 la PDF decae más rápido que la de una Rayleigh. Esto se puede observar en la Figura 1.12 donde se muestra (1.27) para distintos valores de m con valor cuadrático medio unitario.



Figura 1.12: PDF de la distribución Nakagami-m para distintos valores de m ($\Omega = 1$).

Modelo para la evolución temporal del fading

Hasta ahora el análisis estadístico del *fading* en distintos entornos se ha limitado a estudiar la forma en que se distribuye la variable aleatoria. Si bien para el estudio de estadísticos de orden superior, como el que se presenta en el Capítulo 3, es necesario considerar cómo puede evolucionar temporalmente la variable aleatoria.

Para ello, se estudiará la correlación del *fading* en canales de comunicaciones móviles. Los resultados que se consideran en este apartado se basan en algunas de las asunciones que típicamente se toman para los modelos de canal sin componente LOS, como Rayleigh.

La idea clave en este modelo es considerar que la fase asociada a cada uno de los caminos que contribuyen al fading, $2\pi f_c \tau_n(t)$, es capaz de variar drásticamente con minúsculos cambios en $\tau_n(t)$. Esto es razonable ya que f_c es una frecuencia alta. Por tanto, se puede asumir que la fase está distribuida uniformemente en $[-\pi, \pi]$, lo cual permite calcular con facilidad que:

- Las variables aleatorias a_I, a_Q son gaussianas de media nula, igual varianza e independientes,
- las señales aleatorias $a_I(t)$, $a_Q(t)$ son conjuntamente estacionarias en sentido amplio (WSS), y en consecuencia, también lo es la señal recibida r(t).

Con el objetivo de obtener una expresión sencilla que permita presentar cálculos útiles

para canales inalámbricos relevantes, esta propuesta se centra en los entornos con una gran dispersión uniforme de rayos que alcanzan el receptor en todas las direcciones. Este es un modelo que introdujo Clarke [27] y posteriormente desarrolló Jakes [28]. Concretamente, como se muestra en la Figura 1.13, este modelo considera que N rayos con la misma potencia alcanzan el receptor con misma separación angular $\theta = \frac{2\pi}{N}$.



Figura 1.13: Escenario con dispersión uniforme.

Cuando se lleva esta situación de alta dispersión al límite, $N \to \infty$, $\theta \to 0$, se obtiene que la correlación cruzada entre fase y cuadratura es nula, y que la autocorrelación de cada una de las componentes del *fading* es

$$A(\tau) = P_r J_0(2\pi f_D \tau),$$
 (1.29)

donde P_r es la potencia recibida, $f_D = \frac{v}{\lambda_c}$ es la frecuencia Doppler provocada por el móvil, y $J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} e^{-jx \cos \theta} d\theta$ es la función de Bessel de primera especie de orden 0.

En la Figura 1.14 se muestra un trazo de $J_0(2\pi f_D \tau)$. Es interesante observar que la autocorrelación se haría nula para $f_D \tau \approx 0.4$ o, de forma equivalente, $v\tau \approx 0.4\lambda_c$. Esto indica que la señal pierde la correlación a distancia de aproximadamente media longitud de onda bajo la suposición de dispersión uniforme. Esta aproximación se usa comúnmente para separar las múltiples antenas en sistemas con diversidad espacial, los cuales se presentan en el apartado 1.3 para obtener *fadings* independientes.

Estos resultados permiten computar la CDF bivariable de dos instantes de un *fading* con modelo de correlación de Jakes. Por ejemplo, en [29, Ecuación 6.5] se da la CDF de dos variables Rayleigh con potencias Ω_1, Ω_2 y coeficiente de correlación en potencia $0 \le \rho \le 1$:



Figura 1.14: Función de Bessel de primera especie y orden 0 para valores de $f_D \tau$.

$$F_{R_1,R_2}(r_1,\Omega_1;r_2,\Omega_2|\rho) = 1 - \exp\left(\frac{-r_1^2}{\Omega_1}\right) Q_1\left(\sqrt{\frac{2}{1-\rho}}\frac{r_2}{\sqrt{\Omega_2}};\sqrt{\frac{2\rho}{1-\rho}}\frac{r_1}{\sqrt{\Omega_1}}\right) - \exp\left(\frac{-r_2^2}{\Omega_2}\right) \left[1 - Q_1\left(\sqrt{\frac{2\rho}{1-\rho}}\frac{r_2}{\sqrt{\Omega_2}};\sqrt{\frac{2}{1-\rho}}\frac{r_1}{\sqrt{\Omega_1}}\right)\right]. \quad (1.30)$$

A partir de esta última expresión es posible proponer la CDF bivariable de dos muestras consecutivas para un fading Rayleigh de potencia Ω con modelo de correlación de Jakes: $F_{R(t),R(t+T_s)}(r_1,\Omega;r_2,\Omega|\rho)$ con $\rho = |J_0(2\pi f_D T_s)|^2$, siendo T_s el tiempo entre las muestras.

1.3. Técnicas de diversidad conmutadas

Como se ha visto anteriormente, la propagación multicamino que se da en los canales inalámbricos degrada la señal recibida de distintas maneras. En el caso de canales de banda estrecha lo hace mediante el *fading*. Las técnicas de diversidad son estrategias que se utilizan en comunicaciones inalámbricas para mejorar la calidad de la señal recibida en presencia de fading o atenuación. La diversidad consiste en aprovechar la posibilidad de obtener múltiples versiones de la señal recibida. Esta diversidad puede conseguirse de distintas maneras, como por ejemplo, en el dominio de la frecuencia, usando distintas portadoras para transmitir la información; o en el del espacio, transmitiendo y/o recibiendo a través de distintas antenas.

26

Independientemente del origen de la diversidad, se debe conseguir que la señal llegue afectada por *fadings* estadísticamente independientes a través de cada uno de los enlaces; ya que la idea principal que hay detrás de estas técnicas es la baja probabilidad de que variables independientes experimenten un fuerte desvanecimiento simultáneamente. Por lo que las técnicas de diversidad combinan la señal recibida por los distintos caminos o enlaces creados con el objetivo de mitigar los efectos del *fading*. En el apartado anterior ya se ha mencionado cómo se pueden conseguir *fadings* independientes en entornos de dispersión uniforme mediante una separación específica entre antenas.

Existen distintas técnicas que usan la diversidad en recepción para mitigar los efectos del *fading*. Algunas de ellas combinan a la vez las distintas versiones de la señal recibida, como son *Maximal Ratio Combining* (MRC), y *Equal Gain Combining* (EGC). En este caso, para que la combinación resulte constructiva, será necesaria una detección coherente de las señales que permita alinear las fases de las distintas recepciones. Otras en cambio, solamente utilizan una de las recepciones cada vez, y por tanto no es necesaria la detección coherente. Estas últimas son las técnicas de diversidad conmutadas.

Las técnicas conmutadas no son capaces de conseguir el mismo rendimiento que aquellas que aprovechan siempre toda la diversidad disponible. Pese a esto, vuelven a estar al alza desde la introducción del concepto de diversidad cooperativa [2–4].

Las redes de *relays* se implantaron como partes imprescindibles de las nuevas generaciones de sistemas de comunicación móvil de banda ancha como 3GPP LTE-Advanced, IEEE 802.16j o IEEE 802.16m [30]. Los relays constituyen una forma diferente de diversidad en la que una fuente y un destino pueden establecer comunicación a través de distintas estaciones retransmisoras. Por tanto, cada relay puede considerarse una fuente de diversidad distribuida con la que utilizar las técnicas de diversidad clásicas de receptores multiantena. Sin embargo, tener distintas fuentes de diversidad disponibles en recepción requiere transmisión ortogonal desde distintas estaciones, lo cual conlleva pérdida de eficiencia espectral. Es por esto, que las técnicas commutadas se presentan como una alternativa interesante. Además, el concepto de diversidad distribuida permite obtener el rendimiento de equipos terminales sofisticados a otros muchos más simples.

1.3.1. Selection Combining y Opportunistic Relaying

Selection combining es la técnica conmutada que mejor rendimiento consigue. Su planteamiento es muy sencillo en escenarios de diversidad concentrada: si se plantea un receptor con distintas antenas colocadas de forma que se obtenga un *fading* independiente en cada una de ellas, se elige en cada momento la antena con mayor SNR [29, Sección 9.7].

Un modelo de sistema para esta técnica se presenta en la Figura 1.15, donde se consideran N antenas receptoras con SNR $Z_i[n]$ en la *i*-esima antena en el instante n, y

SNR de salida Z[n]. Nótese que la SNR se toma como una función de variable de tiempo discreto, ya que el cálculo de la misma será el resultado de una implementación digital que ofrecerá estimaciones cada cierto tiempo de muestreo.



Figura 1.15: Modelo de sistema para la técnica Selection Combining.

Para seleccionar la mejor antena con mejor SNR es necesaria una monitorización continua de todas las antenas. Para evitar este requisito surgió la técnica conmutada que se presentan en el siguiente apartado. Aunque el avance tecnológico logró que el coste computacional de monitorizar la SNR de las distintas antenas dejase de ser preocupante, este sí lo sigue siendo para el empleo de esta técnica en escenarios de diversidad distribuida.

Opportunistic Relaying es el nombre que recibe la versión distribuida de esta técnica en redes de *relays* [31]. Un esquema de canal con diversidad distribuida se muestra en la Figura 1.16. Con esta configuración monitorizar la SNR que se obtiene desde cada uno de los posibles *relays* retransmisores ya no es una cuestión de capacidad de cómputo o complejidad del hardware, sino de la monitorización extremo a extremo de cada uno de los enlaces disponibles. Además, también es necesario enviar información de control que indique a cada *relay* si debe retransmitir o permanecer inactivo.

1.3.2. Switch & Stay Combining

Switch & Stay Combining (SSC), también conocida como Threshold Combining, es otra técnica popular de recepción con diversidad. Esta vez la salida del receptor se mantiene siguiendo la de una antena seleccionada siempre y cuando su SNR se mantenga por encima de un determinado umbral. Cuando la SNR cae por debajo de dicho umbral, se conmuta automáticamente a otra antena, la cual se seguirá mientras la SNR se mantenga por encima del umbral [29, Sección 9.8]. La conmutación entre antenas suele seguir un orden secuencial dentro de una lista circular. Este método, frente a Selection Combining, presenta la ventaja de que no requiere monitorizar continuamente la SNR en todas las



Figura 1.16: Esquema de diversidad distribuida en una red de relays.

ramas, sino la de una sola cada vez. Con esta técnica se reduce, además, el número de conmutaciones ya que tiende a mantenerse en una misma antena siempre que la SNR no se degrade demasiado.

En la Figura 1.17 se muestra un ejemplo del modo de operación que propone esta técnica. Al principio la salida está siguiendo a la antena 1. La SNR cae por debajo del umbral u_{SSC} en n = 2, es por eso que se conmuta a la antena 2. La señal en la antena 2 también está por debajo del umbral, pero esta muestra se saca inmediatamente porque la antena 2 no estaba siendo monitorizada y es a la que tocaba acudir tras caer el nivel en la antena 1. En n = 3 ya se está monitorizando la antena 2 y, al no cumplir la condición del umbral u_{SSC} , se conmuta a la antena 3. La señal en la antena 3 sigue estando por encima del umbral hasta el instante n = 7, por ello la salida sigue a esta antena hasta ese momento. En n = 7 se conmuta a la antena 1.

Como ya se ha comentado, esta técnica presenta ciertas ventajas con respecto a *Selection Combining*: se reduce la monitorización y las conmutaciones. Esto resulta particularmente interesante en los escenarios de diversidad distribuida, donde esto conlleva incrementar la eficiencia espectral al reducirse la señalización necesaria para implementar la técnica. El concepto de SSC distribuido se presentó en [32, 33]



Figura 1.17: Ejemplo del modo de operación de la técnica Switch & Stay Combining

1.4. Estadísticos de orden superior: Level Crossing Rate y Average Fade Duration

Las métricas de canales son parámetros que se pueden obtener mediante mediciones o cálculos a partir del modelo del canal. Estas permiten evaluar el canal para optimizar el uso que se hace del mismo, o clasificarlos para analizarlos según características comunes.

Ya se vio anteriormente que distintas distribuciones de probabilidad permiten modelar el *fading* de un canal de banda estrecha mediante su PDF o CDF. Estas funciones se usan para calcular distintas medidas de rendimiento como la BER (tasa de error de bit), la capacidad del canal (máxima tasa de información que se puede transmitir), o la probabilidad de *outage* (probabilidad de que la comunicación se interrumpa por no recibir la señal con potencia suficiente).

Estas métricas aportan información muy relevante para evaluar el canal. Sin embargo, se basan en estadísticos de primer orden, que no tienen en cuenta la correlación temporal y por tanto no aportan información dinámica del canal. Para estudiar la evolución temporal del canal se presentan a continuación otras métricas basadas en estadísticos orden superior, los cuales aportan información de cómo varían los canales con el transcurso del tiempo: el *Level Crossing Rate* (LCR), o tasa de cruces por nivel, y el *Average Fade Duration* (AFD), o duración media del desvanecimiento.

El LCR indica con qué frecuencia la envolvente del *fading*, o la SNR, cruza por un determinado nivel. Por tanto, permite conocer cada cuánto tiempo se esperaría que se produzca el *outage* en un canal. Mientras que el AFD se refiere al tiempo medio en el que la envolvente permanece por debajo de cierto nivel una vez que lo ha cruzado. Es decir, permitiría anticipar el número medio de bits que se verán afectados por un desvanecimiento de la potencia recibida.

Rice propuso en 1944 la herramienta [1] que se ha usado habitualmente para computar el LCR en diversos escenarios de *fading*, considerando también canales que implementan técnicas de diversidad [34–41]. Este cálculo partía de la PDF conjunta de la envolvente del *fading* con su derivada en el tiempo.

Es interesante resaltar que todos estos resultados se han dado para procesos aleatorios continuos y, además, que las expresiones obtenidas se restrigen a una distribución y un modelo de correlación particular. Por otro lado, también se observa en algunos de estos resultados que cuando se contrastan con simulaciones discuerdan las curvas con los puntos de simulación para valores bajos del nivel al que se le calcula el LCR. Este fenómeno se da porque la simulación es un proceso de naturaleza discreta y el análisis se presenta para procesos continuos. En la literatura se sugiere que la discordancia entre simulación y análisis proviene de que en el caso discreto se pueden perder cruces por el nivel que ocurran entre una muestra y otra [42] como se muestra en la Figura 1.18; por lo tanto, el resultado del análisis continuo del problema es una cota superior para los procesos muestreados.



Figura 1.18: Cruce por nivel de un proceso continuo perdido por muestreo

Esta discordancia entre análisis y simulación, unida a que los sistemas contemporáneos de comunicación trabajan en tiempo discretos invitaron a dar un nuevo enfoque al análisis del LCR [43]. A continuación se contextualiza el problema de cálculo del LCR explicando de forma simplificada el enfoque clásico de Rice, para posteriormente presentar el enfoque para procesos discretos.

Enfoque clásico de Rice

Rice [1] planteó el problema a partir del cálculo del número medio de ceros por segundo que encontraría en una curva aleatoria y(t). Se define un intervalo de observación para y, $[t_1, t_1 + dt]$, con dt tan pequeño que sólo de lugar a rectas sin posibilidad de curvatura en el intervalo:

$$y = \eta(t - t_1) + \xi, \text{ con } t_1 \le t \le t_1 + dt$$
 (1.31)

donde ξ es el valor de y en el instante t_1 y η la pendiente de la curva en t_1 .

El instante t_0 donde la recta cruza por cero es:

$$0 = \eta(t_0 - t_1) + \xi,$$

$$t_0 = t_1 - \frac{\xi}{\eta},$$
(1.32)

el cual ocurrirá en nuestro intervalo de observación si

$$t_1 < t_1 - \frac{\xi}{\eta} < t_1 + dt. \tag{1.33}$$

Por tanto, ξ y η han de ser forzosamente de signo contrario para que el cero se encuentre en nuestro intervalo.

Para calcular el número de cruces por cero, se centra el interés solamente por las veces que lo cruza con pendiente positiva, pues lo hará el mismo número de veces con pendiente negativa. Por lo que ahora, asumiendo $\eta > 0$, y dada (1.33), únicamente interesan los valores $\xi < 0$. Con esta nueva restricción se vuelve sobre (1.33)

$$t_{1} < t_{1} - \frac{\xi}{\eta} < t_{1} + dt,$$

$$0 < -\frac{\xi}{\eta} < dt,$$

$$0 < -\xi < \eta dt,$$

$$-\eta dt < \xi < 0.$$
(1.34)

Mediante la definición de una PDF conjunta de ξ y η en el instante t_1 , $p(\xi; \eta; t_1)$, la probabilidad de satisfacer (1.34), es decir la de que haya un cruce por cero con pendiente positiva en un intervalo infinitesimal, viene dada por

$$\int_{0}^{\infty} \int_{-\eta dt}^{0} p(\xi;\eta;t_1) d\xi d\eta = dt \int_{0}^{\infty} \eta p(0;\eta;t_1) d\eta,$$
(1.35)

donde se toma que dt es tan pequeño que la PDF es constante en el intervalo de integración, $p(\xi; \eta; t_1) = p(0; \eta; t_1), \forall \xi \in [-\eta dt, 0].$

Cuando el proceso aleatorio que se estudia es estacionario, se tiene que $p(\xi; \eta; t_1) = p(\xi; \eta)$, $\forall t_1$. De esta manera, al dividir (1.35) por dt, se obtiene una expresión para la cantidad de cruces por cero con pendiente positiva por segundo de un proceso aleatorio estacionario

$$N_c(0) = \int_0^\infty \eta p(0;\eta) d\eta.$$

Esta expresión resulta generalizable para cualquier nivel de cruce u en un proceso aleatorio estacionario r(t),

$$N_c(u) = \int_0^\infty \dot{r} p(u; \dot{r}) d\dot{r}, \qquad (1.36)$$

siendo \dot{r} la derivada temporal de r(t). Esta última expresión es la herramienta que se emplea tradicionalmente para el cálculo del LCR en procesos continuos.

LCR en procesos aleatorios de variable discreta

En [43] se presenta un nuevo enfoque para calcular el LCR y el AFD de un proceso aleatorio muestreado. Además, las nuevas expresiones convergen a la solución clásica de Rice cuando se llevan al límite $T_s \to 0$, siendo T_s el periodo de muestreo. El enfoque es el siguiente: sea $Z[n] = R(nT_S)$ un proceso aleatorio discreto que proviene de muestrear una envolvente aleatoria estacionaria y continua R(t), la tasa media de cruces por el nivel u en sentido positivo de Z es

$$N_Z(u) = \frac{\Pr\{Z_1 < u, Z_2 > u\}}{T_s},$$
(1.37)

donde $Z_1 \triangleq R(t), Z_2 \triangleq R(t+T_s)$ y $\Pr\{X\}$ indica la probabilidad del suceso X. Se puede ver, por su procedencia, que Z_1 y Z_2 son variables aleatorias correladas y que están idénticamente distribuidas. Es por eso que se puede escribir su CDF como $F_Z(z) \triangleq F_{Z_1}(z) = F_{Z_2}(z)$. Por otro lado, se define su CDF conjunta como $F_{Z_1,Z_2}(z_1, z_2) = \Pr\{Z_1 < z_1, Z_2 < z_2\}.$ 34

Es fácil darse cuenta de que $\Pr\{Z_1 < u, Z_2 > u\} = \Pr\{Z_1 < u\} - \Pr\{Z_1 < u, Z_2 < u\}$, por lo que se puede reescribir (1.37) como

$$N_Z(u) = \frac{F_Z(u) - F_{Z_1, Z_2}(u, u)}{T_s}.$$
(1.38)

Nótese que esta expresión es válida para cualquier distribución y modelo de correlación temporal de la envolvente. A diferencia de la propuesta de Rice, donde queda una integración pendiente de la PDF conjunta del *fading* y su derivada, esta expresión es cerrada siempre que la CDF $F_Z(u)$ y la CDF bivariable $F_{Z_1,Z_2}(u, u)$ estén disponibles.

Una vez conocido el LCR, es trivial obtener el AFD [43]. El tiempo medio que dura un desvanecimiento por debajo de un nivel u es

$$A_Z(u) = \frac{F_Z(u)}{N_Z(u)} = T_s \left(1 - \frac{F_{Z_1, Z_2}(u, u)}{F_Z(u)}\right)^{-1}.$$
(1.39)

Capítulo 2 Resumen de publicaciones

2.1. Higher Order Statistics in Switch and Stay Diversity Systems

En el Capítulo 3 se presenta la publicación:

A. Sauco-Gallardo, U. Fernández-Plazaola, L. Díez, E. Martos-Naya, "Higher Order Statistics in Switch and Stay Diversity Systems", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 66, no. 2, pp. 1222-1232, febrero 2017, doi: 10.1109/TVT.2016.2557659.

En ella se analizan los estadísticos de orden superior LCR y AFD de la SNR obtenida en distintos escenarios donde se práctica la técnica de diversidad conmutada *Switch & Stay Combining* (SSC). Se consideran los escenarios de diversidad concentrada y distribuida presentados en la sección 1.3. Se entiende por escenarios de diversidad concentrada aquellos donde la diversidad se consigue mediante receptores equipados con múltiples antenas; mientras que por diversidad distribuida se entiende escenarios donde equipos terminales con una sola antena consiguen fuentes de diversidad comunicándose a través de distintas estaciones retransmisoras de una red de *relays*. Un esquema de cada uno de estos escenarios se presenta en la Figura 1 de la publicación.

Para el escenario de diversidad distribuida, la publicación centra particularmente su análisis en *relays* que utilizan una retransmisión *Decode* \mathcal{E} *Forward* por umbral. El funcionamiento de esta técnica es sencillo: cuando un *relay* recibe la señal con una SNR por encima de un umbral, se asume que será capaz de decodificar el mensaje para volverlo a modular y retransmitirlo libre de errores; en cambio, cuando la SNR no supera dicho umbral, el *relay* no decodifica el mensaje y no retransmite nada.

Tanto la técnica de diversidad SSC como la de retransmisión *Decode & Forward* se basan en umbrales de la SNR para bien conmutar, o bien para decidir si retransmitir o dejar de hacerlo. Estos modos de funcionamiento aportan una característica particular a la SNR de salida en estos sistema: es una señal aleatoria discontinua. Por tanto el enfoque clásico de Rice para calcular el LCR [1] no es adecuado, pues asume continuidad en la señal aleatoria. Es por ello que se emplea el enfoque discreto que se plantea en [43] y que permite calcular el LCR y AFD en términos de las CDF unidimensional $F_Z(u)$ y bidimensional $F_{Z_1,Z_2}(u_1, u_2)$ de la distribución que modela la SNR:

LCR:
$$N_Z(u) = \frac{F_Z(u) - F_{Z_1, Z_2}(u, u)}{T_s}$$
,
AFD: $A_Z(u) = \frac{F_Z(u)}{N_Z(u)}$.

Por lo tanto, el trabajo publicado se centra primero en la obtención de las expresiones de estas CDF de salida en cada uno de los escenarios de diversidad propuestos. La única asunción que sea hace es la de modelos de *fading* independientes e idénticamente distribuidos para las distintas fuentes de diversidad, permitiendo cualquier distribución estadística y modelo de autocorrelación temporal. Las expresiones de las CDF de la SNR de salida en el escenario de diversidad concentrada se dan en la publicación en (6) para la unidimensional, y (8) para la bidimensional; mientras que en el escenario de diversidad distribuida son (9) para el unidimensional, y (10) para la bidimensional.

Los diferentes resultados para cada escenario se deben a los distintos modos de funcionamiento que se entienden para aplicar la técnica SSC en cada uno de ellos. Sus particularidades se detallan en la Sección II de la publicación.

Además, el trabajo también aporta un análisis asintótico del LCR y el AFD con alta SNR en la Sección IV. Se entiende por alta SNR que esta, en promedio, es mucho mayor que el nivel por el cual se estudian la tasa de cruces o la duración media por debajo del mismo. El resultado de este análisis es la siguiente expresión, que muestra que el comportamiento asintótico del LCR para alta SNR únicamente depende de la PDF unidimensional del *fading* normalizado $f_{\bar{z}}(\bar{u})$:

$$\log(\bar{N}_{Z}(\bar{u}))|_{\bar{u}\to 0} \sim m\log(\bar{u}) + \log\left(\frac{1}{m!}\frac{d^{(m-1)}f_{\bar{Z}}(\bar{u})}{d\bar{u}^{(m-1)}}\right),$$

donde $\bar{N}_Z(\bar{u}) = N_Z(\bar{u}) \cdot T_S$ es el LCR normalizado de la SNR Z en torno a un nivel de SNR normalizado por la SNR media $\bar{u} = u/\Omega$. Se denota mediante m al orden de la primera derivada no nula de la PDF de la SNR en torno a 0.

Este comportamiento asintótico tiene forma de recta en escala logarítmica con una pendiente m que coincide con la pendiente con la que decae para alta SNR la probabilidad de *outage*. Esta tasa de decaimiento se conoce como el orden de diversidad del *fading*.

En la Sección V de la publicación se presentan resultados numéricos mediante distintas figuras. Se destacan en esta sección algunas de ellas para la comprensión de los resultados.

Por ejemplo, en la Figura 2.1 que aquí se adjunta, se muestran tanto las curvas exactas como la recta asintótica para el LCR en un escenario concentrado donde se emplea SSC con 2 antenas, o con 3 o más, con *fading* Rayleigh en cada una de ellas y distintos niveles de autocorrelación temporal. Se destacan las ideas siguientes:

- Las curvas presentan la forma típica de las de LCR en los extremos: una curva con comienzo creciente y final decreciente. Esto se da porque los valores extremos, al ser raramente alcanzados, tienen menos cruces en torno a ellos.
- La dependencia del LCR con el número de antenas se pone de manifiesto especialmente en la zona central de la gráfica, en el entorno cercano al umbral de conmutación \overline{T} , siempre y cuando se observen escenarios con cierto nivel de correlación temporal. Esto es debido a que cruces por niveles tales potencian las conmutaciones en el sistema. Cuando hay dos antenas solamente las conmutaciones pueden provocar que se vuelva rápidamente a la misma antena, donde, para alta correlación temporal, habrá menos variabilidad (menos cruces); si hay más antenas, aunque la correlación temporal sea alta se tarda más en volver a la antena origen y se produce más variabilidad (más cruces).
- Por otra parte, aunque las expressiones halladas tienen dependencia con el número de antenas, en el límite asintótico para alta SNR este no interviene. Esto se explica sabiendo que el LCR por un nivel está asociado a la probabilidad de caer por debajo del mismo. En el límite asintótico de alta SNR la probabilidad de estar por debajo de un nivel tiende a 0, por lo que esta resulta ínfima se guarde o no correlación temporal.

En las Figuras 6 y 7 de la publicación se validan las expresiones asintóticas del LCR en escenarios similares al anteriormente descrito, pero esta vez con distribuciones de fading Nakagami-q (Hoyt) y Nakagami-m respectivamente. Se muestra cómo la forma de distribución desplaza las asíntotas hacia la izquierda o la derecha variando su parámetro en el caso Hoyt, o cómo la pendiente de la asíntota coincide con el orden de diversidad en el caso Nakagami-m.

También aquí se adjunta la Figura 2.2, donde se profundiza en el análisis del rendimiento de los sistemas SSC concentrado con distinto número de antenas. En concreto se compara la probabilidad de *outage* (escala izquierda) con su duración media en número de muestras (escala derecha) para distintos valores del umbral de conmutación. Cuando se sitúa el umbral en el nivel de *outage*, la probabilidad alcanza su mínimo valor, aunque no necesariamente lo hace la duracion. Esto es una consideración importante a tener en cuenta en comunicaciones en tiempo real donde la latencia es un factor crítico. Además, los resultados obtenidos arrojan que la incorporación de una tercera antena a estos sistemas, si bien no aporta beneficios en términos de probabilidad de *outage*, sí que lo hace reduciendo su duración media, en contra de lo que la bibliografía argumentaba sobre el tema [44]. Es lógico pensar que, cuando se conmuta a una tercera antena, sea



Figura 2.1: Curvas analíticas para el LCR normalizado de la SNR de salida en un receptor SSC con diversidad concentrada y umbral de conmutación $\overline{T} = -5$ dB. Se consideran distintos números de antenas N y distintos coeficientes de correlación temporal ρ del fading en cada una de ellas. Distribución Rayleigh independiente de igual potencia media en todas sus antenas. Los puntos marcados representan resultados de simulación que validan el análisis. La línea negra discontinua es la recta de comportamiento asintótico para alta SNR.

más probable salir del *outage* que si se retorna a aquella antena cuyo nivel instantáneo de SNR lo provocó en primer lugar.

Por último las Figuras 9 y 10 de la publicación muestran el LCR y el AFD, respectivamente, en escenarios distribuidos donde se emplea SSC con la retransmisión de al menos 2 relays. En estos escenarios se da un comportamiento asintótico singular debido a la técnica *Decode & Forward* por umbral que se asumen en las estaciones retransmisoras, la cual acumula una cantidad finita de probabilidad para el valor nulo de SNR. Este fenómeno se estudia como un caso singular en el desarrollo de la Sección IV de la publicación. La curva exacta del LCR también se verifica mediante puntos de simulación en este caso.

En conclusión, las aportaciones más significativas de la publicación fueron encontrar



Figura 2.2: Curvas analíticas de la probabilidad de *outage* y su duración media (AOD) (se considera el *outage* en 10 dB) frente a la elección del umbral de conmutación T en un escenario SSC concentrado con N = 2 o $N \ge 3$. Distribución Rayleigh independiente de igual potencia media $\Omega = 10$ dB o $\Omega = 20$ dB y mismo coeficiente de correlación $\rho = 0.95$.

expresiones novedosas para el LCR y el AFD en escenarios de diversidad conmutada tanto clásicos con receptores multiantena como en los nuevos escenarios de diversidad distribuida en estaciones de *relays*. En general, las técnicas basadas en umbrales carecían de análisis de estadísticos de orden superior por la inherente discontinuidad que estas provocan en los procesos aleatorios, inhabilitando el enfoque clásico de Rice [1] para calcularlos. Por ello, se aplica un enfoque novedoso basado en procesos aleatorios muestreados [43], el cual resulta oportuno debido a la implementación real de este tipo de técnicas. Los resultados son generales y válidos para cualquier distribución estadística del *fading* y modelo de autocorrelación temporal del mismo. Para ello se obtuvieron expresiones cerradas tanto de la CDF unidimensional como de la CDF bidimensional de la salida de combinadores SSC tanto concentrados como distribuidos. Estas se dan en términos de las CDF del *fading* a las entradas del combinador. Además, también se incorpora al trabajo

40 CARACT. CANALES INALÁMBRICOS CON VARIACIONES TEMPORALES Y DIVERSIDAD

un análisis del comportamiento asintótico del LCR y el AFD en escenarios con alta SNR, y se concluye que solamente es necesario conocer la PDF unidimensional del *fading* para caracterizar este comportamiento.

2.2. On the mobile-to-mobile linear time-variant shallow-water acoustic channel response

En el Capítulo 4 se presenta la publicación:

A. Sauco-Gallardo, U.Fernández-Plazaola, L. Díez, "On the Mobile-to-Mobile Linear Time-Variant Shallow-Water Acoustic Channel Response", *International Journal* of Communication Systems, vol. 31, enero 2018, doi:10.1002/dac.3474.

En ella se exponen algunos conceptos sobre la CIR de canales lineales temporalmente variantes (LTV) con el objetivo de poder modelar adecuadamente el canal UAC móvil. Se encuentran conexiones entre la CIR temporalmente invariante (LTI) de un canal estático y dos posibles definiciones distintas de la CIR temporalmente variante de un canal móvil. Estas relaciones resultan muy útiles para el diseño de un simulador de canal dinámico a partir de los modelos estáticos que se encuentran en la bibliografía. Un simulador de este tipo de canales es particularmente interesante, especialmente para el canal UAC en aguas someras que es potencialmente *overspread*, y resulta difícil obtener una buena caracterización del mismo mediante sondeo [7,21].

Algunas publicaciones proponen modelos para el canal acústico subacuático móvil [5,6]. Sin embargo, estas propuestas no explican de manera explícita en qué términos definen la CIR variante temporal y las dan en términos de la velocidad relativa entre los transceptores, en lugar de las velocidades absolutas de cada uno. Se debe recordar que esta asunción de reciprocidad se basa en que la velocidad de los móviles sea muy pequeña en comparación con la velocidad de propagación de la onda por el medio [45], circunstancia que no se da en el canal UAC, que se caracteriza por una velocidad de propagación extraordinariamente baja.

Por este motivo, para establecer un modelo que evite asunciones erróneamente heredadas de otros escenarios, se propone partir de una definición rigurosa de la CIR variable temporal que modelará este canal. Un sistema lineal temporalmente variante (LTV) se caracteriza por completo mediante su función de Green g(n,m), la cual representa la respuesta del sistema en un instante n a un impulso en un instante m [46, Sección 3.5.1]. Por el principio de superposición, cuando la señal x(n) se introduce en el sistema, su salida viene dada por

$$y(n) = \sum_{m} g(n,m) x(m)$$

A partir de la función de Green se proponen dos definiciones de la CIR de un sistema LTV. La primera es

$$p_n(m) = g(n, n-m),$$

la respuesta en el instante n que provoca un impulso m instantes antes, es decir en n-m. Esta definición permite obtener la salida de un sistema LTV de la manera habitual, mediante una convolución:

$$y(n) = \sum_{m} p_n(m)x(n-m)$$

La segunda definición de la CIR de un sistema LTV que se puede dar es

$$r_n(m) = g(n+m,n),$$

la respuesta m instantes después a un impulso en n. Esta segunda definición también permite escribir la salida del sistema como una convolución:

$$y(n) = \sum_{m} r_m(n-m)x(m)$$

Estas dos definiciones permiten construir dos modelos de sistema LTV compuestos por diferentes sistemas LTI. Estos modelos se basan en las estructuras que se presentan en la Figura 2.3. Se nombra a $p_n(m)$ como la CIR LTV tipo I y a $r_n(m)$ la CIR LTV tipo II. La tipo I es la definición más habitual de encontrar cuando se analizan sistemas LTV, aunque esta no sea propiamente una CIR. Esto es que, para obtener la respuesta en un instante n, es necesario insertar el impulso al sistema precisamente en n - m; mientras que la estructura tipo II sí permite introducir el impulso en cualquiera instante n.



Figura 2.3: A) Primera estructura de sistema LTV, la salida va conmutando cada n a un nuevo sistema LTI con respuesta $p_n(m)$. B) Segunda estructura de sistema LTV, la entrada va conmutando cada n a un nuevo sistema LTI con respuesta $r_n(m)$.

Los tipos CIR definidos se pueden emplear de la siguiente manera para modelar un canal móvil. Sean a(n), b(n) la posición del transmisor y el receptor respectivamente en cada instante n, se puede escribir que

$$p_n(m) = h^S_{a(n-m),b(n)}(m),$$

 $r_n(m) = h^S_{a(n),b(n+m)}(m),$

donde $h_{a,b}^S(m)$ es la respuesta LTI que arroje un modelo estático para el canal cuando el receptor se encuentra en una posición a y el receptor en otra posición b. Se puede hablar de respuestas basadas en la posición de los transceptores ya que los modelos de canales UAC en aguas someras se basan en la construcción de la geometría del problema con trazado de rayos entre estos. La estructura LTV tipo I, que da la respuesta en n a un impulso en n - m, se corresponde con la del canal estático configurado con la geometría de la posición que tenga el receptor en n y la que tuviese el transmisor en n - m. La estructura LTV tipo II, que da la respuesta en n+m a un impulso en n, se corresponde con la del canal estático configurado con la geometría de la posición que tenga el transmisor en n + m.

Estas definiciones se van a emplear para justificar que en estos canales la respuesta no tiene por qué ser la misma aunque la posición relativa entre transceptores sí lo sea, si no que dependerá de si es el receptor o el transmisor el que se mueva. Para ilustrarlo en la publicación se comparan dos parejas de casos sencillos:

- A. Transmisor quieto con receptor alejándose a velocidad constante frente a receptor quieto con transmisor alejándose a la misma velocidad constante.
- B. Transmisor y receptor mantienen distancia invariable moviéndose ambos a velocidad constante en la misma dirección y sentido frente a transmisor y receptor quietos separados una distancia idéntica a la que mantienen en el caso dinámico.

En todos los casos se ha usado el modelo de canal estático de Qarabaqi y Stojanovic [18] para el cual se dispone del simulador presentado en el Capítulo 5. Por simplicidad, sin restar generalidad, se considera que el movimiento de los transceptores está contenido en un plano que presenta una geometría homogénea que no varía en todo el escenario. También se considera que los transceptores siempre se encuentran a la misma profundidad y la dirección de movimiento es paralela al fondo, por lo que la respuesta del canal estático solamente depende de la distancia entre transceptores d(n).

Bajo estas suposiciones se puede escribir que para los casos expuestos en A:

$$p_n^{\text{Rx}}(m) = r_n^{\text{Tx}}(m) = h_{d(n)}^S(m),$$

donde los superíndices Rx y Tx indican que el que está en movimiento es el receptor o el transmisor respectivamente. Si se expresan las respuesta de los dos canales con el mismo tipo de CIR LTV se tiene que esta es distinta para cada caso:

$$\begin{aligned} r_n^{\text{Rx}}(m) &= p_{n+m}^{\text{Rx}}(m) = h_{d(n+m)}^S(m), \\ p_n^{\text{Tx}}(m) &= r_{n-m}^{\text{Tx}}(m) = h_{d(n-m)}^S(m). \end{aligned}$$

En la Figura 2.4, se muestra la CIR tipo II de los canales contemplados en el caso A para una banda de hasta 128 kHz. Se considera una profundidad del agua 18 m, altura de los transceptores de 12 m sobre el fondo. El eje horizontal representa el perfil de retardo τ de la respuesta, mientras que el eje vertical muestra la evolución temporal de la distancia entre transceptores desde los 800 m a los 801 m. Se puede observar de manera evidente que la respuesta del canal en la que el receptor se aleja (colores fríos en la gráfica) es una versión desplazada de la respuesta del canal en la que el transmisor es el que se aleja (colores cálidos en la gráfica). El desplazamiento temporal entre una respuesta y otra se mantiene constante para los distintos rayos en una corte horizontal de la gráfica. Se concluye que cuando el receptor se aleja se traduce en una equivalencia con una reducción de la velocidad de propagación en el medio, por tanto el desplazamiento Doppler que provocará será inferior. Por otra parte, si se observa otro corte horizontal de la gráfica también evoluciona temporalmente de manera proporcional a la distancia d(n).



Figura 2.4: Respuestas variantes tipo II, $r_n^{\text{Rx}}(m)$, $r_n^{\text{Tx}}(m)$, cuando receptor, o transmisor respectivamente, se aleja mientras el otro permanece estático, $d(n) = d_0 + vn \text{ con } d_0 = 800 \text{ m}$, $v \sim 3,086 \text{ m/s}$ (6 nudos).

Los casos expuestos en B son los de sistemas invariantes temporalmente, ya que la única fuente de variación que se ha admitido es la distancia entre ellos. Sin embargo, aunque la distancia entre el caso estático y el caso dinámico sea la misma resultan tener distintas respuestas:

$$h(m) = h_{d_0}^S(m),$$

 $h^D(m) = h_{(d_0+vm)}^S(m)$

donde el superíndice D indica canal dinámico.

En la Figura 2.5 se muestran las CIR temporalmente invariantes para estos canales con todos los parámetros configurados de igual manera que en la Figura 2.4, salvo la distancia entre transceptores $d(n) = d_0 \forall n$. Se vuelve a apreciar un claro desplazamiento en el perfil de retardos entre un canal y otro. Además, es significativo destacar que en el caso dinámico al resultar un canal temporalmente invariante, no habrá desplazamientos Doppler.



Figura 2.5: Respuestas temporalmente invariantes de los canales en los que transmisor y receptor mantienen una distancia constante $d_0 = 800$ m, bien de manera estática, permaneciendo quietos, o bien de manera dinámica, viajando a la misma velocidad $v \sim 3,086$ m/s (6 nudos) en la misma dirección y sentido.

Para concluir se destaca que se ha abordado el problema de los canales móviles UAC en aguas someras con un enfoque completamente distinto al habitual. Esto ha permitido obtener una definición de su respuesta variante que permite construir un simulador de canal a partir de los modelos estáticos ya existentes. Esta aproximación al problema ha incitado a deducir que, debido al uso de ondas mecánicas, la reciprocidad de movimientos entre transceptores dejar de ser aplicable, a diferencia de las comunicaciones basadas en ondas electromagnéticas. Se ha ilustrado esta singularidad mediante algunos resultados numéricos obtenidos a partir de un modelo contrastado de canal estático.

2.3. A Simulator for Mobile-to-Mobile Shallow-Water Acoustic Channels

En el Capítulo 5 se presenta la publicación:

A. Sauco-Gallardo, U. Fernández-Plazaola, J. F. Paris, A. Sánchez, L. Díez, "A simulator for mobile-to-mobile shallow-water acoustic channels", *OCEANS 2016 MTS/IEEE*, Monterey, septiembre 2016, pp. 1-5, doi: 10.1109/OCEANS.2016.7761355

Esta publicación en congreso internacional expuso los detalles de diseño de un simulador de canal UAC móvil en aguas someras, el cual validó sus resultados comparándolos en términos de la función de *scattering* con datos recolectados en una campaña de medidas. El simulador aquí propuesto utiliza la idea presentada en el Capítulo 4, donde la respuesta de un canal temporalmente variante se construye a partir de distintas respuestas de canales temporalmente invariantes.

Se propone un modelo de canal invariante que recogerá las principales características del canal UAC en aguas someras inspirado en la propuesta de Qarabaqi y Stojanovic [18]. Este modelo ofrece una respuesta en frecuencia del canal, la cual se obtiene a partir de la superposición de un número finito P de caminos de propagación entre transceptores:

$$H(f) = \sum_{i=0}^{P} H_i(f) e^{-j2\pi f\tau_i},$$

donde $H_i(f)$ es la atenuación en frecuencia a cada camino, y τ_i su retardo de propagación asociado.

Un esquema con la geometría de rayos del canal se presentó en la Figura 1.2 donde los parámetros que configuran geométricamente el modelo son la profundidad del agua w, que se considera constante; la altura $w_{\text{Tx}}, w_{\text{Rx}}$ sobre el fondo marino a la que se encuentran transmisor y receptor respectivamente; y la distancia horizontal d que los separa. A partir de de este esquema se obtienen de manera elemental por trigonometría los ángulos de reflexión θ_i y las longitudes l_i del *i*-ésimo camino de propagación con b reflexiones:

$$\theta_{i} = \begin{cases} \arctan\left(\frac{d}{bw - w_{\mathrm{Tx}} + w_{\mathrm{Rx}}}\right) & \text{para } b \text{ par, } i \text{ impar,} \\ \arctan\left(\frac{d}{bw - w_{\mathrm{Rx}} + w_{\mathrm{Tx}}}\right) & \text{para } b \text{ par, } i \text{ par,} \\ \arctan\left(\frac{d}{(b+1)w - w_{\mathrm{Tx}} - w_{\mathrm{Rx}}}\right) & \text{para } b \text{ impar, } i \text{ impar,} \\ \arctan\left(\frac{d}{(b-1)w + w_{\mathrm{Rx}} + w_{\mathrm{Tx}}}\right) & \text{para } b \text{ impar, } i \text{ par.} \end{cases}$$

$$l_i = \begin{cases} \frac{bw - w_{\mathrm{Tx}} + w_{\mathrm{Rx}}}{\cos(\theta_i)} & \text{para } b \text{ par, } i \text{ impar,} \\ \frac{bw - w_{\mathrm{Rx}} + w_{\mathrm{Tx}}}{\cos(\theta_i)} & \text{para } b \text{ par, } i \text{ par,} \\ \frac{(b+1)w - w_{\mathrm{Tx}} - w_{\mathrm{Rx}}}{\cos(\theta_i)} & \text{para } b \text{ impar, } i \text{ impar,} \\ \frac{(b-1)w + w_{\mathrm{Rx}} + w_{\mathrm{Tx}}}{\cos(\theta_i)} & \text{para } b \text{ impar, } i \text{ par.} \end{cases}$$

donde se considera que, si *i* es impar, el camino tiene b = (i + 1)/2 reflexiones siendo la primera de ellas en la superficie del agua; y si es par, tiene b = i/2 reflexiones con la primera en el fondo marino.

Cada uno de estos caminos actúa como un filtro paso bajo debido al coeficiente de absorción $\alpha(f)$, creciente con la frecuencia, que se tiene del medio acuático y propuesto por Thorp o Marsh-Schulkin para distintas bandas y corroborados empíricamente [24, Capítulo 1]:

$$H_i(f) = \frac{\Gamma_i}{\sqrt{10^{l_i \alpha(f)} l_i^k}},$$

donde k es el factor de dispersión por propagación (con valores entre 1 y 2, para ondas cilíndrica o esféricas), y Γ_i es el coeficiente de reflexión acumulado por todos los rebotes del camino de propagación:

$$\Gamma_i = (-1)^{n_{ai}} \gamma_f(\theta_i)^{n_{fi}},$$

con n_{ai} , n_{fi} siendo el número de reflexiones en la superficie del agua y el fondo marino respectivamente a lo largo del *i*-ésimo camino. Se ha considerado que el agua actúa como un reflector perfecto (coeficiente de reflexión -1), y $\gamma_f(\theta_p)$ es el coeficiente de reflexión en el fondo marino:

$$\gamma_f(\theta_i) = \begin{cases} \frac{\frac{\rho_f}{\rho_0} \cos(\theta_i) - \sqrt{\left(\frac{c_0}{c_f}\right)^2 - \sin^2(\theta_i)}}{\frac{\rho_f}{\rho_0} \cos(\theta_i) + \sqrt{\left(\frac{c_0}{c_f}\right)^2 - \sin^2(\theta_i)}} & \text{for } \sin(\theta_i) \le \frac{c_0}{c_b}, \\ 1 & \text{for } \sin(\theta_i) > \frac{c_0}{c_b}, \end{cases}$$

el cual se obtiene a partir del ángulo de reflexión y los cocientes entre las densidades del material del fondo y la del agua ρ_f/ρ_0 , y entre las velocidades de propagación en el agua y en el fondo c_0/c_f [24, Capítulo 3]. El simulador toma $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3 \text{ y } c_0 = 1500 \text{ m/s}.$

Una vez obtenida la respuesta en frecuencia del canal estático, se puede obtener su respuesta al impulso mediante una transformada discreta de Fourier inversa (IDFT) teniendo en cuenta una serie de consideraciones:

- El ancho de banda de interés es de 0 a 128 kHz. Para obtener la respuesta impulsiva del canal se computará H(f) hasta una frecuencia de 256 kHz y se le aplicará un enventanado tipo coseno alzado, que deja inalterada la banda de interés y la atenúa a partir de 128 kHz, hasta anularla en los 256 kHz.
- El espaciado en frecuencia Δf que se use al computar H(f) determina la duración $D = 1/\Delta f$ de la respuesta que se obtiene. Por lo que el espaciado de frecuencia se debe elegir teniendo en cuenta el retardo asociado al camino más largo considerado.

De esta manera, se obtiene la respuesta al impulso del canal estático muestrada a 512 kHz:

$$h^{\mathrm{S}}(m) = \mathrm{IDFT}\left\{H_w\left(\frac{k}{D}\right)\right\},\$$

donde $H_w(\frac{k}{D})$ es la respuesta en frecuencia enventanada. A partir de esta respuesta del canal estático se puede conseguir la respuesta LTV del canal móvil utilizando las conexiones que se presentan entre ambas en el Capítulo 4.

Para corroborar la validez de este simulador, se compararon sus resultados con los de una campaña de medidas que se llevo a cabo el 16 de mayo de 2014 en La Algameca Chica (Cartagena) con las siguientes características:

- Se transmitieron 97 tonos sin modular equiespaciado en la banda de 64 a 128 kHz. Estos se recibieron con un muestreo de 500 kHz.
- El transmisor se sumergió 6 m desde una embarcación que permaneció anclada en un punto donde el agua tenía una profundidad de 15 m.
- El receptor también se sumergió 6 m desde una embarcación que se fue alejando en línea recta del transmisor a una velocidad media v = 1,75 nudos (~ 0,9 m/s) hasta una distancia de 200 m, donde la profundidad del agua era de 27 m. El fondo se podía describir como arenoso a lo largo de la trayectoria completa.

A partir de esta medición se obtuvo la función de *scattering* $C(\nu, \tau)$ que se muestra en la Figura 2.6. Esta se calculó partir de la estima de la función de correlación $R(\Delta t, \Delta f)$ que se obtuvo a partir de un fragmento de la medida de 8 s de duración en el que el receptor ya se había alejado unos 100 m del transmisor.



Figura 2.6: Estima de la función de *scattering* a partir de los datos reales de medida.

Como se computa $R(\Delta t, \Delta f)$ a partir de la señal recibida, se puede comprobar que la respuesta del canal a cada tono transmitido no estará mezclada en recepción por efecto Doppler. Para dicha comprobación se define el desplazamiento Doppler que sufrirá la frecuencia f en su propgación por el *i*-ésimo camino:

$$DD_i(f) = \frac{-fv\sin(\theta_i)}{c_0},\tag{2.1}$$

Este desplazamiento es máximo para la mayor frecuencia transmitida (f = 128 kHz) en el camino de LOS ($\theta_0 = \pi/2$). Por lo que con los datos que se tienen $DD_{\text{máx}} = -76, 6$ Hz. Ya que la separación entre tonos es $\Delta f = (128 - 64) \text{ kHz} /97 = 659, 8$ Hz, las respuestas a cada tono no estarán mezcladas en recepción. En cambio para este espaciado entre tonos tan elevado, se tiene que la duración en τ que se obtiene de $C(\nu, \tau)$ es tan solo de $1/\Delta f \sim 1,5$ ms, cuando se anticipaban perfiles de *delay spread* muy extensos. Por lo que se prevé que esta función de *scattering* estará afectada por *aliasing* en la variable τ .

Por otra parte, se generó mediante el modelo propuesto la respuesta LTV del canal simulado a la misma señal multitono configurando los parámetros con w = 18 m, $w_{\text{Tx}} = w_{\text{Rx}} = 18 - 6 = 12$, y d incrementando desde 100 a 107, 2 m en 8 s para simular una velocidad constante de 1,75 nudos. Además, se consideraron dos simulaciones distintas para modelar las reflexiones en el fondo, una con $\rho_f = 1900 \text{ kg/m}^3$, $c_f = 1650 \text{ m/s}$ (valores para un fondo arenoso), y otra con $\rho_f = 2700 \text{ kg/m}^3$, $c_f = 5250 \text{ m/s}$ (valores para un fondo rocoso). De estos resultados de simulación también se estimó la función de correlación $R(\Delta t, \Delta f)$, a partir de la cual calculó la función de scattering $C(\nu, \tau)$.

Considerando las respuestas de todos los caminos hasta que estas se veían atenuadas 40 dB con respecto a la más potente, para esta configuración el simulador arroja respuestas de hasta 200 y 500 ms de duración para el fondo arenoso y el fondo rocoso, respectivamente. Lo cual confirma la previsión de *aliasing* en la variable τ de la función de *scattering*. La única forma de evitar esto sería la de haber inyectado mayor densidad de tonos en el canal. Sin embargo, para conseguir una extensión en τ de cientos de milisegundos, es necesaria una densidad de tonos tal que el mezclado de estos por desplazamiento Doppler sería inevitable. Esto pone claramente de manifiesto lo difícil que es obtener datos significativos de este tipo de canales mediante sondeo, y justifica la clara utilidad del simulador propuesto. Además, los resultados obtenidos se alinean con la hipótesis de canal *overspread*, pues no se cumple que $|\nu_{máx} \cdot \tau_{máx}| << 1$ [20] incluso en un escenario con una velocidad baja del móvil.

Admitiendo el aliasing que tienen los resultados de $C(\nu, \tau)$ en la variable τ , en la Figura 2.7 se muestra la función de scattering obtenida del canal simulado en la configuración de fondo arenoso. En esta se observa que la banda más significativa de la frecuencia Doppler ν , desde los previstos -76, 6 Hz hasta en torno a los -30 Hz, es muy similar a la de la función de scattering tomada de la medición del canal real. Por supuesto, se observa en los resultados de la medida real un mayor vertido de potencia para ν fuera de la banda principal y un reparto más irregular de la misma. Se debe tener en cuenta que el simulador parte de un modelo completamente determinista que no considera fenómenos como las corrientes submarinas, el movimiento por oleaje de la superficie del agua; o que se ha simulado un movimiento con velocidad constante por solamente disponer del dato de la velocidad media a la que navegó el receptor.



Figura 2.7: Estima de la función de scattering a partir del canal simulado con parámetros de fondo arenoso.
Capítulo 3 Higher Order Statistics in Switch and Stay Diversity Systems

Higher Order Statistics in Switch and Stay Diversity Systems

Adrián Sauco-Gallardo, Unai Fernández-Plazaola, Luis Díez, and Eduardo Martos-Naya

Abstract-We analyze the level crossing rate (LCR) and the average fade duration of the output signal-to-noise ratio (SNR) in switch-and-stay combining (SSC) systems. By using a common approach, we study these higher order statistics for two different kinds of configurations: 1) colocated diversity, i.e., receiver equipped with multiple antennas, and 2) distributed diversity, i.e., relaying link with multiple single-antenna threshold-based decode-and-forward (DF) relays. Whenever using threshold-based techniques such as DF or SSC, the output SNR is a discontinuous random process, and hence, the classic Rice approach to calculate the LCR is not applicable. Thus, we use an alternative formulation, in terms of the 1-D and 2-D cumulative distribution functions of the output SNR. Our results are general and hold for any arbitrary fading distribution at the different diversity branches with any arbitrary time correlation model. Moreover, we develop a general asymptotic framework to calculate these higher order statistics in high average SNR environments that only needs the univariate probability density function (PDF), finding an insightful connection between the asymptotes of the LCR and the fading diversity order.

Index Terms—Cooperative systems, diversity methods, fading channels, higher order statistics, switched systems.

I. INTRODUCTION

S WITCHED diversity techniques have been trending upward since the introduction of distributed cooperative diversity [1]–[3]. In this new setup, a source and a destination are willing to communicate with the help of N single-antenna relays. Hence, these intermediate relay stations are regarded as a distributed agent, and different combining strategies are employed. These strategies are inspired on their single-link multiantenna receiver counterparts,¹ allowing for high-performance with low-complexity terminal equipment. Switched techniques arouse a special interest in this context due to their capability of achieving full-order spatial diversity [5]–[8], while all-participate strategies entailed a loss of spectral efficiency as they require orthogonal transmission.

Manuscript received January 22, 2016; revised April 8, 2016; accepted April 8, 2016. Date of publication April 21, 2016; date of current version February 10, 2017. This work was supported in part by the Spanish Government and FEDER under Project TEC2014-57901-R and in part by the Junta de Andalucía under Project P11-TIC-7109 and Project P11-TIC-8238. The review of this paper was coordinated by Prof. M. D. Yacoub.

The authors are with the Department of Communication Engineering, University of Málaga International Campus of Excellence Andalucía TECH, 29071 Málaga, Spain (e-mail: asaucog@ic.uma.es).

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online at http://ieeexplore.ieee.org.

Digital Object Identifier 10.1109/TVT.2016.2557659

¹ For the sake of clarity, we will refer to the single-link multiantenna diversity counterpart as colocated diversity using the notation introduced in [4].

Selection combining (SC) is the switched diversity technique that achieves the highest performance. It consists in switching each time to the best branch available, usually attending to signal-to-noise ratio (SNR), to perform the communication between source and destination [9, Sec. 9.8]. In the classical SC colocated multiantenna receiver, selecting the branch with the best instantaneous SNR implies that the N available branches need to be monitored continuously. For this reason, switch-andstay combining (SSC) was introduced as a way to avoid this requirement, while allowing for an even simpler receiver. In SSC, a given branch is selected as long as the SNR on that branch remains above a given threshold [9, Sec. 9.9]. Nevertheless, as technology has developed, monitoring the SNR on every antenna is no longer an issue, and SSC had been left in low esteem until the appearance of the distributed diversity concept.

Since the introduction of distributed cooperative diversity, some counterparts of these classic combining strategies can be found in the recent literature. Distributed SC has been known since its introduction in [10] as Opportunistic Relaying (OR). When considering OR, monitoring the SNR on every branch is no longer a matter of equipment's hardware complexity, but of the amount feedback required to monitor the end-to-end SNR through every branch as well as to inform each relaying node whether it must retransmit or remain idle. As a result of this concern, SSC experiences a renewal of interest in distributed diversity schemes since feedback is only required to request a switch to another relaying branch. To the best of our knowledge, the concept of distributed SSC was first introduced in [11] and [12]. These distributed counterparts have fostered numerous works devoted to characterize the performance as much of OR, e.g., [2], [7], [8], [10], and [13], as of distributed SSC systems [4], [11], [12], [14]–[17]. Despite this evident interest, most analyses are focused on first-order metrics such as the outage probability.

Second-order statistics, such as the level crossing rate (LCR) or the average fade duration (AFD), provide useful information related to the rate of change of a stationary random process, thus providing additional information about the dynamics of the process. Specifically, the LCR denotes how often the random process crosses a given threshold, whereas the AFD states the average amount of time that the random process remains below that threshold level. The knowledge of these second-order statistics finds a variety of applications in the modeling and design of wireless communication systems, such as the amount of feedback required to successfully perform the communication, or the latency of a link. In [18], pioneering work by Rice has allowed the computation of these metrics in a very general fashion, in terms of the joint distribution of the random

0018-9545 © 2016 IEEE. Personal use is permitted, but republication/redistribution requires IEEE permission. See http://www.ieee.org/publications_standards/publications/rights/index.html for more information.

process and its time derivative. One of the advantages of Rice's approach is its flexibility, as apparently mild conditions are imposed to the random process: stationarity, continuity, and smoothness of the correlation coefficient.

These conditions hold for most common fading scenarios, and hence, the LCR and AFD have been already studied for different fading distributions in diversity combining scenarios [13], [19]–[22], and particularly for SC in [23]. However, the assumption of continuity in processes derived from thresholdbased techniques, such as threshold-based decode and forward (DF) or SSC, is not realistic, and hence, Rice's framework finds an obstacle: the output SNR of a dual-hop link with DF relaying and also the output SNR of an SSC scheme, either colocated or distributed, are inherently discontinuous. For this reason, analyses dealing with the LCR characterization of thresholdbased techniques are scarce. To the best of our knowledge, the LCR characterization of the SSC scenario has only been studied in [24] under zero temporal correlation assumption using Rice's approach. Its results can be regarded as approximated: Their accuracy was not corroborated by simulation, and their plotted curves do not follow the shape of ours, which are doublechecked by simulation. Nevertheless, the threshold-based DF obstacle has been recently circumvented by overlapping the results obtained from Rice's approach in different continuous crossing events [13].

In this paper, we calculate, in a general fashion, the LCR and the AFD of processes derived from SSC techniques using the alternative pioneering approach for calculating the higher order statistics of sampled processes presented in [25], which does not impose continuity as a condition. Furthermore, DF and switched diversity combining systems are implemented in a discrete-time fashion, and hence, our processes are sampled; thus, this other approach is suitable for our interest. We express the LCR and the AFD, in terms of the univariate and bivariate cumulative distribution functions (CDFs) of the output SNR.

We investigate the SSC techniques in arbitrary fading conditions in this sampled fashion. Our results are valid, for both the colocated and distributed configurations, and hold for any *arbitrary* fading distribution and temporal correlation model on its branches. Furthermore, through our analysis, we find that the SSC technique in time-correlated fading environments benefits from having more than two diversity sources, against the usual recommendation which states that it does not [26]. This benefit is given in terms of a reduction in the average outage duration (AOD).

We also derive a simple general expression that allows for an accurate approximation of the LCR and AFD for high average SNR, in terms of the fading univariate probability density function (PDF) only. We show that the LCR slope asymptotically tends to the fading diversity order.² This asymptotic approach is valid not only for the SSC techniques here analyzed but also for any general sampled temporally correlated random processes. Anyway, we here use it to compare it with the analytical expressions that we find for the SSC systems here investigated.



Fig. 1. (a) Colocated diversity scenario. (b) Distributed diversity scenario.

The remainder of this paper is organized as follows. Section II introduces the scenarios of interest. In Section III, we present the general analysis for the LCR and AFD in the investigated scenarios. Then, in Section IV, we discuss the asymptotic behavior of the LCR and AFD for high average SNR. Section V shows numerical results, which give validity to our theoretical expressions. Finally, the conclusions of our work are discussed in Section VI.

II. SYSTEM MODEL

We will consider two different spatial diversity configurations, which are regarded as colocated diversity and distributed diversity. Colocated diversity is the conventional multiantenna receiver [4], where the diversity sources are gathered together at the receiver. Thus, they are fully available all the time.³ Fig. 1(a)shows a colocated diversity scenario with two branches, i.e., N = 2, where $Z_i[n]$ with $i \in [0, ..., N-1]$ represents the SNR in the *n*th time interval on the *i*th branch, i.e., *i*th antenna. In the distributed case, for the sake of spectral efficiency, the diversity sources are not available all the time at the receiver side; hence, the receiver must request them to the relay stations. Fig. 1(b) shows a distributed diversity scenario with two branches, i.e., N = 2, where $Z_{i,1}[n]$, $Z_{i,2}[n]$ with $i \in [0, \ldots, n]$ N-1] represent the SNR on the first and second hop of the *i*th branch, respectively, and $Z_i[n]$ with $i \in [0, ..., N-1]$ is the overall SNR through the *i*th branch, i.e., *i*th relayed channel. In both configurations, the SSC strategy is performed to get a system output with SNR Z[n].

On each of these scenarios, we assume that additive white Gaussian noise affects every branch and that the stationary processes that characterize the different branches are independent and identically distributed (IID), i.e., all $Z_i[n]$ s are IID. The switching from one branch to the other is to be performed every time interval T_S , given that $f_S = T_S^{-1}$ is sufficient for the rate of change of our fading channel. Note that we do not assume that consecutive samples from each branch are independent as in [24], and we allow for any arbitrary fading distribution and any arbitrary correlation model. The SNR for each time interval is to be evaluated at its beginning so that the chosen

²We thank one of the anonymous reviewers for suggesting this possibility.

 $^{^3\}mbox{We}$ will discuss the diversity sources availability at the receiver side further on.

combining strategy can be performed based on this information and on the availability of the diversity sources.

A. Switch-and-Stay Combining

In both spatial diversity configurations, we consider the SSC technique, although on each of them this combining strategy must be applied in a specific manner not to lose spectral efficiency. This is related to the way on which switching from one branch to another is performed once the switching condition is met. An SSC combiner chooses one of the diversity branches and stays with it as long as its SNR remains above a preset threshold T. When the SNR falls below T, the combiner switches to the next branch. Since it does not use signals from different branches together at one time, this technique is suitable for both coherent and noncoherent modulation schemes [9, Sec. 9.9]. The distribution of the output SNR will be given in terms of the distribution of the SNR on each input branch, and it will also depend on the switching instant and on the order in which the different branches are selected. Because of this, we will consider that the system switching order is defined by a circular list of eligible branches and that two different switching modes will be taken into account, i.e., each one related to the colocated and distributed scenarios respectively.

1) Colocated Switch-and-Stay Combining: This is the classic manner of understanding SSC, as it is regarded in [9, Sec. 9.9.1]. An instant switching (IS) policy (i.e., the switching is performed at the *precise* time interval when the switching event occurs) is appropriate for colocated diversity systems, such as a multiple antenna receiver, since the next diversity source to be switched to (i.e., the next receive antenna to select) will be available at that very interval. Attending to the IS policy, the output SNR of a colocated SSC system can be expressed as

if
$$Z_s[n] < T$$
 then $s = \langle s+1 \rangle$
end if

$$Z[n] = Z_s[n]$$

where $s \in [0, ..., N-1]$ represents the branch that the combiner is tracking; Z[n] is the combiner output SNR in the *n*th interval; T is the switching threshold; and $\langle \cdot \rangle$ represents the modulo operation mod (\cdot, N) , which performs the circular step forward through the list of N eligible branches.

2) Distributed Switch-and-Stay Combining: We understand, as a distributed SSC system, the one which achieves its diversity by being able to link through several relaying nodes, as regarded in [11], [12]. A deferred switching (DS) policy (i.e., the switching is to be performed in the *next* time interval to the one on which the switching event actually occurs) is the suitable manner to perform SSC in a distributed system, where only one branch is available on each time interval, i.e., the destination only links through a relaying node in each time interval, and the switching must be requested after the switching event occurrence. This is, the destination will not detect the drop in the selected branch SNR until it receives it, and then, it must wait for the next time interval to request linking through

another relaying node. This mode of operation is described in [12]. Attending to the DS policy, the output SNR of a distributed SSC system can be expressed as

$$egin{aligned} Z[n] &= Z_s[n] \ & ext{if} \quad Z_s[n] < T \quad ext{them} \ & s &= \langle s+1
angle \ & ext{end if}. \end{aligned}$$

B. Dual-Hop Relaying in Distributed Scenarios

Here, we specialize our distributed configuration for a dualhop threshold-based DF strategy. As in [8] or [10], each time interval T_S is divided into two slots: during the first slot, the relays are overhearing from the source; in the second slot, the source does not transmit and waits for the selected relay, based on the SSC-DS decision, to retransmit to the destination. Specifically, the investigated scenario operates as follows: for the first hop, when the received SNR at the relay is greater than a decoding threshold $T_{\rm DF}$, noise-free decodification is assumed and a perfect reconstruction of the transmitted signal is sent from the relay to the receiver. Thus, the distribution of the SNR at the receiver side only depends on the second-hop link. When the received SNR at the relay is below $T_{\rm DF}$, the relay does not decode and transmits nothing; thus, the SNR at the receiver side will be identically 0. As stated before, we assume the noise and fading caused by the first and second hop to be independent.

This mode of operation corresponds mathematically in terms of SNR to

$$Z_{i}[n] = \begin{cases} 0, & \text{if } Z_{i,1}[n] < T_{\text{DF}} \\ Z_{i,2}[n], & \text{if } Z_{i,1}[n] \ge T_{\text{DF}}. \end{cases}$$
(1)

III. DERIVATION OF LEVER CROSSING RATE AND AVERAGE FADE DURATION

To analyze higher order statistics of the output SNR of switched diversity combining schemes, we will use the alternative approach used in [25], which is key for the general analysis developed from now on here. Specifically, the LCR and the AFD can be obtained as

$$N_Z(u) = \frac{F_Z(u) - F_\mathbf{Z}(u, u)}{T_S} \tag{2}$$

$$A_Z(u) = \frac{F_Z(u)}{N_Z(u)} \tag{3}$$

where $N_Z(u)$ is the LCR of the stationary process Z[n] through the level u; $A_Z(u)$ is the AFD of Z[n] below the level u; $F_Z(\cdot)$ is the CDF of Z[n]; $F_{\mathbf{Z}}(\cdot, \cdot)$ is the bivariate CDF of the vector of two consecutive samples of Z[n], $\mathbf{Z} = [Z[n], Z[n+1]]$; and T_S is the duration of the time interval between samples.

As (2) and (3) show, only the univariate and bivariate CDFs of the output SNR are needed to calculate its LCR and AFD. Hereinafter, we will focus on obtaining the analytical expressions for these CDFs.

A. Switch-and-Stay Combining

In general, the univariate and bivariate CDFs of the SNR level at the output of an SSC system, regardless of whether colocated or distributed, can be expressed as

$$F_Z(u) = \sum_{i=0}^{N-1} P_i F_{Z|s=i}(u)$$
(4)

$$F_{\mathbf{Z}}(u_1, u_2) = \sum_{i=0}^{N-1} P_i F_{\mathbf{Z}|s=i}(u_1, u_2)$$
(5)

where P_i is the probability of the combiner tracking the *i*th branch at any given time, and $F_{Z|s=i}(u)$, $F_{\mathbf{Z}|s=i}(u_1, u_2)$ are the univariate and bivariate CDFs of the output SNR level, respectively, conditioned on the combiner tracking the *i*th branch at the beginning of the observation interval.

For the IID fading branches case, it is trivial that $P_i = N^{-1}$ and that $F_{\mathbf{Z}|s=i}(u_1, u_2) = F_{\mathbf{Z}|s=j}(u_1, u_2) \forall i, j \in [0, \dots, N-1]$, whereas for the independent and not identically distributed (InID) case, there is a recurring expression for P_i [26, eq. 2]. However, this InID expression assumes independence from one sample to the next one of the random processes, i.e., it does not allow for any kind of temporal correlation. Hence, as we are analyzing the temporal dynamics of the process, assuming no temporal correlation is pointless for our work, and thus, we focus on the IID case. The computation of P_i in an InID-branch SSC scenario with temporal correlation is, to the best of our knowledge, an open problem, whose resolution would lead us to being able to offer results for the InID case.

Now, we go on to find the expressions of $F_{Z|s=i}(u)$, $F_{\mathbf{Z}|s=i}(u_1, u_2)$ for each of the investigated switching modes.

1) Colocated SSC: Assuming that IS is performed, the combiner output SNR univariate CDF, which is conditioned on the combiner tracking the *i*th branch at the beginning of the observation interval, reduces to an expression similar to [9, eq. 9.270], as follows:

$$F_{Z|s=i}(u) = \begin{cases} F_{Z_i}(T) \times F_{Z_{\langle i+1 \rangle}}(u), & \text{for } u < T \\ \hline 1 \\ F_{Z_i}(T) \times F_{Z_{\langle i+1 \rangle}}(u) & (6) \\ + \underbrace{F_{Z_i}(u) - F_{Z_i}(T)}_{(2)}, & \text{for } u \ge T \end{cases}$$

where we express the CDF, in terms of the probabilities of the different events that can lead the colocated SSC system output SNR to be below u, depending on whether u < T or $u \ge T$. Fig. 2 shows examples of occurrence of the events whose probability are expressed by the marked terms (1) and (2). When u < T, there is only a way for the output to be lower than u, i.e., the occurrence of a switching that leads to a new branch where the SNR level is below u, i.e., term (1). Meanwhile, when u > T, it is also likely to remain on the same branch with SNR over T but below u, i.e., term (2). Note that (1) is also feasible when $u \ge T$.

On the other hand, the combiner output SNR bivariate CDF expression is divided into four intervals, i.e., $u_1, u_2 < T, u_2 <$

1)

Fig. 2. Exemplary events to understand the probability terms (1) and (2) in (6). It is assumed that the SSC combiner is tracking the *i*th branch at the beginning of both exemplary events. The regions marked with a green pattern delimit the range of the feasible values of each sample for the event to happen. A sample with no green pattern denotes that its value has no influence. The red samples are the ones that the colocated SSC system would output. Note that in (1), u < T, whereas in (2), $u \ge T$.

 $T \le u_1, u_1 < T \le u_2$, and $u_1, u_2 \ge T$. Specifically, in the $u_1, u_2 < T$ interval, it can be expressed as

$$F_{\mathbf{Z}|s=i}(u_{1}, u_{2})\Big|_{u_{1}, u_{2} < T} = \Psi_{N}^{(i)}(u_{1}, u_{2})$$

$$= \begin{cases} \underbrace{F_{\mathbf{Z}_{i}}(T, u_{2}) \times F_{\mathbf{Z}_{\langle i+1 \rangle}}(u_{1}, T)}_{(3)}, & \text{for } N = 2 \\ F_{Z_{i}}(T) \times F_{\mathbf{Z}_{\langle i+1 \rangle}}(u_{1}, T) \\ \times F_{Z_{\langle i+2 \rangle}}(u_{2}) \\ (4) \end{cases}, & \text{for } N \ge 3 \end{cases}$$
(7)

where we have defined $\Psi_N^{(i)}(u_1, u_2)$ to compactly express the output SNR bivariate CDF for the four intervals, as shown in (8), shown at the bottom of the next page. In (8), we express the bivariate CDF, in terms of the probabilities of the different events that can lead the colocated SSC system output SNR to be below u_1 first and then u_2 for two consecutive samples, depending on whether $u_1, u_2 < T$, $u_1 < T \le u_2$, $u_2 < T \le u_1$, or $u_1, u_2 \ge T$.

In Fig. 3, we show examples of occurrence of the events whose probability are expressed by the marked terms ③ and ④ in (7). When $u_1, u_2 < T$, as shown for ①, it is only after the combiner switches to a new branch that the output SNR can be below them. Because of this, the number of branches must be taken into account, as the difference between ③ and ④ shows. The expression differs between a two-branch combiner, i.e., N = 2, and a combiner with three or more branches, i.e., N = 3, since the time correlation with the previous sample is lost when switching to a third branch.

Finally, Fig. 4 shows exemplary events for terms (5), (6), and (7) in (8). When u_1 , u_2 , or both, are greater than T, in addition to the double-switching event, other events can occur with a switching on the first one, second one, or none of the



Fig. 3. Exemplary events to understand the probability terms (3) and (4) in (7). It is assumed that the SSC combiner is tracking the *i*th branch at the beginning of both exemplary events. The regions marked with a green pattern delimit the range of the feasible values of each sample for the event to happen. A sample with no green pattern denotes that its value has no influence. The red samples are the ones that the colocated SSC system would output. Note that in (3), N = 2, whereas in (4), N is at least 3.

observation instants, retaining the SNR level between T and u_1 or u_2 in those cases.

2) Distributed SSC: Assuming that DS is performed, the combiner output SNR univariate CDF, which is conditioned on the combiner tracking the *i*th branch at the beginning of the observation interval, can be expressed as

$$F_{Z|s=i}(u) = F_{Z_i}(u).$$
 (9)

The output CDF turns out to be the same CDF of the selected branch SNR, as the combiner outputs this branch regardless of its SNR level. The SNR level of the selected branch only determines the selected branch on the next interval. In this case, the bivariate CDF only has two regions and does not depend on the number of branches since only one switch can occur during the observation interval of this second-order statistic, as follows:

$$F_{\mathbf{Z}|s=i}(u_1, u_2) = \begin{cases} F_{Z_i}(u_1) \times F_{Z_{\langle i+1 \rangle}}(u_2), & \text{for } u_1 < T \\ F_{\mathbf{Z}_i}(u_1, u_2) - F_{\mathbf{Z}_i}(T, u_2) \\ + F_{Z_i}(T) \times F_{Z_{\langle i+1 \rangle}}(u_2), & \text{for } u_1 \ge T. \end{cases}$$
(10)

For better comprehension of (9) and (10), those interested can set exemplary cases out similar to the ones shown in Figs. 2–4 but, now, taking into account that the switching



Fig. 4. Exemplary events to understand the probability terms (5-7) in (8). It is assumed that the SSC combiner is tracking the *i*th branch at the beginning of the three exemplary events. The regions marked with a green pattern delimit the range of the feasible values of each sample for the event to happen. A sample with no green pattern denotes that its value has no influence. The red samples are the ones that the colocated SSC system would output. Note that $u_2 < T \le u_1$ in (5), $u_1 < T \le u_2$ in (6), and $u_1, u_2 \ge T$ in (7).

occurs on the next sample to the one that meets the switching condition.

B. Distributions on Each Branch

We now settle the expressions of the univariate and bivariate CDFs of the SNR on each branch, i.e., $F_{Z_i}(\cdot)$ and $F_{\mathbf{Z}_i}(\cdot, \cdot)$.

In the colocated diversity scenarios, this reduces to the CDFs of each branch SNR. Whereas in the distributed scenarios, we assume a DF relay network operating as indicated in Section II-B.

Considering that the SNR distribution on each hop is known, the overall SNR CDF on each branch can be expressed as

$$F_{Z_i}(u) = F_{Z_{i,1}}(T_{\rm DF}) + F_{Z_{i,2}}(u) \times \left(1 - F_{Z_{i,1}}(T_{\rm DF})\right) \quad (11)$$

where $F_{Z_{i,1}}(\cdot)$ and $F_{Z_{i,2}}(\cdot)$ are the CDFs of the SNR on the first and second hop of the *i*th branch, respectively. This expression states that $F_{Z_i}(u)$ is given by the probability of two possible events that can lead the overall SNR at the dual-hop branch to be below u.

- The first-hop SNR is below the decoding threshold, i.e., $F_{Z_{i,1}}(T_{\text{DF}})$. Therefore, the relay is unable to retransmit, and the overall SNR in the branch is identically null.
- The relay is able to retransmit, i.e., $(1 F_{Z_{i,1}}(T_{\text{DF}}))$, but the SNR on the second hop is below u, i.e., $F_{Z_{i,2}}(u)$.

The bivariate CDF of each branch in the distributed scenario can be expressed as

$$F_{\mathbf{Z}_{i}}(u_{1}, u_{2})$$

$$= F_{\mathbf{Z}_{i,1}}(T_{\mathrm{DF}}, T_{\mathrm{DF}}) + \left(F_{Z_{i,2}}(u_{1}) + F_{Z_{i,2}}(u_{2})\right)$$

$$\times \left(F_{Z_{i,1}}(T_{\mathrm{DF}}) - F_{\mathbf{Z}_{i,1}}(T_{\mathrm{DF}}, T_{\mathrm{DF}})\right) + F_{\mathbf{Z}_{i,2}}(u_{1}, u_{2})$$

$$\times \left(1 + F_{\mathbf{Z}_{i,1}}(T_{\mathrm{DF}}, T_{\mathrm{DF}}) - 2 \times F_{Z_{i,1}}(T_{\mathrm{DF}})\right) \quad (12)$$

where $F_{\mathbf{Z}_{i,1}}(\cdot, \cdot)$ and $F_{\mathbf{Z}_{i,2}}(\cdot, \cdot)$ are the bivariate CDFs of the SNR on the first and second hop of the *i*th branch, respectively. This expression is the bivariate extension of (11), i.e., its terms represent the probability of the four possible events, which can lead the overall SNR on a relayed branch to be below u_1 first, and then u_2 , for two consecutive samples.

- The first-hop SNR is below the decoding threshold for two consecutive samples, i.e., $F_{\mathbf{Z}_{i,1}}(T_{\text{DF}}, T_{\text{DF}})$.
- The first-hop SNR is below the decoding threshold for a first sample and over it for the next one, and the second-hop SNR is below u_2 for this second sample, i.e., $F_{Z_{i,2}}(u_2) \times (F_{Z_{i,1}}(T_{\text{DF}}) - F_{\mathbf{Z}_{i,1}}(T_{\text{DF}}, T_{\text{DF}})).$
- The first-hop SNR is over the decoding threshold for a first sample and below it for the next one, and the second-hop SNR is below u_1 for this first sample, i.e., $F_{Z_{i,2}}(u_1) \times (F_{Z_{i,1}}(T_{\text{DF}}) - F_{\mathbf{Z}_{i,1}}(T_{\text{DF}}, T_{\text{DF}})).$
- The first-hop SNR is over the decoding threshold for two consecutive samples, and the second-hop SNR is below u_1 and u_2 for two consecutive samples, respectively, i.e., $F_{\mathbf{Z}_{i,2}}(u_1, u_2) \times (1 + F_{\mathbf{Z}_{i,1}}(T_{\mathrm{DF}}, T_{\mathrm{DF}}) - 2 \times F_{Z_{i,1}}(T_{\mathrm{DF}}))$.

IV. HIGH AVERAGE SIGNAL-TO-NOISE RATIO Asymptotic Behavior

While the approach discussed in Section III is general and exact, it does not offer a solution when the bivariate CDF of the fadings involved in the scenario is not available. For this reason, and to provide some insight about the impact of the scenario parameters on the higher order statistics, we carry out the development of simpler expressions that accurately describe the behavior of these higher order statistics, in scenarios where the average SNR is much greater than the level u. This asymptotic results only require the knowledge of the univariate PDF.

A. LCR in High Average SNR Scenarios

The univariate and bivariate CDFs of any fading SNR depend on the average SNR Ω . In addition, the bivariate CDF also depends on the correlation coefficient ρ . These were previously omitted for the sake of compactness. Thus, $F_Z(u) \equiv F_Z(u|\Omega)$ and $F_{\mathbf{Z}}(u_1, u_2) \equiv F_{\mathbf{Z}}(u_1, u_2|\Omega, \rho)$. We define the normalized SNR, i.e., $\overline{Z}[n] = Z[n]/\Omega$, such that the expectation of \overline{Z} is 1, and its CDFs $F_{\overline{Z}}(u)$, $F_{\overline{\mathbf{Z}}}(u_1, u_2|\rho)$. By defining the normalized u, i.e., $\overline{u} = u/\Omega$, we can rewrite the LCR expression in (2) as

$$N_Z(\bar{u}) = \frac{F_{\bar{Z}}(\bar{u}) - F_{\bar{Z}}(\bar{u}, \bar{u}|\rho)}{T_S}.$$
 (13)

Hence, if (13) is infinitely differentiable in \bar{u} , the LCR for high average SNR environments can be expanded as a Taylor series at $\bar{u} = 0$, as follows:

$$N_Z(\bar{u}) = \frac{1}{T_S} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\bar{u}^n}{n!} \frac{d^n}{d\bar{u}^n} \left(F_{\bar{Z}}(\bar{u}) - F_{\bar{\mathbf{Z}}}(\bar{u}, \bar{u}|\rho) \right)|_{\bar{u}=0} \,. \tag{14}$$

Typically, the univariate and bivariate CDF of a positive random variable is null at 0. Thus, the first nonnull term of the LCR Taylor series expansion at $\bar{u} = 0$ is enough to characterize the behavior of the LCR when asymptotically $u/\Omega \rightarrow 0$. Nevertheless, we have introduced distributed scenarios with DF relaying, where the end-to-end SNR can be identically null with a finite probability, making their univariate and bivariate CDF nonnull at 0. In this case, the asymptotic value of the LCR for low values of \bar{u} is immediately the difference between the univariate and bivariate CDFs at 0 divided by T_S . In the rest of the cases, it is clear that the LCR tends to be null for low values of \bar{u} , but we attempt to know how it approaches to 0. Thus, we study now the behavior of the *n*th derivatives of the univariate and bivariate CDF.

Using [27, (0.410)] and writing the univariate CDF as $F_{\bar{Z}}(\bar{u}) = \int_0^{\bar{u}} f_{\bar{Z}}(\bar{z}) d\bar{z}$, its *n*th derivative can be expressed as

$$\frac{d^n}{d\bar{u}^n} F_{\bar{Z}}(\bar{u}) = \frac{d^{(n-1)}}{d\bar{u}^{(n-1)}} f_{\bar{Z}}(\bar{u})$$
(15)

where $f_{\bar{Z}}(\bar{u})$ is the PDF of the normalized fading SNR. If we now write the bivariate CDF as $F_{\mathbf{Z}}(\bar{u}, \bar{u}|\rho) = \int_{0}^{\bar{u}} \int_{0}^{\bar{u}} f_{\mathbf{Z}}(\bar{z}_{1}, \bar{z}_{2}|\rho) d\bar{z}_{2} d\bar{z}_{1}$ and the bivariate PDF as $f_{\mathbf{Z}}(\bar{z}_{1}, \bar{z}_{2}|\rho) = f_{\bar{Z}_{2}|\bar{Z}_{1}}(z_{2}|Z_{1} = z_{1})f_{\bar{Z}}(z_{1})$, the *n*th derivative of the bivariate CDF can be expressed as

$$\frac{d^{n}}{d\bar{u}^{n}}F_{\bar{\mathbf{Z}}}(\bar{u},\bar{u}|\rho) = 2\left(\int_{0}^{\bar{u}}f_{\bar{Z}_{2}|\bar{Z}_{1}}(\bar{z}_{2}|\bar{Z}_{1}=\bar{u})d\bar{z}_{2}\times\frac{d^{(n-1)}}{d\bar{u}^{(n-1)}}f_{\bar{Z}}(\bar{u}) + \sum_{k=0}^{n-2}\Phi_{n,k}(\bar{u},\rho)\frac{d^{k}}{d\bar{u}^{k}}f_{\bar{Z}}(\bar{u})\right) \tag{16}$$

where $f_{\bar{Z}_2|\bar{Z}_1}(\bar{z}_2|Z_1 = \bar{z}_1)$ is the PDF of a sample of the normalized SNR, which is conditioned to the value of the previous sample, and $\Phi_{n,k}(\bar{u},\rho)$ gathers together the functions

that multiply lower order derivatives of the PDF to compose the expression of the *n*th derivative of the bivariate CDF.

Note now that, if we assume the continuity of the conditioned PDF around 0, the integral expression multiplying the highest order derivative of the PDF involved in (16), for $\bar{u} = 0$, becomes 0, due to the limits of integration. Hence, in the inspection process in the search for the first nonnull term, we will evaluate, at $\bar{u} = 0$, the successive derivatives of the PDF until we locate the first nonnull. At this point, we will have the value of the univariate CDF term, whereas we will have ensured that the bivariate CDF term is still null, since the first nonzero derivative terms have been proved to be zero.

If we call *m* the order of the first nonnull derivative of the LCR at $\bar{u} = 0$, we can express the LCR in high average SNR environments as

$$N_Z(\bar{u})|_{\bar{u}\to 0} \sim \frac{1}{m!T_S} \left. \frac{d^{(m-1)}f_{\bar{Z}}(\bar{u})}{d\bar{u}^{(m-1)}} \right|_{\bar{u}=0} (\bar{u})^m \tag{17}$$

which we normalize to the sampling period, i.e., $\bar{N}_Z(\bar{u}) = N_Z(\bar{u})T_S$, and express in logarithmic scale to find that

$$\log\left(\bar{N}_{Z}(\bar{u})\right)|_{\bar{u}\to 0} \sim m\log(\bar{u}) + \log\left(\frac{1}{m!} \frac{d^{(m-1)}f_{\bar{Z}}(\bar{u})}{d\bar{u}^{(m-1)}}\Big|_{\bar{u}=0}\right)$$
(18)

the LCR in a high average SNR scenario tends to a slopeintercept form, where m, i.e., the order of the first nonnull derivative, determines the slope of the straight line asymptote. Similarly, the value of this mth derivative shifts the asymptote to the left. Thus, we have obtained a simple expression for the asymptotic behavior of the LCR of a sampled process, where only the knowledge of the PDF is required.

The slope of this asymptote coincides with the fading diversity order, which is defined as the rate of decrease at asymptotically high SNR of the outage probability [2], as follows:

$$d = \lim_{\Omega \to \infty} \frac{-\log P_{\text{out}}(R,\Omega)}{\log \Omega} = \lim_{\Omega \to \infty} \frac{2^R - 1}{\Omega} \frac{f_Z\left(\frac{2^R - 1}{\Omega}\right)}{F_Z\left(\frac{2^R - 1}{\Omega}\right)}$$
(19)

where $P_{\text{out}}(R,\Omega) = F_Z((2^R - 1)/\Omega)$, with R being the rate used to encode data, and L'Hôpital's rule has been used to achieve the second equality. By employing the change of variables $x = (2^R - 1)/\Omega$ and taking the first nonnull term of the Taylor series at x = 0, we have

$$d = \lim_{x \to \infty} x \frac{f_Z(x)}{F_Z(x)} = \frac{\frac{d^{(m-1)}}{dx^{(m-1)}} f_Z(x)|_{x=0} \frac{x^m}{(m-1)!}}{\frac{d^{(m-1)}}{dx^{(m-1)}} f_Z(x)|_{x=0} \frac{x^m}{(m-1)!m}} = m.$$
(20)

This result is new in the literature, to the best of our knowledge.

B. AFD in High Average SNR Scenarios

After the asymptotic LCR analysis, recalling (3) and assuming once again that the univariate and bivariate CDF of the process is null at 0, we can express the asymptotic behavior of the AFD as

$$A_Z(\bar{u})|_{\bar{u}\to 0} \sim T_S \tag{21}$$

since the LCR asymptotic behavior in this case is the same to the univariate CDF asymptotic behavior. From this expression, we observe that, for high average SNR environments, the AFD tends to last exactly one sampling period, i.e., such fadings are so improbable that, in case of occurrence, its mean duration is the minimum possible.

When the univariate or bivariate CDFs are nonnull at 0, this $A_Z(u)|_{u/\Omega \to 0}$ is higher with direct proportion to how much probability is condensed at 0. For that case, we can write

$$A_Z(\bar{u})|_{\bar{u}\to 0} \sim T_S \frac{F_Z(0)}{F_Z(0) - F_{\mathbf{Z}}(0,0)}.$$
 (22)

V. NUMERICAL RESULTS

Here, we use the derived expressions for the higher order statistics, to evaluate their behavior in different scenarios: colocated and distributed SSC in Rayleigh, Nakagami-m, and Hoyt fading environments. For the sake of simplicity, we plot the exact curves for Rayleigh fading scenarios, whose bivariate CDF follows a simple expression in terms of the Marcum Q-function [9, eq. 6.5], to verify them with simulation points, and we compare them to the asymptotic straight line expression. For the Nakagami-m and Hoyt scenarios, we plot the low u/Ω asymptotic straight lines and compare them with simulated points; however, for the exact calculation, the interested reader can find mathematically tractable expressions for their bivariate CDF in [28, eq. 14] or [29, eq. 13] and [30, eq. 11], respectively. Note that all the mentioned references of bivariate CDFs are for the signal envelope, and we here work in terms of SNR; hence, the opportune change of variables must be performed before going through the exact calculation.

We assume that the underlying Gaussian random processes related to each probability distribution model for each fading link experience the temporal correlation model proposed by Jakes [31, Ch. 1]. Thus, the SNR correlation of each link is defined by the coefficient

$$\rho = \frac{\operatorname{cov}\left(Z[n], Z[n+1]\right)}{\operatorname{var}(Z)} = |J_0(2\pi f_D T_S)|^2 \qquad (23)$$

where $\operatorname{cov}(\cdot, \cdot)$ is the covariance, $\operatorname{var}(\cdot)$ the variance, $J_0(\cdot)$ is the Bessel function of the first kind and order 0, and f_D is the Doppler frequency of the channel. For the following results, we use the values $f_D T_S = 0.05$, 0.2, and 0.38, which lead to $\rho \approx 0.95$, 0.41, and 0, respectively.

We use the levels u, T, and $T_{\rm DF}$ in a normalized manner, i.e., $\bar{u} = u/\Omega$, $\bar{T} = T/\Omega$, $\bar{T}_{\rm DF} = T_{\rm DF}/\Omega$, where Ω is the average SNR on each of the considered IID fading links.

We plot in Fig. 5 the normalized LCR of the output SNR of colocated SSC receivers with N = 2 and $N \ge 3$ antennas in IID Rayleigh fading conditions with a switching threshold $\overline{T} = -5$ dB. There are exact curves for different correlation cases, whose validity is verified by Monte Carlo simulation. The



Fig. 5. Analytical curves of the normalized LCR of the output SNR in a colocated SSC combiner in IID Rayleigh scenarios with $\bar{T} = -5$ dB. The markers represent simulation points. The black dotted-dashed line represents the asymptotic behavior for high SNR.

asymptotic behavior for high average SNR is also exhibited. The dependence with N is more noticeable in the central parts of the graph near \overline{T} . This is because, as we have observed in the asymptotic analysis, only the univariate CDF, which is independent of N [see (6)], takes part for low \overline{u} . Meanwhile, for high \overline{u} , attending to (8), common new terms add up to the N-dependent term defined in (7), whose weigh is increased as \overline{u} grows. Note the particular behavior with $\rho = 0$ for different values of N. We only observe one curve for this case. In fact, the curves for N = 2 and $N \ge 3$ are superimposed, since there is no difference when a different N is available at the receiver and there is no correlation over time on each fading branch [see (7)].

Fig. 6 shows the simulation results, which confirm the asymptotic straight line behavior for the SSC combiner in IID Hoyt fading environment. The switching threshold \overline{T} and the Hoyt parameter q shift the position of the asymptote but not its slope. An explanation for this can be found if we take the Hoyt normalized power PDF; then, attending to (6) and using the asymptotic analysis described in the previous section, we obtain

$$\log\left(\bar{N}_{Z}(\bar{u})\right)|_{\bar{u}\to0} \sim \log\left(\frac{1+q^{2}}{2q}\right) + \log\left(F_{\bar{Z}_{i}}(\bar{T}|q)\right) + \log(\bar{u})$$
(24)

where $F_{\bar{Z}_i}(\bar{T}|q)$ is the Hoyt normalized SNR CDF at \bar{T} .

By setting q = 1, we obtain the asymptotes in Fig. 5, since the Rayleigh distribution equals the Hoyt distribution for q = 1.

In Fig. 7, the results of colocated SSC receivers in IID Nakagami-m environment are plotted. We can observe how the m parameter affects the asymptote slope, as predicted from the diversity order approach detailed at the end of Section IV-A. The expression of this asymptote results from taking the Nakagami-m normalized power PDF; then, attending to (6) and



Fig. 6. Comparison of simulation results and asymptotic behavior of normalized LCR of the output SNR in a colocated SSC combiner with N = 2 antennas and IID Hoyt fading with $\rho = 0.95$. The markers represent simulation points. The black dotted–dashed lines represent the asymptotic behavior for high SNR.

using the asymptotic analysis described in the previous section, we obtain

$$\log\left(\bar{N}_{Z}(\bar{u})\right)|_{\bar{u}\to 0} \sim \log\left(\frac{m^{m}}{\Gamma(m)}\frac{(m-1)!}{m!}\right) + \log\left(F_{\bar{Z}_{i}}(\bar{T}|m)\right) + m\log(\bar{u}) \quad (25)$$

where $F_{\bar{Z}_i}(\bar{T}|m))$ is the Nakagami-*m* normalized SNR CDF at \bar{T} .

By setting m = 1, we obtain the asymptotes in Fig. 5, since the Rayleigh distribution equals the Nakagami-*m* distribution for m = 1.

Fig. 8 goes deeper on the performance analysis of SSC systems by adding the study of second-order statistics of the outage and showing how SSC benefits from a third branch. We can observe how the choice of a proper switching threshold in SSC systems is important to reduce the probability of an outage event to occur (left scale on the graph). We can also observe that, when the threshold equals the outage level, the outage probability is minimized. In addition, we observe the AOD (right scale on the graph) and realize that its minimum value is not necessarily reached for the same threshold that minimizes the outage probability. This fact is important to consider for applications where latency of the communication is critical, such as real-time communications, where the outage duration bounds the latency limits. Finally, the most important behavior that we observe from these curves is that the AOD is higher for the dual-branch SSC combiner than for the SSC combiner with a third branch or more. This refutes the popular belief that SSC systems do not benefit from more than two diversity branches [26]. When there is a third branch to which to switch, it is more likely that this third branch gets the combiner out of the outage



Fig. 7. Comparison of simulation results and asymptotic behavior of normalized LCR of the output SNR in colocated SSC combiners with two and three or more antennas and $\bar{T} = -5$ dB and IID Nakagami-*m* fading with $\rho = 0.95$. The markers represent simulation points. The black dotted–dashed lines represent the asymptotic behavior for high SNR.



Fig. 8. Analytical curves of the outage probability and AOD (outage level considered is 10 dB) against the chosen switching threshold T in colocated SSC combiners with N = 2 or $N \ge 3$ IID Rayleigh diversity sources with perbranch average SNR = 10, 20 dB and $\rho = 0.95$.

than when returning to the original branch, which is the one that took the combiner into outage in the first place.

Figs. 9 and 10 show the normalized LCR and AFD of the SNR at a single antenna receiver, respectively, from a distributed SSC dual-hop threshold-based DF relaying scheme, when all the links involved in the configuration undergo IID Rayleigh fading for any N. For both analytical curves, we plot their horizontal straight line asymptotic behavior. For the LCR, we



Fig. 9. Analytical curves of the normalized LCR of the output SNR in distributed SSC combiners in IID Rayleigh scenario with any N number of branches. The markers represent simulation points. The black dotted–dashed lines represent the asymptotic behavior for high SNR.



Fig. 10. Analytical curves of the normalized AFD of the output SNR in distributed SSC combiners in IID Rayleigh scenario with any N number of branches. The black dotted–dashed lines represent the asymptotic behavior for high SNR.

also provide Monte Carlo simulations to validate our results. For this configuration, the LCR is asymptotically a horizontal straight line due to the threshold-based DF mode of operation, which condenses a finite amount of probability at Z = 0. More precisely, attending to (9)–(11), we have

$$\bar{N}_Z(\bar{u})|_{\bar{u}\to 0} \sim F_{\bar{Z}}(\bar{T}_{\rm DF}) \left(1 - F_{\bar{Z}}(\bar{T}_{\rm DF})\right).$$
 (26)

In addition, due to the threshold-based DF, the asymptotic normalized AFD does not tend to 1. Specifically, attending again to (9)–(11), we have that

$$\frac{A_Z(\bar{u})}{T_S}\bigg|_{\bar{u}\to 0} \sim \frac{1}{1 - F_{\bar{Z}}(\bar{T}_{\rm DF})}.$$
(27)

We observe here that the location of the horizontal asymptotes only depends on the decoding threshold $T_{\rm DF}$. This scheme exhibits little difference for different correlations when the thresholds are high, since a high $\bar{T}_{\rm DF}$ implies little probability of the relays forwarding, and high \bar{T} in the SSC scheme entails a lot of switching and the loss of the branch correlation.

VI. CONCLUSION

We have derived novel expressions for the LCR and AFD of communication systems based on the concept of SSC diversity combining strategy in classical colocated scenarios and trending distributed scenarios. Threshold-based techniques lacked from this analytical characterization for these statistics because of the inherent discontinuity of the random processes of interest; we circumvented the limitations of Rice's approach by using an alternative formulation for sampled random processes. This approach helped us to avoid the inherent discontinuity of the SSC technique and the discontinuity introduced by threshold-based DF relaying. It also led us to analyzing the investigated scenarios in a discrete-time fashion, which matches the actual inherent implementation of these techniques.

Our analysis is general and holds for any arbitrary fading distribution with arbitrary time correlation model, either when assuming colocated or distributed diversity branches. In the process of computing the LCR and the AFD, we obtained analytical expressions for the univariate and bivariate CDFs of the output SNR, in terms of the CDFs of the per-branch fading. Moreover, we introduced a common analysis for the asymptotic LCR and AFD in high average SNR environments, which allows us to characterize the behavior of the higher order statistics by only requiring the univariate PDF that describes the fading random process. We also discussed the implications of using a number of branches in SSC systems larger than the conventional recommendation of two for wireless systems. This led us to finding interesting results about how using more than two branches improves the AOD. Specifically, the introduction of a third branch in SSC systems reduces the AOD. We finally used our exact expressions together with our proposed asymptotes to provide numerical results for Rayleigh, Hoyt, and Nakagami-m fading environments with Jakes' time correlation model and corroborated them with Monte Carlo simulations.

REFERENCES

- J. N. Laneman and G. W. Wornell, "Distributed space-time-coded protocols for exploiting cooperative diversity in wireless networks," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2415–2425, Oct. 2003.
- [2] J. N. Laneman, D. N. C. Tse, and G. W. Wornell, "Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 50, no. 12, pp. 3062–3080, Dec. 2004.
- [3] M. Uysal, Cooperative Communications for Improved Wireless Network Transmission: Framework for Virtual Antenna Array Applications. Hershey, PA, USA: Inf. Sci. Ref., 2009.

- [4] M. K. Jataprolu, D. S. Michalopoulos, and R. Schober, "Colocated and distributed switch-and-stay combining: Optimality under switching rate constraints," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 63, no. 1, pp. 451–457, Jan. 2014.
- [5] P. A. Anghel and M. Kaveh, "Exact symbol error probability of a cooperative network in a Rayleigh-fading environment," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no. 5, pp. 1416–1421, Sep. 2004.
- [6] A. Ribeiro, X. Cai, and G. B. Giannakis, "Symbol error probabilities for general cooperative links," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, no. 3, pp. 1264–1273, May 2005.
- [7] Y. Zhao, R. Adve, and T. J. Lim, "Symbol error rate of selection amplifyand-forward relay systems," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 10, no. 11, pp. 757–759, Nov. 2006.
- [8] D. S. Michalopoulos and G. K. Karagiannidis, "Performance analysis of single relay selection in Rayleigh fading," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, no. 10, pp. 3718–3724, Oct. 2008.
- [9] M. K. Simon and M.-S. Alouini, *Digital Communication Over Fading Channels*, vol. 95. New York, NY, USA: Wiley, 2005.
- [10] A. Bletsas, A. Khisti, D. P. Reed, and A. Lippman, "A simple cooperative diversity method based on network path selection," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 24, no. 3, pp. 659–672, Mar. 2006.
- [11] D. S. Michalopoulos and G. K. Karagiannidis, "Distributed switch and stay combining (DSSC) with a single decode and forward relay," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 11, no. 5, pp. 408–410, May 2007.
- [12] D. S. Michalopoulos and G. K. Karagiannidis, "Two-relay distributed switch and stay combining," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 56, no. 11, pp. 1790–1794, Nov. 2008.
- [13] N. Zlatanov, Z. Hadzi-Velkov, G. K. Karagiannidis, and R. Schober, "Cooperative diversity with mobile nodes: Capacity outage rate and duration," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 57, no. 10, pp. 6555–6568, Oct. 2011.
- [14] V. N. Q. Bao and H.-Y. Kong, "Distributed switch and stay combining for selection relay networks," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 13, no. 12, pp. 914–916, Dec. 2009.
- [15] M. Yan, Q. Chen, X. Lei, T. Q. Duong, and P. Fan, "Outage probability of switch and stay combining in two-way amplify-and-forward relay networks," *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol. 1, no. 4, pp. 296–299, Aug. 2012.
- [16] L. Fan, X. Lei, R. Q. Hu, and S. Zhang, "Distributed two-way switch and stay combining with a single amplify-and-forward relay," *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol. 2, no. 4, pp. 379–382, Aug. 2013.
- [17] Z. Paruk and H. Xu, "Distributed switch and stay combining with partial relay selection and signal space diversity," *IET Commun.*, vol. 8, no. 1, pp. 105–113, Jan. 2014.
- [18] S. O. Rice, Mathematical Analysis of Random Noise. Murray Hill, NJ, USA: Bell Telephone Lab., 1944.
- [19] C.-D. Iskander and P. T. Mathiopoulos, "Analytical level crossing rates and average fade durations for diversity techniques in Nakagami fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 8, pp. 1301–1309, Aug. 2002.
- [20] N. C. Beaulieu and X. Dong, "Level crossing rate and average fade duration of MRC and EGC diversity in Ricean fading," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 5, pp. 722–726, May 2003.
- [21] G. Fraidenraich, M. D. Yacoub, and J. C. S. Santos Filho, "Second-order statistics of maximal-ratio and equal-gain combining in Weibull fading," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 9, no. 6, pp. 499–501, Jun. 2005.
- [22] Z. Hadzi-Velkov and N. Zlatanov, "Outage rates and outage durations of opportunistic relaying systems," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 14, no. 2, pp. 148–150, Feb. 2010.
- [23] X. Dong and N. C. Beaulieu, "Average level crossing rate and average fade duration of selection diversity," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 5, no. 10, pp. 396–398, Oct. 2001.
- [24] L. Yang and M.-S. Alouini, "Average level crossing rate and average outage duration of switched diversity systems," in *Proc. Global Telecommun. Conf.*, Nov. 2002, vol. 2, pp. 1420–1424.
- [25] F. J. López-Martínez, E. Martos-Naya, J. F. Paris, and U. Fernández-Plazaola, "Higher order statistics of sampled fading channels with applications," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 61, no. 7, pp. 3342–3346, Sep. 2012.
- [26] H. Yang and M.-S. Alouini, "Performance analysis of multi-branch switched diversity systems," in *Proc. IEEE 55th Veh. Technol. Conf.*, 2002, vol. 2, pp. 782–794.
- [27] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series and Products*. New York, NY, USA: Academic, 2007.
- [28] R. A. A. de Souza and M. D. Yacoub, "Bivariate Nakagami-m distribution with arbitrary correlation and fading parameters," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, no. 12, pp. 5227–5232, Dec. 2008.

- [29] F. J. López-Martínez, D. Morales-Jiménez, E. Martos-Naya, and J. F. Paris, "On the bivariate Nakagami-m cumulative distribution function: Closed-form expression and applications," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 61, no. 4, pp. 1404–1414, Apr. 2013.
- [30] R. A. A. de Souza, M. D. Yacoub, and G. S. Rabelo, "Bivariate Hoyt (Nakagami-q) distribution," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 60, no. 3, pp. 714–723, Mar. 2012.
- [31] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. New York, NY, USA: Wiley-IEEE Press, 1974.



Adrián Sauco-Gallardo received the M.Sc. degree in telecommunication engineering from the University of Málaga (UMA), Málaga, Spain, in 2014, where he is currently working toward the Ph.D. degree with the Department of Communication Engineering.

In 2014, he joined the Department of Communication Engineering, UMA, as an Associate Researcher. His research interests include digital signal processing for communications, as well as underwater acoustic communications, with the latter mainly focused on channel modeling.



Unai Fernández-Plazaola received the M.Sc. and Ph.D. degrees in telecommunication engineering from the University of Málaga (UMA), Málaga, Spain, in 1996 and 2005, respectively.

Since 1997, he has been with the Department of Communication Engineering, UMA, where he is currently an Associate Professor. His current research interests include performance analysis and adaptive modulation in radio wireless and underwater acoustic communications.



and technical aspects.

Luis Díez received the M.Sc. and Ph.D. degrees in telecommunication engineering from the Polytechnic University of Madrid (UPM), Madrid, Spain, in 1989 and 1995, respectively.

In 1984, he joined the Fujitsu-España R&D Center. From 1987 to 1997, he was with the Department of Signals, Systems, and Radiocommunication, UPM. Since 1997, he has been with the Department of Communication Engineering, University of Málaga, Málaga, Spain. His main research interest includes digital communication and its applications



Eduardo Martos-Naya received the M.Sc. and Ph.D. degrees in telecommunication engineering from the University of Málaga (UMA), Málaga, Spain, in 1996 and 2005, respectively.

In 1997, he joined the Department of Communication Engineering, UMA, where he is currently an Associate Professor. His research activity includes digital signal processing for communications, synchronization and channel estimation, and performance analysis of wireless systems.

Capítulo 4

On the mobile-to-mobile linear time-variant shallow-water acoustic channel response

DOI: 10.1002/dac.3474

RESEARCH ARTICLE

On the mobile-to-mobile linear time-variant shallow-water acoustic channel response

Adrián Sauco-Gallardo 💿 | Unai Fernández-Plazaola | Luis Díez

Universidad de Málaga-Campus de Excelencia Internacional Andalucía Tech, Málaga, 29071, Spain

Correspondence

Adrián Sauco-Gallardo, Departamento de Ingeniería de Comunicaciones, Universidad de Málaga-Campus de Excelencia Internacional Andalucía Tech, Málaga 29071, Spain. Email: asaucog@ic.uma.es

Funding information Spanish Government and FEDER,

Grant/Award Number: TEC2014-57901-R; Junta de Andalucía, Grant/Award Number: P11-TIC-7109 and P11-TIC-8238

Summary

We expose some concepts concerning the channel impulse response (CIR) of linear time-varying (LTV) channels to give a proper characterization of the mobile-to-mobile underwater channel. We find different connections between the linear time-invariant (LTI) CIR of the static channel and 2 definitions of LTV CIRs of the dynamic mobile-to-mobile channel. These connections are useful to design a dynamic channel simulator from the static channel models available in the literature. Such feature is particularly interesting for overspread channels, which are hard to characterize by a measuring campaign. Specifically, the shallow water acoustic (SWA) channel is potentially overspread because of the signal low velocity of propagation, which prompts long delay spread responses and great Doppler effect. Furthermore, from these connections between the LTI static CIRs and the LTV dynamic CIRs, we find that the SWA mobile-to-mobile CIR does not only depend on the relative speed between transceivers, but also on the absolute speed of each of them referred to the velocity of propagation. Nevertheless, publications about this topic do not consider it and formulate their equations in terms of the relative speed between transceivers. We illustrate our find using 2 couples of examples where, even though the relative speed between the mobiles is the same, their CIRs are not.

KEYWORDS

mobile communication, time-varying channels, time-varying systems, underwater acoustic communication, underwater acoustic propagation

1 | INTRODUCTION

Underwater acoustic (UWA) channels is a developing research subject since the end of the eighties when it aroused great interest in applications such as collection of data for oceanic research, telemetry for pollution monitoring, offshore oil industry control, and remote control of underwater unmanned vehicles.^{1,2} For this reason, several works analyzing the UWA channel have emerged ever since.³⁻¹¹

Mobile-to-mobile (M2M) channels represent a classic example in communications of a linear time-varying (LTV) system, which has been extensively studied.¹² In radio channels, where electromagnetic waves are commonly used, it is standard to separate the *slow* variations from the *fast* ones for the analysis, assuming the *slow* variations contribution as a constant mean when separately analyzing the *fast* ones. This assumption is valid when the channel is not overspread, ie, the product of the delay spread and the maximum Doppler shift is much smaller than one.

^{2 of 8} WILEY

The M2M shallow water acoustic (SWA) channel suffers from harsh multipath propagation, which is caused by strong reflections on the seabed and water surface. This feature, together with the low velocity of underwater propagation of acoustic waves ($c \sim 1500$ m/s), leads to long delay spread profiles. The low velocity of propagation is also the cause of extreme Doppler effect even for not really fast transceivers motion.⁵⁻¹¹ Thus, we have to infer that this kind of channel is very likely overspread.^{7,10} These differences with common wireless channels encouraged us to study the M2M SWA channel with distinct rigor, since classic wireless channel assumptions for analysis no longer apply. Thus, our analysis focus on getting the M2M channel impulse response (CIR) without falling into a misuse of preconceived concepts.

In the literature, it can be found several SWA static channel models, which have proved its validity for sundry real scenarios in stationary conditions. They have different levels of complexity, although they all are a geometry-based ray tracing model: from simpler deterministic static models as the one proposed in Qarabaqi and Stojanovic⁵ and Stojanovic and Preisig⁶ to the ones that add the stationary random effect of water surface waves and underwater displacements or the scattered *micropaths* around the predefined *eigenpaths* because of imperfect reflections.^{8,9,11} They all use the frequency-and length-dependent absorption loss to define each path as a low-pass response with a different amplitude and time delay. All paths responses summed together form the channel response.

When we allow for the motion at will of the transmitter (Tx) and/or the receiver (Rx), we find an LTV channel that is no longer stationary. We here propose 2 system structures inspired by Prater and Loeffler¹³ to give 2 different definitions of the LTV CIR. These 2 definitions can be combined together with already available static/stationary SWA channel models (like the ones cited above) to model the M2M SWA channel. In doing so, the static/stationary model CIRs are treated as an spatial sampling of the M2M LTV CIR along the geometry described by the mobiles. Hence, this work allowed us to construct M2M SWA channel simulators from both LTV CIR definitions, being each of them a more straightaway approach depending on the characteristics of the motion to consider as it will be explained further on.

Many of the publications already mentioned also discuss this topic; however, they do not give explicit details about how their LTV CIR are defined and give them in terms of the relative motion of the transceivers. Because of this, they may result misleading since when using mechanical waves, ie, they propagate through a medium, the LTV response does not only depend on the relative Tx-Rx speed, but on each of their velocities referred to the wave propagation speed in the medium. We must recall that the reciprocity approximation assumption requires that the mobiles velocities are very small compared to the speed of propagation.¹⁴

We show this with examples in a homogeneous medium where the motion of the transceivers takes place in a plane. Specifically, an example where the receiver is moving away from a still transmitter at constant speed and the one where the transmitter is the one moving away from a still receiver at the same speed; and another example which compares an static scenario where the transceivers do not move at all and the case where the transceivers are moving at the same speed in the same direction so they keep the same distance within time than in the static case. In these 2 pairs of examples the relative motion of the transceivers is the same; however, we show that their LTV response is not.

The remainder of this paper is organized as follows. Section 2 presents different ways to characterize an LTV system. In Section 3, we show how the introduced in the previous section applies to M2M SWA channels together with some remarkable examples. Then in Section 4, we discuss some numerical results on the particular examples presented in previous section, which enlighten the need for the work here reported. Finally, the conclusions of our work are discussed in Section 5.

2 | LINEAR TIME-VARIANT CHANNEL IMPULSE RESPONSES

An LTV system is fully characterized by its Green's function g(n, m),^{13,15} Section 3.5.1 which represents the system response at time *n* to an impulse at time *m*. By using the linear systems superposition principle, we can calculate the LTV system output y(n) to an input x(n) as

$$y(n) = \sum_{m} g(n, m) x(m).$$
(1)

From Green's function, we can define

$$p_n(m) = g(n, n - m), \tag{2}$$

which is the system response at *n* caused by an impulse input *m* instants before, ie, at (n - m). Therefore, we can also express the LTV system output as



FIGURE 1 A, First, LTV system structure. The output switches every *n* to the next LTI system with response $p_n(m)$. B, Second, LTV system structure. The input switches every *n* to the next LTI system with response $r_n(m)$

$$y(n) = \sum_{m} p_n(m)x(n-m),$$
(3)

ie, a convolution. Hence, we obtain a first LTV system structure: the system output at each *n* corresponds to the output of a different LTI system whose CIR is $p_n(m)$ and the input is always x(n) as shown in Figure 1A. We name $p_n(m)$ the type I LTV CIR. This type I LTV CIR is the most commonly encountered when discussing LTV systems even though it is not properly a CIR.*

On the other hand, we can also define from Green's function

$$r_n(m) = g(n+m,n),\tag{4}$$

which is the response *m* instants later to a given impulse at n.[†] The system output can also be expressed as

$$y(n) = \sum_{m} r_m (n-m) x(m), \tag{5}$$

which is also a convolution. Thus, we obtain the second LTV system structure: The system output corresponds to the superposition of the LTI systems outputs whose CIR is $r_n(m)$, and the input to each one has been one of the samples of the input x(n) as shown in Figure 1B. We name $r_n(m)$ the type II LTV CIR.

These 2 structures are inspired on the periodically time-varying ones shown in Prater and Loeffler.¹³

The connections between the 2 LTV CIR types can be straightaway derived from their relationship with Green's function:

$$p_n(m) = g(n, n - m) = r_{n-m}(m),$$
 (6)

$$r_n(m) = g(n+m,n) = p_{n+m}(m).$$
 (7)

3 | APPLICATION OF THE LTV CIRS FOR M2M SWA CHANNELS

In the SWA medium, if we consider a possible motion pattern of the Tx and/or the Rx, we obtain an LTV system, which can be characterized using the structures explained in previous section,

$$p_n(m) = h_{a(n-m),b(n)}^{\rm S}(m),$$
 (8)

$$r_n(m) = h_{a(n),b(n+m)}^{\rm S}(m),$$
(9)

where a(n) and b(n) denote the position of the Tx and the Rx at time *n*, the superscript *S* denotes static, and $h_{a,b}^{S}(m)$ is the CIR of the static SWA channel between points *a* and *b*. For each $h_{a,b}^{S}(m)$, we can use expressions from some accepted geometrical model of the static SWA channel available in the literature like Qarabaqi and Stojanovic⁵ or Zajic.⁸ For a better understanding of these expressions, we recall that type I LTV CIR $p_n(m)$ is the channel response at time *n* to an impulse

^{*}By what we mean that this is not the response to a given impulse but to one, which must be placed at (n - m) to get to know the response at *n*. [†]Therefore, this is properly a CIR.



FIGURE 2 Geometry of the studied scenarios

transmitted at time n - m. Therefore, we must pay attention to where the Rx is at n and where the Tx was at n - m. On the other hand, using $r_n(m)$, we must look at the Rx at n + m and the Tx at n. These equations result from the propagation medium immobility, so every spatial and velocity reference is taken from it, unlike in electromagnetic scenarios.

For the sake of simplicity, although without loss of generality, we developed our work from now on using the static SWA channel model proposed and corroborated in Qarabaqi and Stojanovic.^{5‡} In this model, the medium is homogeneous in all directions, the boundary conditions, ie, seabed and surface, present neither temporal nor spatial variation, and they are flat and parallel. The model allows for an easy computation of the channel frequency response at any frequency in our band of operation, $H_{a,b}^{S}(f)$, and ithe CIR, $h_{a,b}^{S}(n) = \mathcal{F}^{-1}\{H_{a,b}^{S}(f)\}$. The superscript *S* refers to static and $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$ is the inverse discrete Fourier transform operator. We will use this model for our numerical section.

3.1 | Particular cases

In this section, we underline the difference between LTV CIR types by applying them to some illustrative scenarios. Figure 2 shows a basic simple scenario where we settle our examples. For the sake of simplicity, we will only consider motion of the transceivers contained in the same plane defined by the Cartesian axes x and y, where we also consider that the scenario is invariant within x and time. Thus, this two-dimensional figure represents the whole geometry of our scenario. The total depth from the water surface to the seabed is w, while a(n) and b(n) are the points that represent the location of the Tx and the Rx at time n, respectively. Each point is given by a pair of Cartesian coordinates referred to the axes x and y shown in red color. For even more simplicity, we will also restrict the motion of the transceivers to straight-line and parallel to the seabed at the same depth, ie,

$$a(n) = (a_x(n), w_{\mathrm{Tx}}), \tag{10}$$

$$b(n) = (b_x(n), w_{\rm Rx}),$$
 (11)

$$w_{\mathrm{Tx}} = w_{\mathrm{Rx}} = w_{\mathrm{TRX}}.$$

Therefore, the static model response in our case only depends on the distance d between the transceivers,

$$h_{a,b}^{S}(m) = h_{||a-b||}^{S}(m) = h_{d}^{S}(m).$$
 (13)

3.1.1 | Still Tx with moving Rx

In the particular case, the Tx is not moving at all; we can write $a_x(n) = a_0, \forall n$. Thus, we can write the type I CIR of the LTV channel as

$$p_n^{\text{Rx}}(m) = h_{||a(n-m)-b(n)||}^{\text{S}} = h_{|a_0-b_x(n)|}^{\text{S}}(m),$$
(14)

where the superscript Rx states that is the Rx the one moving.

3.1.2 | Still Rx with moving Tx

On the other hand, if it is the Rx the one standing still, we can write $b_x(n) = b_0$, $\forall n$. Hence, the type II CIR of this LTV channel is

[‡]Agreement between our M2M SWA channel simulator based on the static model by Qarabaqi and Stojanovic⁵ and real channel measurements was presented in Sauco-Gallardo et al.¹⁶

WILEY 5 of 8

$$h_{n}^{1x}(m) = h_{||a(n)-b(n+m)||}^{S} = h_{|a_{x}(n)-b_{0}|}^{S}(m),$$
(15)

where the superscript Tx states that is the Tx the one moving.

It is immediate to notice that we can have $a_0, b_x(n)$ from (14) and $b_0, a_x(n)$ from (15) such that the relative positions between transceivers within time is the same in both examples, $|a_0 - b_x(n)| = |a_x(n) - b_0|$. As a simple example, we give the one where the moving transceiver is sailing away from the still one at constant speed *v* departing from a distance d_0 at n = 0 for both cases:

$$d^{\text{Rx}}(n) = |a_0 - b_x(n)| = |a_0 - (a_0 + d_0 + \nu n)| = d_0 + \nu n,$$
(16)

$$d^{\mathrm{Tx}}(n) = |a_x(n) - b_0| = |(a_0 - \nu n) - (a_0 + d_0)| = d_0 + \nu n,$$
(17)

$$d^{\rm Rx}(n) = d^{\rm Tx}(n) = d(n) = d_0 + \nu n.$$
(18)

Hence, we can have for both examples their LTV CIR in terms of $h_{d(n)}^{S}(m)$:

$$p_n^{\rm Rx}(m) = r_n^{\rm Tx}(m) = h_{d(n)}^{\rm S}(m).$$
(19)

Nevertheless, the LTV channels of each example are different to each other, since $h_{d(n)}^{S}(m)$ corresponds to a different type of LTV CIR depending on which transceiver is moving.

The reasons behind these results can be comprehended by thinking that when the Rx is moving, it determines the distance d(n) at each n. Thus, $p_n(m)$, which is the response of the varying channel at n, corresponds to the response of the channel when the distance is d(n), $h_{d(n)}^{S}(m)$. Whereas when the Tx is the one moving and, hence, determining the distance d(n) at each n, it is $r_n(m)$, which is the response to an impulse transmitted at n, the type which corresponds to $h_{d(n)}^{S}(m)$.

By using the relations between the type I and II responses stated in (6) and (7), we also have

$$r_n^{\text{Rx}}(m) = p_{n+m}^{\text{Rx}}(m) = h_{d(n+m)}^{\text{S}}(m),$$
 (20)

$$p_n^{\text{Tx}}(m) = r_{n-m}^{\text{Tx}}(m) = h_{d(n-m)}^{\text{S}}(m).$$
(21)

Thus, we obtain that, despite the fact that the relative motions are the same, the LTV channels are not the same since their CIRs are not the same when expressing them by means of the same type of LTV CIR for both.

3.1.3 | Static case versus Tx and Rx moving keeping a constant distance

Now, we compare a static case, $a_x(n) = a_0$, $b_x(n) = a_0 + d_0$, with other dynamic case where both transceivers are moving with constant speed although keeping the same distance as in the static case within time, $a_x(n) = a_0 + vn$, $b_x(n) = a_0 + d_0 + vn$. Hence, in both cases $d(n) = d_0$, $\forall n$.

The static case is simple, and we write its LTI response,

$$h(m) = h_{d_e}^{\rm S}(m). \tag{22}$$

In the dynamic case, the channel is always the same despite the motion. Nevertheless let us formulate it as an LTV system using, for instance, the type I CIR,

$$p_n(m) = h_{||a(n)-b(n)||}^{\rm S} = h_{|(a_0+\nu(n-m))-(a_0+d_0+\nu n)|}^{\rm S}(m) = h_{d_0+\nu m}^{\rm S}(m),$$
(23)

where we can observe that the LTV CIR loses its dependence on time *n*. Hence, this dynamic case is LTI as expected. If we choose the type II LTV CIR to formulate this case, it is easy to prove that the same expression is reached, since it is an LTI channel. Therefore, we write the channel response using the LTI CIR notation,

$$h^{\rm D}(m) = h^{\rm S}_{(d_0 + \nu m)}(m),$$
 (24)

where the superscript *D* stands for dynamic.

Although the mobile scenario turns out to be LTI, its response is different to the one of the static case. The different CIR of the mobile scenario is the result of the fact that the later a reflection arrives the further will have the Rx moved

6 of 8 WILEY

away, ie, looking at (24), the later the delay (the independent variable of the function, m), the larger is the distance of the channel (the subscript of the function, $d_0 + vm$).

4 | NUMERICAL RESULTS

Here, we present numerical results for the particular cases detailed in Section 3.1. We show some plots of the LTV and LTI CIRs with specific figures.

The channel model used is the deterministic one proposed in Qarabaqi and Stojanovic⁵ in the band of up to 128 kHz. We use Thorp's and Marsh-Schulkin's attenuation models to simulate the frequency-dependent absorption of acoustic waves underwater,¹⁷ each of them for their corresponding frequency band (up to 3 kHz and from 3 kHz, respectively). The depth of the water is w = 18 m, the Tx and Rx are both $w_{\text{TRx}} = 12$ m above the seabed, and the starting distance between them is $d_0 = 800$ m. As in Qarabaqi and Stojanovic,⁵ to calculate the reflection coefficients, we consider the speed of sound in the bottom $c_b = 1300$ m/s and the density $\rho_b = 1800$ g/m³, whereas for the water, we take nominal speed and density, $c_0 = 1500$ m/s and $\rho_0 = 1000$ g/m³. The constant speed *v* considered is 6 knots (≈ 3.086 m/s), which is feasible for some fast Remotely Operated underwater Vehicles.

4.1 | Still Tx versus still Rx

We consider now the scenarios detailed in Section 3.1.1 and 3.1.2, ie, the different LTV CIR we obtain when it is either the Rx or the Tx the one in motion at v = 3.086 m/s.

In Figure 3, the type II CIR, $r_n(m)$, is depicted for both cases within the first meter of the trajectory, ie, from 800 to 801 m. We observe how the responses are similar, although with an evident difference: a shift in the time delay dimension, $\tau(m)$. Nonetheless, we must remark that, attending to (19) and (20), this time shift is not the only difference between the LTV CIRs.

An explanation for this remarkable phenomenon, the time delay shift, can be found if we think on the definition of $r_n(m)$, the response at n + m to the impulse sent at n: when the Tx is moving away, it sends an impulse at n, so the different reflected rays travel the geometry fixed by the distance d(n) despite the Tx moving further and further away. On the other hand, when the Rx is the one moving away, the distance between the transceivers for the reflected ray at n + m keeps growing as the Rx is traveling away.

Let us now study the magnitude of the time shifts between the different cases. We first observe the cross-section at $d(n = 0) = d_0$. It is immediate that the first arriving ray on the moving Tx case corresponds to the line of sight (LOS)



FIGURE 3 Type II LTV responses, $r_n^{\text{Rx}}(m)$, $r_n^{\text{Tx}}(m)$, for scenarios detailed in Sections 3.1.1 and 3.1.2. In these examples $d_0 = 800$ m, v = 3.086 m/s (6 knots), w = 18 m, $w_{\text{Txx}} = 12$, $c_b = 1300$ m/s, $\rho_b = 1800$ g/m³. The horizontal axis represents the time delay spread evolution at $\tau(m)$; the vertical axis represents the temporal evolution of the distance between transceivers $d(n) = d_0 + vn$. The magnitude of $r_n^{\text{Tx}}(m)$ is depicted by a warm color scale whereas the magnitude of $r_n^{\text{Rx}}(m)$ is depicted by a cool color scale

component, its delay is $\tau_0^{\text{Tx}}|_{n=0} = d_0/c \approx 533.33$ ms. Whereas on the moving Rx case, the speed of the Rx moving away from the Tx acts as an effect of reduction in the effective velocity of propagation, $\tau_0^{\text{Rx}}|_{n=0} = d_0/(c-v) \approx 534.43$ ms. Thus, we have that the moving Rx causes a time shift of $d_0v/(c(c-v)) \approx 1.09$ ms. The same time shift can also be observed between all the reflected rays of one case and their counterparts of the other. As the delays of the different rays of each case correspond to the rays traveling longer vertical distances because of the zigzag propagation (yet same horizontal distance), we can infer that the Rx horizontal movement causes a reduction of propagation speed that only affects to the horizontal propagation since the time shift is the same between all the rays of the two cases. This reduction of relative propagation speed also reduces the Doppler effect from one case to the other with a factor (c + v)/(c - v), as we can infer from the general Doppler equation,¹⁴

$$f_D = \frac{(c - v_{\rm Rx})}{(c + v_{\rm Tx})} f_0.$$
 (25)

On the other hand, if we focus now on the effect caused as the time *n* goes by and d(n) grows, we observe how all the delays shift to the right as there is a longer path to go through. The question is if the time shift between the rays of a case and the other remains constant. The answer is no. We take now $r_n(m)$ for the longest considered distance, $d(n_f) = 801$ m. The LOS ray in the moving Tx case arrives at $\tau_0^{\text{Tx}}|_{n=n_f} = d(n_f)/c = 534$ ms, while in the moving Rx case, it arrives at $\tau_0^{\text{Rx}}|_{n=n_f} = d(n)/(c-\nu) \approx 535.1$ ms, so the time shift has been increased to 1.1 ms. This time shift can be observed in all the pairs of rays from a case and the other for $d(n_f) = 801$ m. This increase of the time shift from the CIR of a case to the other, although small, shows what happens as the time goes by. This lets us formulate that the time shift from a case to the other:

$$\Delta \tau(m) = \frac{d(n)\nu}{c(c-\nu)}, \nu \le c,$$
(26)

the further away the Rx goes, the greater is the time shift with respect to the case where the Tx is the one moving away. Finally, we would like to add that, according to (19), the plot in Figure 3 for $r_n^{\text{Tx}}(m)$ is also the plot for $p_n^{\text{Rx}}(m)$.

4.2 | Static case versus Tx and Rx moving keeping a constant distance

Now, we look at the second particular scenario introduced in Section 3.1.3: The different LTI CIRs we obtain in the static case where both Tx and Rx stand still and when they both move at the same speed (magnitude and direction), ie, keeping the distance between them constant along time with the Tx chasing the Rx. We once again choose the distance d = 800 m and, for the mobile case, $v_{\text{Rx}} = v_{\text{Tx}} = v = 3.086$ m/s (6 knots). We remark that, as detailed in Section 3.1.3, the mobile case has also an LTI CIR for the constant v case, although different to the one of the static case and v-dependent.

Figure 4 shows the LTI CIRs for both scenarios. Once again, the shift in $\tau(m)$ is the main impact in the dynamic case, and the explanation can be once again found on the Rx *running away* from the chasing impulse. In fact, if we attend to



FIGURE 4 LTI CIR for scenarios detailed in Section 3.1.3. In these examples, d = 800 m, w = 18 m, $w_{\text{TRx}} = 12$, $c_b = 1300$ m/s, $\rho_b = 1800$ g/m³, and $\nu = 3.086$ m/s (6 knots) in the dynamic case

8 of 8 WILEY

the definitions in (19), (20), (22), and (24), we can realize that the plots of the static and mobile case in Figure 4 are the plane n = 0 of the plot of $r_n^{\text{Tx}}(m)$ and $r_n^{\text{Rx}}(m)$, respectively, in Figure 3. Nevertheless, no Doppler effect is undergone by this dynamic channel since the channel is LTI.

5 | CONCLUSION

We addressed the M2M SWA channel as it was not ever before done and obtained a framework to simulate it from the static SWA channel models already available. This framework connected the M2M LTV CIR with the static LTI CIR. This work led us to find that due to the use of mechanical waves, the relativity in the motion between transceivers is no longer applicable like in usual electromagnetic-wave–based communications. We illustrated this find with some numerical examples. Further development of this work should thoroughly compare our model with M2M SWA sounding in scenarios where a static channel model has proved its validity.

ACKNOWLEDGEMENTS

Spanish Government and FEDER under project TEC2014-57901-R and the Junta de Andalucía under projects P11-TIC-7109 and P11-TIC-8238.

ORCID

Adrián Sauco-Gallardo 🔟 http://orcid.org/0000-0003-2048-6661

REFERENCES

- 1. Stojanovic M. Recent advances in high-speed underwater acoustic communications. IEEE J Oceanic Eng. 1996;21(2):125-136.
- 2. Brady D, Preisig JC. Underwater acoustic communications. In: Poor HV, Wornell GW, eds. *Wireless Communications: Signal Processing Perspectives*, chap. 8: Prentice Hall PTR (ECS Professional); 1998:330-379.
- 3. Sozer EM, Stojanovic M, Proakis JG. Underwater acoustic networks. IEEE J Oceanic Eng. 2000;25(1):72-83.
- 4. Badiey M, Mu Y, Simmen JA, Forsythe SE. Signal variability in shallow-water sound channels. IEEE J Oceanic Eng. 2000;25(4):492-500.
- 5. Qarabaqi P, Stojanovic M. Statistical modeling of a shallow water acoustic communication channel. In: Proc. Underwater Acoustic Measurements Conference Citeseer. Nafplion, Greece; 2009:1341-1350.
- 6. Stojanovic M, Preisig J. Underwater acoustic communication channels: propagation models and statistical characterization. *IEEE Commun Mag.* 2009;47(1):84-89.
- 7. van Walree P, Jenserud T, Song H. Proc. 10th European Conference on Underwater Acoustics, ECUA 2010: Istanbul, Turkey. 2010:952-958.
- 8. Zajic AG. Statistical modeling of MIMO mobile-to-mobile underwater channels. *IEEE Trans Veh Technol.* 2011;60(4):1337-1351.
- 9. Qarabaqi P, Stojanovic M. Statistical characterization and computationally efficient modeling of a class of underwater acoustic communication channels. *IEEE J Oceanic Eng.* 2013;38(4):701-717.
- 10. van Walree PA, Otnes R. Ultrawideband underwater acoustic communication channels. IEEE J Oceanic Eng. 2013;38(4):678-688.
- 11. Baktash E, Dehghani MJ, Nasab MRF, Karimi M. Shallow water acoustic channel modeling based on analytical second order statistics for moving transmitter/receiver. *IEEE Trans Signal Process*. 2015;63(10):2533-2545.
- 12. Goldsmith A. Wireless Communications. Cambridge, United Kingdom: Cambridge university press; 2005.
- 13. Prater JS, Loeffler CM. Analysis and design of periodically time-varying IIR filters, with applications to transmultiplexing. *IEEE Trans Signal Process*. 1992;40(11):2715-2725.
- 14. Rosen J, Gothard L. *Encyclopedia of Physical Science*, Facts on File Science Library. New York, United States: Facts On File, Incorporated; 2010.
- 15. Crochiere RE, Rabiner LR. Multirate Digital Signal Processing. Harlow, United Kingdom: Prentice-Hall; 1983.
- 16. Sauco-Gallardo A, Fernández-Plazaola U, Paris JF, Sánchez A, Díez L. A simulator for mobile-to-mobile shallow-water acoustic channels. In: Oceans 2016 MTS/IEEE Monterey; Monterey, CA, United States, 2016:1-5.
- 17. Berkhovskikh L, Lysanov Y. Fundamentals of Ocean Acoustics. New York, NY, United States: Springer; 1982.

How to cite this article: Sauco-Gallardo A, Fernández-Plazaola U, Diez L. On the mobile-to-mobile linear time-variant shallow-water acoustic channel response. *Int J Commun Syst.* 2018;31:e3474. https://doi.org/10.1002/dac.3474

Capítulo 5

A Simulator for Mobile-to-Mobile Shallow-Water Acoustic Channels

A Simulator for Mobile-to-Mobile Shallow-Water Acoustic Channels

Adrián Sauco-Gallardo*; Unai Fernández-Plazaola*; José F. Paris*; Antonio Sánchez[†]; Luis Díez*

*Departamento de Ingeniería de Comunicaciones, Universidad de Málaga, Spain

[†] Sociedad Anónima de Electrónica Submarina (SAES)

Email: *{asaucog,unai,paris,diez}@ic.uma.es, [†]a.sanchez@electronica-submarina.com

Abstract—We here present a mobile-to-mobile shallow water acoustic (SWA) channel simulator based on the proper construction of a linear time-variant (LTV) channel impulse response (CIR) from a set of linear time-invariant (LTI) CIRs. These LTI CIRs are obtained from a deterministic static SWA channel model, which we also describe here. We validate the results of our simulator by comparing them in statistics terms with data collected in a measuring campaign.

I. INTRODUCTION

Mobile shallow water acoustic (SWA) channels are a challenging research focus due to its severe multipath effect, long delay spread, significant path-dependent Doppler effect and critical frequency-dependent attenuation.

The use of acoustic waves for communication restrains severely the available bandwidth for communication, however the narrowband assumption usually made in radio channels analysis is not feasible due to low carrier frequency and the frequency-dependent attenuation. In addition to that, the propagation speed of the employed mechanical acoustic waves in the aqueous medium is very low ($c_0 \approx 1500$ m/s) and causes high latency and extreme Doppler effect even for slow velocity motions of the transmitter/receiver [1]–[7].

In addition to these concerns the acoustic waves arise, the SWA channel adds the effect of severe multipath propagation caused by strong reflections on the seabed and surface [1]–[8], and therefore giving rise to fading. The low velocity of propagation also provokes that these multiple reflections arrive within an extremely long delay spread (time span between the first received signal component and the last component associated with a single transmitted pulse) of up to hundreds of milliseconds where each path suffers from its own Doppler and angle spreading [2]–[5]. Hence this kind of channels are frequency and time selective (doubly selective channel) [9].

Due to these characteristic SWA channels are likely to be overspread, i.e. the product of the maximum Doppler shift and maximum delay is high [9]. Channels with such characteristics must be studied as linear time-variant (LTV) systems. We here propose a discrete-time channel simulator which constructs the LTV channel impulse response (CIR) from a proper combination of a collection of precomputed static broadband CIRs, which correspond to a sampling of the time evolution of the variant CIR. The results for the broadband characterization of the mobile channel obtained from our simulator are compared with data obtained from a measuring campaign performed on May 16, 2014 in La Algameca Chica (Cartagena, Spain).

The reminder of this paper is organized as follows. Section II presents a model for the static SWA channel which allow for the computation of the channel frequency response (CFR). In Section III we provide detail of what must be taken into account when obtaining the static SWA channel CIR from its CFR. Section IV explains how to implement the mobile SWA channel model from a set of static SWA channel CIRs. In Section V we show through some numerical results that the channel behavior obtained with our simulator models correctly the main features of the results obtained from a measuring campaign. Finally, the conclusions of our work are discussed in Section VI.

II. STATIC SHALLOW-WATER ACOUSTIC CHANNEL MODEL

To characterize the SWA channel in static conditions we employ a deterministic model inspired by [2]. Its expression is given in terms of a linear time-invariant (LTI) CFR which is derived from a superposition of multiple propagation paths, where each path is approximated by a low-pass filter.

A basic scheme of the medium is depicted in Fig. 1. The parameters describing this geometry are the water depth, w, which is assumed to be constant; the height over the seabed where the transmitter and the receiver are placed, w_{Tx} , w_{Rx} ; and the horizontal distance between the position of the transceivers, d.

We consider a finite number of paths, P, along which our signal propagates from Tx to Rx. Labeling the paths as p_i where $i = 0, 1 \dots P$, we consider p_0 the line-of-sight (LOS) path, p_i with i odd the paths with b = (i + 1)/2 bounces whose first bounce is on the water surface, and p_i with i even the paths with b = i/2 bounces whose first bounce is on the seabed. The angle of incidence on the water surface and/or the seabed of the *i*th path, θ_i , can be calculated as follows,

$$\theta_{i} = \begin{cases} \arctan\left(\frac{d}{bw - w_{\text{Tx}} + w_{\text{Rx}}}\right) & \text{if } b \text{ even, } i \text{ odd,} \\ \arctan\left(\frac{d}{bw - w_{\text{Tx}} + w_{\text{Tx}}}\right) & \text{if } b \text{ even, } i \text{ even,} \\ \arctan\left(\frac{d}{(b+1)w - w_{\text{Tx}} - w_{\text{Rx}}}\right) & \text{if } b \text{ odd, } i \text{ odd,} \\ \arctan\left(\frac{d}{(b-1)w + w_{\text{Rx}} + w_{\text{Tx}}}\right) & \text{if } b \text{ odd, } i \text{ even.} \end{cases}$$
(1)

978-1-5090-1537-5/16/\$31.00 ©2016 IEEE



Fig. 1. Channel geometry.

Whereas the length of the *i*th path, l_i , is

$$l_{i} = \begin{cases} \frac{bw - w_{\mathrm{Tx}} + w_{\mathrm{Rx}}}{\cos(\theta_{i})} & \text{if } b \text{ even, } i \text{ odd,} \\ \frac{bw - w_{\mathrm{Rx}} + w_{\mathrm{Tx}}}{\cos(\theta_{i})} & \text{if } b \text{ even, } i \text{ even,} \\ \frac{(b+1)w - w_{\mathrm{Tx}} - w_{\mathrm{Rx}}}{\cos(\theta_{i})} & \text{if } b \text{ odd, } i \text{ odd,} \\ \frac{(b-1)w + w_{\mathrm{Rx}} + w_{\mathrm{Tx}}}{\cos(\theta_{i})} & \text{if } b \text{ odd, } i \text{ even.} \end{cases}$$
(2)

Given this channel model, we write the CFR, H(f), as the superposition of the frequency response of each considered propagation path,

$$H(f) = \sum_{i=0}^{P} H_i(f) e^{-j2\pi f l_i/c},$$
(3)

where each $H_i(f)$ is

$$H_i(f) = \frac{\Gamma_i}{\sqrt{A(f, l_i)}},\tag{4}$$

i.e. a weighing cumulative reflection coefficient, Γ_i , and the free space path loss, $A(f, l_i)$, which, besides path length dependent, it is also frequency-dependent. This free space path loss is given by [2]

$$A(f, l_i) = 10^{l_i \alpha (10^{-3} f) 10^{-4}} l_i^k, \tag{5}$$

where k is a spreading factor whose value is normally between 1 and 2 (for cylindrical and spherical spreading, respectively), f is given in hertz and l_i in meters; whereas $\alpha(f)$ is the absorption coefficient which is given in decibels per kilometer using Thorp's empirical expression [10],

$$\alpha(f) = 0.11 \frac{f^2}{1+f^2} + 44 \frac{f^2}{4100+f^2} + 2.75 \times 10^{-4} f^2 + 3 \times 10^{-3},$$
(6)

where f must be given in kilohertz.

The cumulative reflection coefficient is given by

$$\Gamma_i = \gamma_w^{n_{wi}} \gamma_s(\theta_i)^{n_{si}},\tag{7}$$

where n_{wi} and n_{si} is the number of reflections in the water surface and the seabed respectively along the *i*th path, γ_w is the reflection coefficient in the water surface, which we consider as a perfect reflector ($\gamma_w = -1$), and $\gamma_s(\theta_p)$ is the reflection coefficient in the seabed. The reflection coefficient in the seabed can be calculated as [10]

$$\gamma_{s}(\theta_{i}) = \begin{cases} \frac{\rho_{b}}{\rho_{0}}\cos(\theta_{i}) - \sqrt{\left(\frac{c_{0}}{c_{b}}\right)^{2} - \sin^{2}(\theta_{i})}}{\frac{\rho_{b}}{\rho_{0}}\cos(\theta_{i}) + \sqrt{\left(\frac{c_{0}}{c_{b}}\right)^{2} - \sin^{2}(\theta_{i})}} & \text{for } \sin(\theta_{i}) \leq \frac{c_{0}}{c_{b}}, \\ 1 & \text{for } \sin(\theta_{i}) > \frac{c_{0}}{c_{b}}, \end{cases}$$
(8)

where $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ and $c_0 = 1500 \text{ m/s}$ are nominally the density of water and the speed of sound in it respectively, whereas ρ_b and c_b are the density of the seabed material and the velocity of sound in it respectively.

The magnitude of the reflection coefficient in the seabed together with the d, w are the main factors which determine the number of paths P to consider in our model without casting relevant paths aside. Moreover, our simulator discards the considered paths whose attenuation is greater than 40 dB with respect to the maximum amplitude path at each frequency.

This way, given the depth of the shallow-waters, w, and the seabed material parameters ρ_b, c_b , we are able to define the CFR of our model at any frequency f in the ocean acoustic waves band for any given set of parameters $d, w_{\text{Tx}}, w_{\text{Rx}}$ defining the position of the transceivers: $H_{a,b}^{\text{S}}(f)$, where the superscript S denote the channel is static and a, b are the positions of the Tx and Rx respectively. From now on we will define a and b with respect to a Cartesian coordinate system with origin in the position of the Tx such that a = (0, 0) and $b = (d, w_{\text{Rx}} - w_{\text{Tx}})$, allowing for d negative in case the Rx is on the left side of the Tx.

III. OBTAINING THE STATIC CHANNEL IMPULSE Response

From the results of previous section, we can obtain the CFR of the static SWA channel in the whole bandwidth, and, from this CFR, we will be able to obtain the CIR by means of the inverse discrete Fourier transform (IDFT).

We are interested in the whole bandwidth in which the channel conditions allow, which we consider is up to $f_L = 128$ kHz. However some windowing before performing the IDFT will prevent the emergence of fictitious harmonics on the obtained CIR. Hence we will calculate the CFR up to $f_M = 2f_L = 256$ kHz in order to employ prior IDFT a

raised-cosine windowing, W(f), which begins to fall at f_L and reaches 0 at f_M ,

$$W(f) = \begin{cases} 1 & \text{for } f \le f_L, \\ \frac{1}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi}{f_L}(f - f_L)\right) \right) & \text{for } f > f_L. \end{cases}$$
(9)

The frequency spacing, Δf , that we use for computing the CFR will determine the time span we will obtain from the CIR. Since we have mentioned that SWA channel are characterized for high latency and long delay spread, Δf must be chosen such that there is not temporal aliasing in the CIR. Specifically, the duration of the calculated CIR is $D = 1/\Delta f$, therefore we must ensure that D is greater than the actual duration of the CIR of our model in order to not have temporal aliasing. The parameters which mainly influence on this duration are d, w and γ_s , which is determined by ρ_b, c_b .

We plan to work with channels where $d \sim 100 \text{ m}$, $w \sim 20 \text{ m}$ and we will consider two types of seabed material: sandy and rocky seabed. The sandy seabed density is $\rho_b = 1900 \text{ kg/m}^3$ and the speed of sound in it is $c_b = 1650 \text{ m/s}$, whereas in the rocky seabed case, $\rho_b = 2700 \text{ kg/m}^3$, $c_b = 5250 \text{ m/s}$ [11]. From these values, we obtain that the duration of the sandy seabed case CIR is less than 0.2 seconds and that one of the rocky seabed case is less than 0.5 seconds. Hence $\Delta f = 5 \text{ Hz}$ and $\Delta f = 2 \text{ Hz}$ is sufficient for the sandy and rocky seabed respectively.

Having computed $H_{a,b}^{S}(f)$ with f from 0 to f_{M} every Δf , by means of the inverse discrete Fourier transform (IDFT) we obtain,

$$h_{a,b}^{\mathbf{S}}(m) = \mathrm{IDFT}\{H_{a,b}^{\mathbf{S}}(f)\},\tag{10}$$

the channel LTI CIR for the discrete time variable, m, within a time span D sampled at $f_S = 2f_M = 512$ kHz.

IV. OBTAINING THE TIME-VARIANT CHANNEL IMPULSE Response

Our aim is to characterize the mobile-to-mobile SWA channel, so we will allow for the motion within time of the Tx and Rx, hence now we have that the positions of the Tx and Rx are time-dependent, a(n), b(n), where n is the time variable. We will consider that w, ρ_b, c_b remain constant within the extension covered by the transducers motion.

The CIR of this mobile-to-mobile channel is clearly a LTV CIR: $h_n(m)$, the channel response at time n to an impulse sent at time (n - m). Therefore, note here that both n and m must present the same sampling rate so we can operate with them together. As the only source of temporal variation in the CIR we consider is the motion of the transceivers we can write the LTV CIR as

$$h_n(m) = h_{a(n-m),b(n)}^{\mathbf{S}}(m),$$
 (11)

which explained in simple words means that the response of the variant channel at n to an impulse at (n-m) corresponds

to the response of the static channel defined by the position of the Rx at n and the position of the Tx at (n - m).

This way, our simulator must obtain the static CIR of the SWA channel for every pair of a(n), b(n) we want to consider. For simplicity, to reduce the degrees of freedom in this problem, we will consider that the transducers do not change their depth and that they are equal, $a(n) = (a_x(n), w_{\text{TRx}}), b(n) = (b_x(n), w_{\text{TRx}})$. Thus, as the only temporal variations we have are in the horizontal position, we omit the vertical position of the transducer from our notation,

$$h_n(m) = h_{a(n-m),b(n)}^{\mathbf{S}}(m) = h_{|a_r(n-m)-b_r(n)|}^{\mathbf{S}}(m) = h_{d_m(n)}^{\mathbf{S}}(m),$$
(12)

where we get that $h_n(m)$ only depends on the horizontal distance between the position of the Tx at (n - m) and the position of the Rx at n, $d_m(n)$. Therefore, to obtain the mobile-to-mobile LTV CIR we will need a set of static responses covering the whole range of possible distances along time between transceivers we want to consider.

The next concern that arises is which spatial sampling should we consider to calculate this set of static responses we need. After some tests, we determined that, for the distances, water depth and seabed materials considered, a spatial sampling in the distance between transceivers $K = 10^4$ m⁻¹ is enough to ensure we do not lose information about how the response evolves with the transceivers motion.

Now we have the time sampling already fixed to $f_S = 512$ kHz and the space sampling to $K = 10^4 \text{ m}^{-1}$, we have also reduced the set of velocities, i.e. rate of change of $d_m(n)$, to multiples of $f_S/K = 51.2$ m/s. This velocity of 51.2 m/s (~ 99.6 kn) is quite high for mobiles in water. Thus we would be interested on lower velocities, however a higher K would make too large the number of static channels we would need to compute.

This problem finds an easy solution given that we have ensured that the spatial evolution is sufficiently sampled: a linear interpolation of two adjacent channels to reflect a spatial changes smaller than 1/K. We will consider all the velocities, v, which are divisors of 51.2 m/s, so the quotient between the spatial spacing we have and the desired one is 10^{-4} (m)/ $\Delta d = 51.2$ (m/s)/ $v = M \in \mathbb{Z}$. Then, we will approximate $h_{d_m(n)}^S(m)$, with $d_m(n)$ in a set with spacing $\Delta d = 10^{-4}/M$ as

$$h_{d_m(n)}^S(m) \approx (1-\beta)h_{d^i}^S(m) + \beta h_{d^s}^S(m),$$
 (13)

where d^i, d^s are the distances in the set of precomputed CIRs with spacing 10^{-4} m which are immediately inferior and superior to $d_m(n)$ and

$$\beta = \frac{d_m(n) - d^i}{M\Delta d}.$$
(14)

Once obtained the LTV CIR, $h_n(m)$, from a set of static responses, we can express the received signal y(n) for the transmitted signal x(n) as

$$y(n) = \sum_{m} h_n(m)x(n-m).$$
(15)

V. NUMERICAL RESULTS

In this section we will provide some results from a measuring campaign performed on May 16, 2014 in La Algameca Chica (Cartagena, Spain); and we will compare them with others from our simulator. The measurements are property of Sociedad Anónima de Electrónica Submarina (SAES).

From this campaign we had at our disposal the reception of an unmodulated multitone signal obtained in the following conditions:

- 1) The transmitter was submerged 6 m deep hanging from a still watercraft at a point where the water was 15 m deep. The seabed could be described as sandy at this point.
- 2) The receiver was also submerged 6 m deep hanging from a speedboat which, during the several minute long measure, sailed away from the transmitter in a straight line at mean speed v = 1.75 kn until reaching a point around 200 m away from the transmitter where the water depth was 27 m. The seabed could be described as sandy along the whole trajectory. The receiver sampled at 500 kHz.
- The signal transmitted was a 97 equally spaced unmodulated tone broadband signal in the band between 64 kHz and 128 kHz.

We will statically characterize the LTV channel by means of the scattering function $C(\nu, \tau)$ [9], which shows the channel behavior at the Doppler frequencies ν along the channel time delay τ . The scattering function can be computed from the time-frequency correlation function, $R(\Delta t, \Delta f)$. By the Fourier transform along the Δt dimension of $R(\Delta t, \Delta f)$ we obtain the ν dimension of $C(\nu, \tau)$, and then by the inverse Fourier transform along Δf , the τ dimension [9].

We decided to characterize the described SWA channel for the distance between transceivers $d \sim 100$ m. Hence from the measure, we chose a slice located around the half of the collected data (since the measurement consists in the receiver moving away from the transmitter up to 200 m), specifically a 8 s long slice which at 1.75 kn covers a distance of 7.2 m.

As the Doppler shift caused by the pth path at frequency f when the receiver is moving away from the transmitter at velocity v can be expressed as

$$DS_p(f) = \frac{-fv\cos(\pi/2 - \theta_p)}{c},$$
(16)

we can anticipate that the maximum Doppler shift that we will experience will be found for the highest transmitted frequency 128 kHz at the LOS path ($\theta_0 = \pi/2$), $\max(DS_p(f)) = DS_0(128 \text{ kHz}) = -76.6 \text{ Hz}$. Since the transmitted tones spacing is (128 - 64) kHz/97 = 659.8 Hz, we can ensure that the responses to the different tones will not be blended.

Using this slice of the collected data we can estimate $R(\Delta t.\Delta f)$. We have the channel response within 8 s sampled

at 500 kHz for N = 97 frequencies in the band of [64, 128] kHz. This will allow us to estimate the correlation function for Δf from -64 kHz to 64 kHz in 193 points and for Δt from -8 s to 8 s with 8×10^6 points. By employing the discrete Fourier transform (DFT) along Δt and the IDFT along Δf , we obtain our estimation of $C(\nu, \tau)$. However, as in the Δf dimension we only had 193 points in a 128 kHz band, we obtained $C(\nu, \tau)$ for τ up to 1.5 ms; and given that the responses for channels of these characteristics last up to hundreds of ms, we can be sure that we got temporal aliasing in τ . In order to not have this temporal aliasing we should increase the number of tones in the band, although if we did so, the response to each tone may not be separable because of the Doppler shift. However we settle for this time-aliased version of $C(\nu, \tau)$, since we are going now to obtain $C(\nu, \tau)$ for our channel simulator using the same probe signal and, hence, we assume that the temporal aliasing in the simulator results and in the measured data should be similar.

In order to simulate such dynamic SWA channel, we generated with our model the channel response for the distance span from 100 m to 107.2 m. For the water depth in the simulation we took an intermediate one of the depths found in the measures, specifically w = 18 m; and since the transceivers were 6 m deep, $w_{\text{Tx}} = w_{\text{Rx}} = 12$ m. We considered both the sandy seabed ($\rho_b = 1900 \text{ kg/m}^3$, $c_b = 1650 \text{ m/s}$) and the rocky seabed ($\rho_b = 2700 \text{ kg/m}^3$, $c_b = 5250 \text{ m/s}$). The spreading factor k was set to an intermediate level, k = 1.5.

With this set of simulated responses we computed the LTV response to the specified multitone signal considering the receiver moving at constant velocity $v_{\rm Rx} = 51.2/M$ m/s with M = 57, which corresponds to 1.75 kn. This way we obtained a 7.2 m/ $v_{\rm Rx} \sim 8$ s long response. From it we estimated $R(\Delta t, \Delta f)$ to compute the estimation of $C(\nu, \tau)$ as we did with the measured data.

In Figs 2, 3, 4, we plot our estimation of the scattering function from the measured data and the SWA mobile channel simulator results for the sandy and rocky seabed assumptions respectively.

From the simulation results we confirm that the maximum Doppler frequency $\nu \approx -76.6$ Hz for both seabed types as anticipated. However in the rocky case the range of ν extends up to -10 Hz, whereas in the sandy one it only does up to -30 Hz. The reason for this is that the rocky seabed causes less attenuation in the seabed reflection coefficients, thus it has more significant paths, which arrive with increasingly small incidence angles, θ_p , and therefore creating smaller Doppler shifts than the ones encountered in the sandy seabed simulation.

On the other hand, from the measured data we can observe that the most that significant band keeps confined to the band shown by the sandy simulator results (remember that the seabed during the measuring campaign was described as sandy). Hence this fact leads us to think that our simulator is a good first approach for modeling mobile-to-mobile SWA channels despite the fact that we find that the measured data results spread wider in the Doppler frequency dimension and



Fig. 2. Estimated $C(\nu, \tau)$ for the measured data.



Fig. 3. Estimated $C(\nu, \tau)$ for the sandy seabed simulation.

that they are more irregular than the simulator results. We must take into account that our simulator is still deterministic without ocean swell and the simulated speed of the speedboat was modeled as constant, features that can be included in more developed versions of the simulator.

As regards the τ dimension, we can observe that the scattering function lasts for the 1.5 ms we were able to estimate, a time span which suffers from aliasing for sure as we mentioned. A LTV channel is considered overspread, i.e. the response of the channel changes drastically within its duration, when it does not satisfy that $|\nu_{\max} \times \tau_{\max}| << 1$ [9]. In our case we have a maximum Doppler shift of 76.6 Hz ideally or 100 Hz experimentally, hence we would need that $\tau_{\max} < 1$ ms to not be overspread. Thus, we can confirm that this channel is overspread.

VI. CONCLUSION

We modeled the mobile-to-mobile SWA channel as a broadband LTV system and constructed a simulator from this model. Our simulator succeeded in modeling the main effects of the real channel accurately good. We concluded that this channel is overspread even for relatively slow mobiles, which



Fig. 4. Estimated $C(\nu, \tau)$ for the rocky seabed simulation.

incapacitates a measuring campaign from characterizing the LTV CIR without experimenting either temporal aliasing or frequency blending. Thus, a realistic channel simulator as ours is an indispensable tool to analyze these channels.

ACKNOWLEDGMENT

This work has been partially supported by FEDER and the Spanish and Andalusian Governments, under projects TEC2014-57901-R and P11-TIC-8238, respectively; and by the Spanish company Sociedad Anónima de Electrónica Submarina (SAES).

REFERENCES

- M. Stojanovic, "Underwater acoustic communications: Design considerations on the physical layer," in *Fifth Annual Conference on Wireless on Demand Network Systems and Services*, 2008. WONS 2008., Jan 2008, pp. 1–10.
- [2] P. Qarabaqi and M. Stojanovic, "Statistical modeling of a shallow water acoustic communication channel," in *Proc. Underwater Acoustic Measurements Conference, Nafplion, Greece.* Citeseer, 2009, pp. 1341– 1350.
- [3] M. Stojanovic and J. Preisig, "Underwater acoustic communication channels: Propagation models and statistical characterization," *IEEE Communications Magazine*, vol. 47, no. 1, pp. 84–89, January 2009.
- [4] A. G. Zajic, "Statistical modeling of MIMO mobile-to-mobile underwater channels," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 60, no. 4, pp. 1337–1351, May 2011.
- [5] P. A. van Walree and R. Otnes, "Ultrawideband underwater acoustic communication channels," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 38, no. 4, pp. 678–688, Oct 2013.
- [6] M. Naderi, M. Patzold, and A. G. Zajic, "A geometry-based channel model for shallow underwater acoustic channels under rough surface and bottom scattering conditions," in *IEEE Fifth International Conference on Communications and Electronics (ICCE)*, 2014, July 2014, pp. 112–117.
- [7] E. Baktash, M. J. Dehghani, M. R. F. Nasab, and M. Karimi, "Shallow water acoustic channel modeling based on analytical second order statistics for moving transmitter/receiver," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 63, no. 10, pp. 2533–2545, May 2015.
- [8] M. Badiey, Y. Mu, J. A. Simmen, and S. E. Forsythe, "Signal variability in shallow-water sound channels," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 25, no. 4, pp. 492–500, Oct 2000.
- [9] G. Matz and F. Hlawatsch, "Time-varying communication channels: Fundamentals, recent developments, and open problems," in *IEEE 14th European Signal Processing Conference*, 2006, pp. 1–5.
- [10] L. Berkhovskikh and Y. Lysanov, Fundamentals of Ocean Acoustics. Springer, 1982.
- [11] F. B. Jensen, W. A. Kuperman, M. B. Porter, and H. Schmidt, Computational ocean acoustics. Springer Science & Business Media, 2011.

Capítulo 6 Conclusiones y líneas futuras

Conclusiones generales

En esta tesis se ha estudiado el canal radio en configuraciones de diversidad conmutada. Para ello se ha usado la asunción de banda estrecha que permite modelar las variaciones temporales del canal como una variable aleatoria denominada *fading*. La diversidad conmutada es una técnica clásica de diversidad que permite combatir los efectos del *fading*. Esta se encuentra de nuevo en auge gracias al concepto de diversidad espacial distribuida que implementan las redes de *relays*. Se ha hecho un análisis estadístico del *fading* que ha permitido construir expresiones cerradas para el *Level Crossing Rate* y el *Average Fade Duration* en escenarios con diversidad espacial en recepción tanto concentrada como distribuida. Esto se ha conseguido mediante un novedoso enfoque para procesos aleatorios discretos que permitía eludir las limitaciones del enfoque clásico de Rice para el estudio de estos estadísticos de orden superior. Para el análisis se ha admitido *fading* con diferentes distribuciones estadísticas y niveles distintos de correlación temporal, haciendo generales los resultados del estudio. También se ha derivado un resultado para estos estadísticos que simplifica su obtención en condiciones de alta SNR.

Además, se ha estudiado con detalle las definiciones de respuestas de canales temporalmente variantes a partir de la función de Green. Esto ha permitido analizar el canal acústico móvil subacuático a partir de dos estructuras distintas de sistemas LTV y llegar a conclusiones novedosas que se escapan a las publicaciones existentes, pues estas no utilizan definiciones precisas de las respuestas variantes del canal. Por otra parte, definiendo la respuesta variante como una composición a partir de respuestas invariantes, se ha podido proponer un modelo de canal acústico subacuático estático en aguas someras. Este modelo, como otros que se encuentran en la literatura, se basa en la geometría de rayos y los resultados empíricos que existen para la propagación y reflexión de ondas acústicas en el medio acuoso. La definición de la respuesta variante, conjuntamente con el modelo de canal estático propuesto, ha permitido la construcción de un simulador de canal móvil en aguas someras. Esto resulta particularmente interesante en un canal donde una caracterización completa por sondeo de canales reales encuentra severas limitaciones.

Los objetivos de esta tesis se han visto cumplidos, pues se han logrado las siguientes aportaciones:

- Nuevas expresiones cerradas para el LCR y AFD de la SNR en canales con diversidad espacial tanto concentrada como distribuida donde se emplean técnicas que le provocan discontinuidades, como Switch & Stay Combining, o la retransmisión por umbral en las redes de relays.
- Una aproximación general para el LCR y AFD en entornos de alta SNR que solamente requiere el conocimiento de estadísticos de primer orden de la variable a estudiar.
- Se ha demostrado la utilidad de una tercera fuente de diversidad en la técnica Switch
 & Stay Combining para reducir la duración de los desvanecimientos.
- Se ha propuesto un modelo de canal variante mediante estructuras que combinan las respuestas de canales invariantes.
- Se ha mostrado la relevancia de las velocidades absolutas de los transceptores, en lugar de la relativa, en los canales acústicos subacuáticos.
- Se ha desarrollado un simulador de canal acústico subacuático móvil en aguas someras.
- Se ha comprobado que los canales acústicos móviles en aguas someras pueden resultar *overspread* incluso para velocidades muy moderadas de los transceptores.

Líneas futuras

Las líneas futuras que se proponen son:

- Se ha propuesto un modelo que permite simular los canales móviles UAC en aguas someras. Este modelo resulta computacionalmente costoso, por lo que se optó por guardar las respuestas generadas con el fin de poder reutilizarlas, requiriendo esto mucha memoria de disco. Resulta conveniente ampliar la investigación hacia una optimización del modelo en términos de coste computacional.
- Evaluar prestaciones en canales UAC de técnicas de comunicaciones (modulaciones, esquemas de codificación, etc.) usando el simulador propuesto con el fin de extraer conclusiones acerca de cómo explotar los canales subacuáticos.
- Buscar un modelo geométrico-estacionario que redujera el coste computacional. Para ello, se podrían estudiar las propuestas existentes de modelos estadísticos para la distribución y variación temporal de los ángulos de reflexión tanto en la superficie del mar como en el fondo marino. Con dichos modelos existentes se podría estimar el perfil de dispersión temporal que modele el canal acústico subacuático. Sería necesario también hacer simplificaciones en el modelo para hacerlo práctico a la vez que realista. Con este modelo se podrían generar realizaciones de la respuesta variante del canal en función de la geometría del escenario y modelos estadísticos.
- Introducir la diversidad espacial a la investigación del canal UAC. En el caso de conseguir un modelo como el que se plantea en el punto anterior, sería sencillo simular canales con este tipo de diversidad. Estas simulaciones se deberían contrastar con una nueva campaña de medidas donde se utilizaran distintos hidrófonos en recepción.
- El análisis de estadísticos de orden superior en sistemas conmutados presentado se centra en fuentes de diversidad idénticamente distribuidas. Se podría ampliar el análisis estudiando la probabilidad de que un sistema SSC esté siguiendo a una determinada fuente de diversidad cuando cada una de ellas tiene distinta distribución.

Referencias

- [1] S. O. Rice, Mathematical Analysis of Random Noise. Murray Hill, NJ: BTL, 1944.
- [2] J. N. Laneman and G. W. Wornell, "Distributed space-time-coded protocols for exploiting cooperative diversity in wireless networks," *IEEE Transactions on Information theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2415–2425, 2003.
- [3] J. N. Laneman, D. N. Tse, and G. W. Wornell, "Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior," *IEEE Transactions on Information theory*, vol. 50, no. 12, pp. 3062–3080, 2004.
- [4] M. Uysal, Cooperative communications for improved wireless network transmission: Framework for virtual antenna array applications: Framework for virtual antenna array applications. IGI Global, 2009.
- [5] A. G. Zajic, "Statistical Modeling of MIMO Mobile-to-Mobile Underwater Channels," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 60, pp. 1337–1351, May 2011.
- [6] E. Baktash, M. J. Dehghani, M. R. F. Nasab, and M. Karimi, "Shallow Water Acoustic Channel Modeling Based on Analytical Second Order Statistics for Moving Transmitter/Receiver," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 63, pp. 2533– 2545, May 2015.
- [7] P. Van Walree, T. Jenserud, and H. Song, "Characterization of overspread acoustic communication channels," *ECUA*, pp. 952–958, 2010.
- [8] G. Marconi, "Origin and development of wireless telegraphy," The North American Review, vol. 168, no. 510, pp. 625–629, 1899.
- [9] A. Goldsmith, Wireless Communications. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2005.
- [10] M. Stojanovic, "Recent advances in high-speed underwater acoustic communications," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 21, pp. 125–136, Apr 1996.

- [11] M. Rhodes, "Underwater electromagnetic propagation: re-evaluating wireless capabilities," *Hydro International*, vol. 10, no. 10, pp. 28–31, 2006.
- [12] Z. Zeng, S. Fu, H. Zhang, Y. Dong, and J. Cheng, "A survey of underwater optical wireless communications," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 19, no. 1, pp. 204–238, 2016.
- [13] M. Stojanovic, "Underwater acoustic communications: Design considerations on the physical layer," in 2008 Fifth Annual Conference on Wireless on Demand Network Systems and Services, pp. 1–10, 2008.
- [14] M. Stojanovic and J. Preisig, "Underwater acoustic communication channels: Propagation models and statistical characterization," *IEEE Communications Magazine*, vol. 47, no. 1, pp. 84–89, 2009.
- [15] J. Preisig, "Acoustic propagation considerations for underwater acoustic communications network development," ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review, vol. 11, no. 4, pp. 2–10, 2007.
- [16] M. Chitre, J. Potter, and S.-H. Ong, "Optimal and near-optimal signal detection in snapping shrimp dominated ambient noise," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 31, no. 2, pp. 497–503, 2006.
- [17] P. A. van Walree and R. Otnes, "Ultrawideband Underwater Acoustic Communication Channels," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 38, pp. 678–688, Oct 2013.
- [18] P. Qarabaqi and M. Stojanovic, "Statistical modeling of a shallow water acoustic communication channel," in *Proc. Underwater Acoustic Measurements Conference*, *Nafplion, Greece*, pp. 1341–1350, Citeseer, 2009.
- [19] M. Naderi, M. Patzold, and A. G. Zajic, "A geometry-based channel model for shallow underwater acoustic channels under rough surface and bottom scattering conditions," in *IEEE Fifth International Conference on Communications and Electronics (ICCE)*, 2014, pp. 112–117, July 2014.
- [20] G. Matz and F. Hlawatsch, "Time-varying communication channels: Fundamentals, recent developments, and open problems," in *IEEE 14th European Signal Processing Conference*, pp. 1–5, 2006.
- [21] P. van Walree, "Channel sounding for acoustic communications: techniques and shallow-water examples," Norwegian Defence Research Establishment (FFI), Tech. Rep. FFI-rapport, vol. 7, 2011.
- [22] J. G. Proakis and M. Salehi, *Digital communications*. McGraw-Hill Higher Education, 2001.

- [23] A. F. Molisch and M. Steinbauer, "Condensed parameters for characterizing wideband mobile radio channels," *International Journal of Wireless Information Net*works, vol. 6, no. 3, pp. 133–154, 1999.
- [24] L. Berkhovskikh and Y. Lysanov, "Fundamentals of ocean acoustics," 1982.
- [25] R. M. Heitsenrether and M. Badiey, "Modeling acoustic signal fluctuations induced by sea surface roughness," *AIP Conference Proceedings*, vol. 728, no. 1, pp. 214–221, 2004.
- [26] G. B. Deane, J. C. Preisig, and A. C. Lavery, "The suspension of large bubbles near the sea surface by turbulence and their role in absorbing forward-scattered sound," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 38, no. 4, pp. 632–641, 2013.
- [27] R. H. Clarke, "A statistical theory of mobile-radio reception," The Bell System Technical Journal, vol. 47, no. 6, pp. 957–1000, 1968.
- [28] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1974.
- [29] M. K. Simon and M.-S. Alouini, Digital communication over fading channels. New York: Wiley, 2001.
- [30] Y. Yang, H. Hu, J. Xu, and G. Mao, "Relay technologies for wimax and lte-advanced mobile systems," *IEEE Communications Magazine*, vol. 47, no. 10, pp. 100–105, 2009.
- [31] A. Bletsas, A. Khisti, D. Reed, and A. Lippman, "A simple cooperative diversity method based on network path selection," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 24, no. 3, pp. 659–672, 2006.
- [32] D. S. Michalopoulos and G. K. Karagiannidis, "Distributed switch and stay combining (dssc) with a single decode and forward relay," *IEEE Communications Letters*, vol. 11, no. 5, pp. 408–410, 2007.
- [33] D. S. Michalopoulos and G. K. Karagiannidis, "Two-relay distributed switch and stay combining," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 56, no. 11, pp. 1790– 1794, 2008.
- [34] M. D. Yacoub, J. V. Bautista, and L. G. de Rezende Guedes, "On higher order statistics of the nakagami-m distribution," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 48, no. 3, pp. 790–794, 1999.
- [35] C.-D. Iskander and P. T. Mathiopoulos, "Analytical level crossing rates and average fade durations for diversity techniques in nakagami fading channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, no. 8, pp. 1301–1309, 2002.

- [36] N. C. Beaulieu and X. Dong, "Level crossing rate and average fade duration of mrc and egc diversity in ricean fading," *IEEE transactions on communications*, vol. 51, no. 5, pp. 722–726, 2003.
- [37] N. C. Sagias, D. A. Zogas, G. K. Karagiannidis, and G. S. Tombras, "Channel capacity and second-order statistics in weibull fading," *IEEE Communications Letters*, vol. 8, no. 6, pp. 377–379, 2004.
- [38] N. Youssef, C.-X. Wang, and M. Patzold, "A study on the second order statistics of nakagami-hoyt mobile fading channels," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 54, no. 4, pp. 1259–1265, 2005.
- [39] G. Fraidenraich, M. D. Yacoub, and J. C. S. Santos Filho, "Second-order statistics of maximal-ratio and equal-gain combining in weibull fading," *IEEE Communications Letters*, vol. 9, no. 6, pp. 499–501, 2005.
- [40] S. Cotton and W. Scanlon, "Higher-order statistics for κ - μ distribution," *Electronics Letters*, vol. 43, no. 22, p. 1, 2007.
- [41] D. B. Da Costa, J. C. S. Santos Filho, M. D. Yacoub, and G. Fraidenraich, "Secondorder statistics of η-μ fading channels: Theory and applications," *IEEE Transactions* on Wireless Communications, vol. 7, no. 3, pp. 819–824, 2008.
- [42] R. E. Woods and R. C. Gonzalez, "Sampling considerations for multilevel crossing analysis," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, no. 2, pp. 117–123, 1982.
- [43] F. J. López-Martínez, E. Martos-Naya, J. F. Paris, and U. Fernández-Plazaola, "Higher order statistics of sampled fading channels with applications," *IEEE transactions* on vehicular technology, vol. 61, no. 7, pp. 3342–3346, 2012.
- [44] H. Yang and M.-S. Alouini, "Performance analysis of multi-branch switched diversity systems," in Vehicular Technology Conference. IEEE 55th Vehicular Technology Conference. VTC Spring 2002 (Cat. No.02CH37367), vol. 2, pp. 846–850 vol.2, 2002.
- [45] J. Rosen and L. Q. Gothard, Encyclopedia of physical science. New York: Facts on File Science Library, 2010.
- [46] R. E. Crochiere and L. R. Rabiner, Multirate digital signal processing. Prentice-Hall, 1983.